

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

Trigonometric Ratios for Some Particular Angles

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٥)، أوجد قيمة كل متغير.

(٣)



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$\sqrt{2} = 10$$

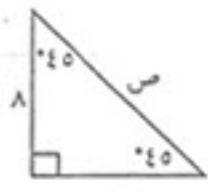
(٢)



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{2} = 10$$

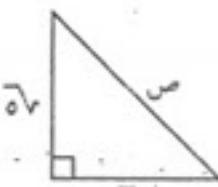
(١)



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

$$\sqrt{2} = 25$$

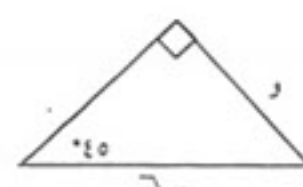
(٥)



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2} = 2$$

(٤)



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{9}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\sqrt{2} = 10$$

(٦) أنت تصمم صحنًا مربعًا الشكل بقياسات مختلفة لأحد المطاعم الصينية في بلدتك. يبلغ طول عيدان الطعام (Chopsticks) ٢٠ سم. كم يكون طول ضلع أصغر صحن بحيث لا يزيد طول العيدان عن قطر هذا الصحن؟



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{20}{x} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

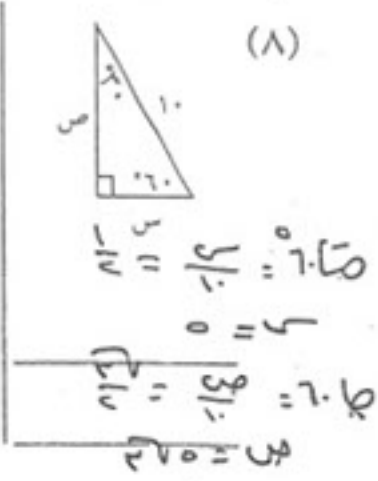
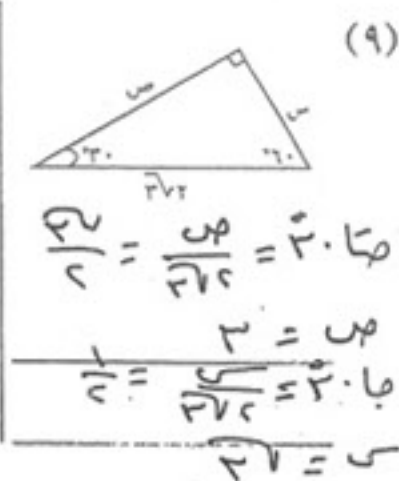
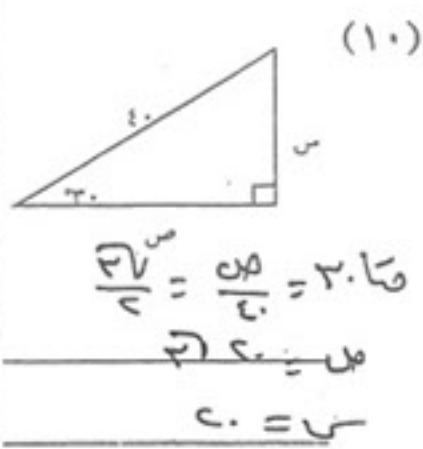
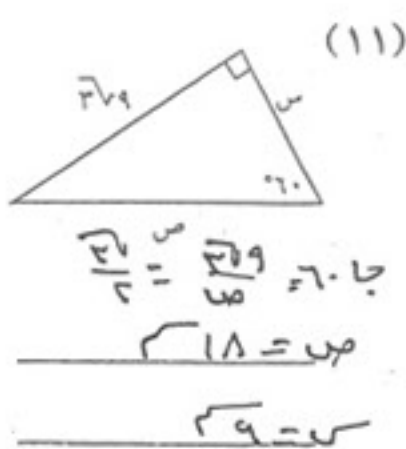
$$\sqrt{2} = 10$$



(٧) تشكل الشفرات الأربع لمروحة طائرة زوايا قائمة ولهذه الشفرات الطول نفسه. تبلغ المسافة بين طرفي شفتين متجاورتين ١١ مترًا. ما طول كل شفرة؟

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{11}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

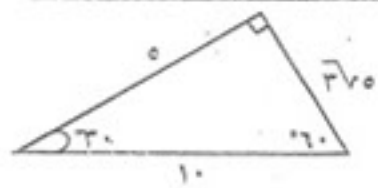
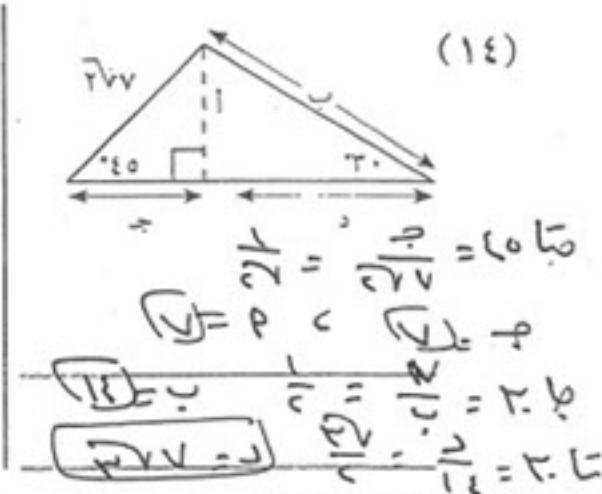
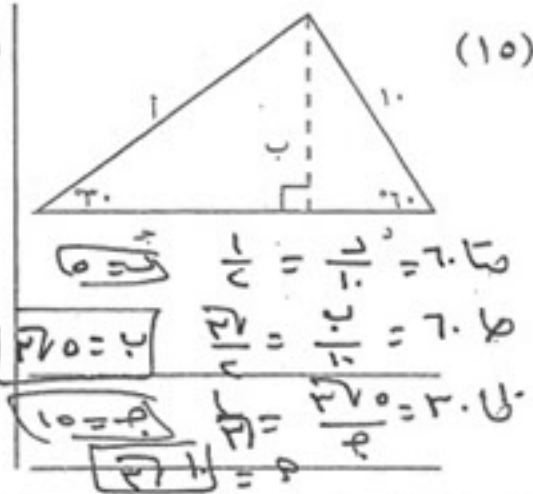
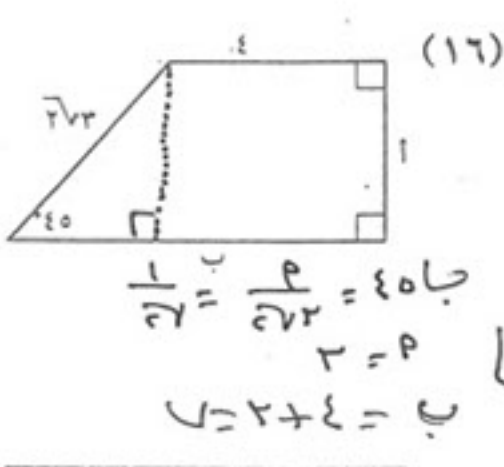
في التمارين (٨-١١) أوجد قيمة كل متغير.



(١٢) أوجد مساحة مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠ سم. $\sqrt{3}$ تقريباً

(١٣) أوجد مساحة معين طول ضلعه ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ تقريباً

في التمارين (١٤-١٦) أوجد قيمة كل متغير.

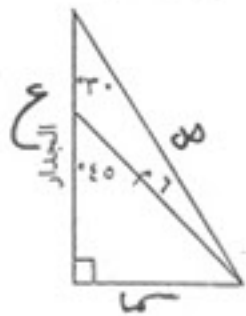


(١٧) تحليل الخطأ: رسمت سلوى المثلث المقابل. قالت هذا إن قياسات الأضلاع

لا يمكن أن تكون صحيحة. من منيها توافقه الرأي؟ وضح إجابتك.
 وافعه على رأي هذه $\frac{1}{2} = 6$ و لكنه بالرسم $\frac{2}{x} = \frac{4}{2}$

(١٨) السؤال المفتوح: اكتب مسألة حياتية يمكن حلها باستخدام مثلث ثلاثيني ستيني، طول وتره ١٢ مترًا ثم حلها.
 سلم يستند على حائط طوله السلم ١٢ متر والسلم يبعد عن الجدار ٥ متر (الاجابة: ٦ متر)

(١٩) لدراء خطر العواصف الرملية قررت إحدى المزارع دعم جدار المزرعة. وضعت دعامتان (انظر الشكل التالي).



كونت الدعامة الصغرى وطولها ٦ أمتار زاوية قياسها ٤٥° مع الجدار والدعامة الكبرى زاوية قياسها ٣٠°.

جاء $\frac{6}{x} = \frac{12}{2}$
 $x = 2$

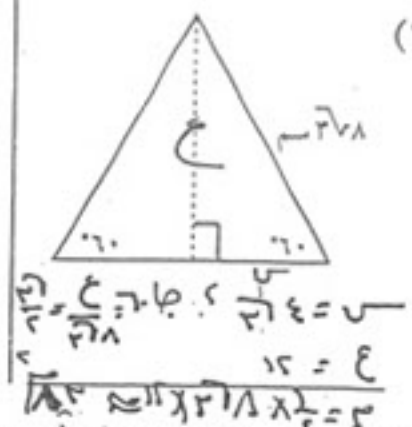
(أ) ما طول الدعامة الكبرى؟

(ب) كم يزيد ارتفاع رأس الدعامة الكبرى عن رأس الدعامة الصغرى؟

مسألة الزيادة $6 - 2 = 4$ تقريباً

في التمارين (٢٠-٢٢) أوجد مساحة كل شكل.

(۲۰)



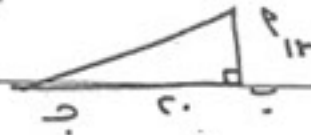
$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \end{array}$$
 (23) أب جـ مثلث قائم في أ، جـ

أوجد جاب ثم ظاب.

(۲۳) أب ج مثلث قائم فی ا، جتاب $\frac{3}{5}$ اوجد جاب ثم ظاب.

(٢٤) س ر ب مثلث قائم في ب. ظا ر = $\frac{5}{12}$
أوجد ج ر ثم ظا س.

(٢٥) ارسم مثلثاً $\triangle ABC$ قائم في B إذا كان $\angle A = 30^\circ$



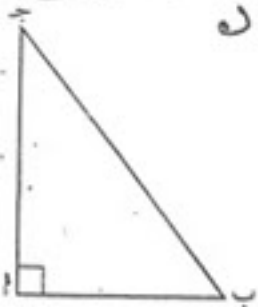
صح أم خطأ. برّر إجابتك.

(٢٦) يوجد مثلث Δ ج قائم في $\hat{A}$ حيث جاب $\frac{24}{19}$ (X) لأن طوله الفلج لا يجوز أن يكون أكبر منه طوله الوتر

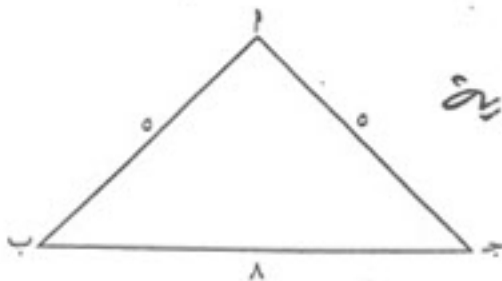
(۲۷) يوجد مثلث ا ب ج قائم في ا حيث ظا ب = $\frac{45}{26}$. (س)

(٢٨) في المثلث م ك ل القائم في م، ظال × جتا ل = جال. (س) لأن $\frac{م}{ج} = \frac{ل}{ج} \times \frac{م}{ل} = \frac{م}{ج} = \frac{م}{ج}$ جال

(٢٩) في المثلث المقابل، جاب = جتا جـ. (✓) $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ + \sin 0^\circ$



(٣٠) في المثلث المقابل، جاب $\frac{5}{8}$. (X) قل في خد قائم الزاوية



المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٤) أوجد قيمة كل متغير.

(١) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١/١٢ = ٤٥ ب = ١٧	(٢) س = ٨ صا = ١٧ ١/١٧ = ٨/١٢ = ٤٥ ب = ٨	(٣) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٤٥ ب = ١٢	(٤) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٤٥ ب = ١٢
--	--	---	---

(٥) أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٢ سم وقياس إحدى زواياه ٤٥°.

في التمارين (٦-٩) أوجد قيمة كل متغير.

(٦) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢	(٧) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢	(٨) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢	(٩) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢
---	---	---	---

في التمارين (١٠-١٢) أوجد قيمة كل متغير.

(١٠) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢	(١١) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢	(١٢) س = ١٢ صا = ١٧ ١/١٧ = ١٢/١٢ = ٣٠ ب = ١٢
--	--	--

(١٣) تستخدم إحدى المزارع حزامًا كهربائيًا متحركًا لنقل حزم القش من الأرض إلى قمة المخزن. يبلغ ارتفاع

قمة المخزن ٧ أمتار ويشكل الحزام المتحرك مع الأرض زاوية قياسها ٦٠°.

(أ) ما طول الحزام من الأرض حتى قمة المخزن؟

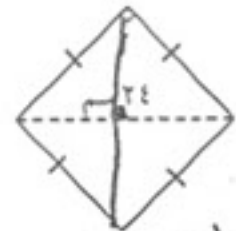
جا ٦٠ = ٧/س = ٧/١٧ = ٣٠

(ب) يتحرك الحزام بسرعة ٣٠ م في الدقيقة. ما الزمن اللازم لنقل حزمة قش من الأرض حتى قمة

المخزن؟ السرعة = ٣٠ م/دقيقة

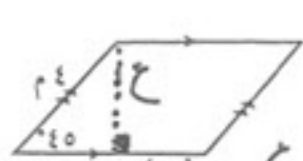
الزمن = ٣٠ م / ٣٠ م/دقيقة = ١ دقيقة

في التمارين (١٤-١٦)، أوجد مساحة كل شكل مما يلي:



(١٤)

$$س = \frac{1}{2} \times 24 \times 32 = 384$$



(١٥)

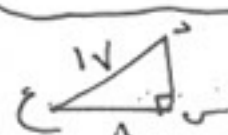
$$جاء = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$



(١٦)

$$س = \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600$$

$$س = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$



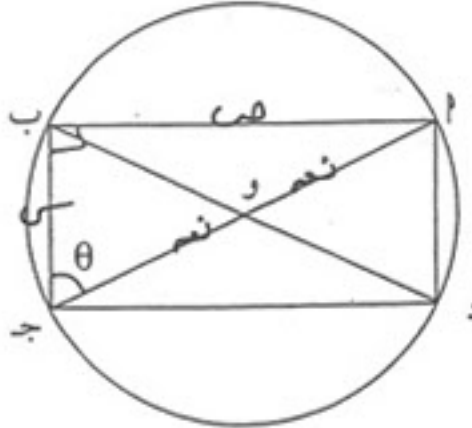
(١٧) في المثلث س ع د القائم في س. جاد = $\frac{8}{15}$

أوجد جتا د ثم ظاد. $س د = \frac{15}{17}$ $ظاد = \frac{8}{17}$

(١٨) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: $جا ٤٥^\circ \times جتا ٤٥^\circ + جتا ٤٥^\circ \times جا ٤٥^\circ = 1$

(١٩) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: $جا ٦٠^\circ \times جتا ٣٠^\circ + جتا ٣٠^\circ \times جا ٦٠^\circ = 1$

(٢٠) يبين الشكل المقابل مستطيلاً أ ب ج د محاطاً بدائرة مركزها و وطول نصف قطرها ٥.



أثبت أن مساحة المستطيل تساوي ٤ $جا \theta$ جتا θ .

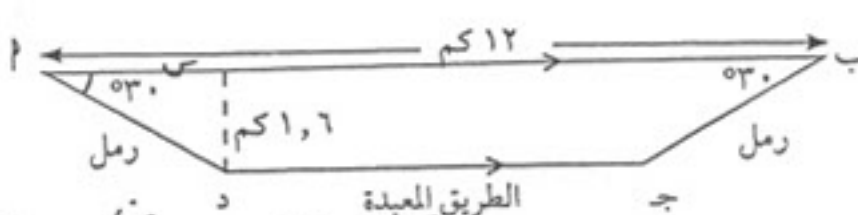
$$جا \theta = \frac{س}{نعم} \quad س = نعم جا \theta$$

$$صا \theta = \frac{ص}{نعم} \quad ص = نعم صا \theta$$

$$المساحة = س \times ص = نعم جا \theta \times نعم صا \theta$$

$$المساحة = ٤ \times نعم جا \theta صا \theta$$

(٢١) يلعب عبد العزيز كرة القدم في أحد النوادي. للحفاظ على لياقته البدنية يمارس يومياً رياضة الهرولة. انطلق عبد العزيز من النقطة أ على الشاطئ بزاوية قياسها ٣٠° ، سار على الرمل حتى وصل إلى الطريق المعبدة عند النقطة د. أكمل الهرولة على الطريق المعبدة حتى وصل إلى النقطة ج. انعطف عن الطريق بزاوية قياسها ٣٠° حتى وصل إلى النقطة ب. (انظر الشكل المقابل). تبلغ سرعة هرولة عبد العزيز على الرمل $٨,٤$ كم/ساعة وعلى الطريق المعبدة $١٢,٨$ كم/ساعة.



(أ) أوجد المسافة التي قطعها عبد العزيز على الطريق المعبدة.

(ب) ما الزمن الذي استغرقه عبد العزيز في الهرولة؟

$$س = \frac{المسافة}{الزمن} \Rightarrow الزمن = \frac{المسافة}{س}$$

$$الزمن = \frac{١٢,٨}{٨,٤} = ١,٥٢٣٨$$

$$الزمن = \frac{١,٦}{١٢,٨} = ٠,١٢٥$$

$$الزمن الإجمالي = ١,٥٢٣٨ + ٠,١٢٥ = ١,٦٤٨٨$$

حل المثلث قائم الزاوية Solving Right Triangle

المجموعة التمارين الأساسية

حل المثلث أ ب ج القائم في جـ. قرب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

$$(١) \text{ ن } (\hat{ب}) = ١٢' ٤٧^\circ, \text{ ب ج} = ١٨ \text{ سم}, \text{ م د} (\hat{م}) = ٤٨' ٤٢^\circ, \text{ ج د} = ١٩, ٤ \text{ م}, \text{ ب د} = ٢٦, ٥$$

(٢) يستند سلم أ ب طوله ٥, ٨ أمتار بطرفه (م) على حائط عمودي وبطرفه (ب) على أرض أفقية، إذا كان الطرف (ب) يبعد متراً واحداً عن الحائط، فأوجد:

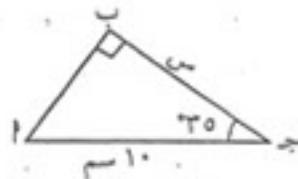
(أ) بعد الطرف أ عن الأرض. (ب) قياس زاوية ميل السلم على الأرض. (ج) قياس زاوية ميل السلم على الحائط.

$$(ب) \text{ قياس زاوية ميل السلم على الأرض } \hat{ب} = \frac{١}{٨, ٣} = ٨٣, ٢^\circ$$

$$(ج) \text{ قياس زاوية ميل السلم على الحائط } = ٦٨, ٨^\circ$$

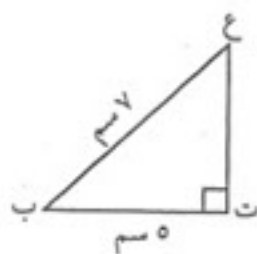
في كل مثلث، أوجد قيمة س.

(٤)

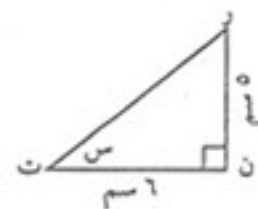


$$\text{صا ج} = ٢٥, ٥$$

$$\text{س} = ٨, ٣ \text{ سم تقريباً}$$



(٣)



$$\text{طاس} = \frac{٦}{٢٩}$$

$$\text{س} = ٢٩, ٤٨$$

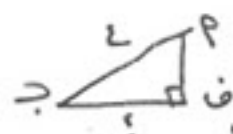
(٥) أوجد قياس كل من الزاويتين الحادثتين في المثلث ع ت ب.

$$\text{ج ا ب} = \frac{٥}{٧} \quad \text{م د} (\hat{ب}) = ٤٥, ٦^\circ \quad \text{م د} (\hat{ع}) = ٤٤, ٤^\circ$$

(٦) (أ) ارسم مثلثاً أ ب ج قائم في م حيث: أ ج = ٨ سم، م ك = ٦ سم.

(ب) أوجد قياس كل من الزاويتين جـ، كـ.

$$\text{م د} (\hat{ج}) = ٢٦, ٥^\circ \quad \text{م د} (\hat{ك}) = ٥٣, ٥^\circ$$



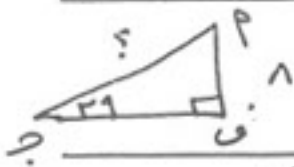
(٧) في كل حالة ممالي، خطط مثلثاً أ ب ج قائم في فـ.

(أ) أوجد جـ ف إذا كان: أ ج = ٤ سم، جـ تا جـ = ٧, ٧.

$$\text{صا ج} = \frac{\text{جـ ف}}{٤} = ١, ٧ \quad \text{جـ ف} = ٦, ٨ \text{ سم}$$



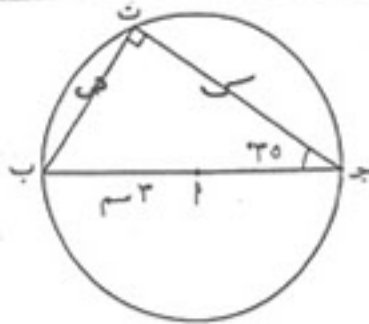
(ب) أوجد جـ ف إذا كان: أـجـ = 10 سم، نـ (أـجـف) = 30°
جـا = 20 = $\frac{\text{جـ ف}}{1}$ جـ ف = 20 سم



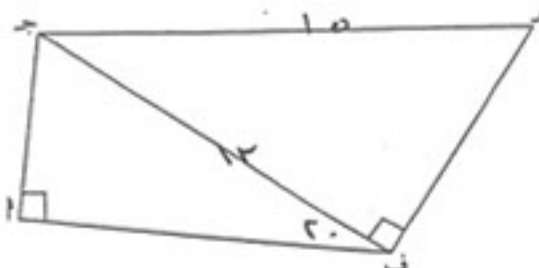
(جـ) أوجد أـجـ إذا كان: أـفـ = 8 سم، نـ (أـجـف) = 39°
جـا = 29 = $\frac{\text{أـفـ}}{\text{جـ ف}}$ جـ ف = 29 سم



(د) أوجد جـ ف إذا كان: أـفـ = 4 سم، نـ (فـأـجـ) = 75°
ظـا = 75 = $\frac{\text{جـ ف}}{4}$ جـ ف = 149 سم



(٨) في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث بـ جـ ت ومساحته إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي 3 سم.
جـا = 30 = $\frac{\text{بـ جـ ت}}{3}$ بـ جـ ت = 90 سم
المساحة = $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ سم²
ال محيط = 30 + 9 + 9 = 48 سم
في التمرينين (٩-١٠) استخدم الشكل المقابل.



(٩) بفرض أن نـ (أـفـجـ) = 20°، فـ جـ = 13 سم، هـ جـ = 10 سم.

أوجد: أـفـ، أـجـ، فـ هـ، نـ (فـجـهـ)، نـ (أـجـفـ).
 $\left. \begin{array}{l} \text{نـ (أـفـجـ)} = 20^\circ \\ \text{نـ (فـجـهـ)} = 10^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{أـفـ} = 13, 2 \\ \text{أـجـ} = 10, 4 \end{array}$

(١٠) بفرض أن أـجـ = 5 سم، نـ (أـجـفـ) = 45°، فـ هـ = 4 سم.
(أ) أثبت أن فـ أـ = 5 سم.

∴ نـ (أـجـفـ) = 45° ∴ نـ (فـأـجـ) = 45° ∴ المثلث متطابق المثلث ∴ فـ هـ = 5 سم
(ب) أوجد طول فـ جـ.

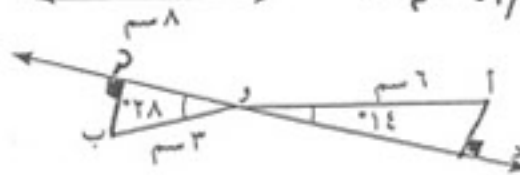
$$\text{جـا} = 45 = \frac{\text{فـ جـ}}{1} \therefore \text{فـ جـ} = 45$$

(جـ) أوجد طول هـ جـ، ثم نـ (أـجـهـ).

$\left. \begin{array}{l} \text{ظـا (هـ جـ ت)} = \frac{4}{5} \\ \text{نـ (هـ جـ ت)} = 120^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{هـ جـ} = 8 \\ \text{نـ (هـ جـ ت)} = 120^\circ \end{array}$



(١١) في الشكل المجاور، أوجد مساحة المثلث أـبـ جـ إلى أقرب جزء من عشرة. علماً بأن
 $\left. \begin{array}{l} \text{جـ د} = 8 \text{ سم} \\ \text{ظـا} = 50^\circ = \frac{4}{5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ظـا} = 70^\circ = \frac{7}{10} \\ \text{أـب} = 10 \end{array}$
 $\left. \begin{array}{l} \text{بـ جـ} = 8 = 210 - 8 \\ \text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40 \end{array} \right\} \text{مساحة المثلث} = 17, 270 \text{ سم}^2$

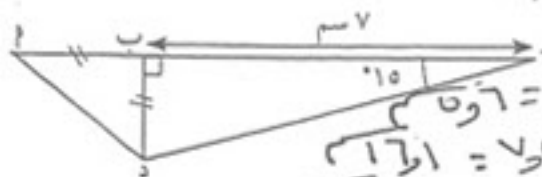


(١٢) التفكير الناقد: أيهما أقرب إلى المستقيم و د؟ النقطة أ أو النقطة ب؟

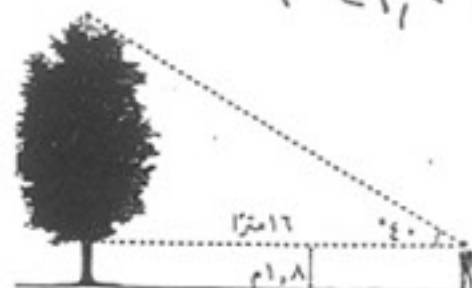
$$\left. \begin{array}{l} \text{جـا} = 28^\circ = \frac{4}{3} \\ \text{بـ هـ} = 14^\circ = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بـ هـ} = 14^\circ \\ \text{بـ هـ} = 14^\circ \end{array}$$

النقطة ب هي الأقرب.

(١٣) في الشكل المقابل، أوجد محيط كل من المثلثات: أب د، ب ج د، أ د ج.



$$\left. \begin{aligned} \text{محيط } \triangle ABC &= 7 + 15 + 17.9 = 39.9 \\ \text{محيط } \triangle ABD &= 7 + 15 + 17.9 = 39.9 \\ \text{محيط } \triangle BCD &= 7 + 15 + 17.9 = 39.9 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{7}{15} \\ \frac{BD}{AD} &= \frac{7}{15} \\ \frac{BD}{CD} &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

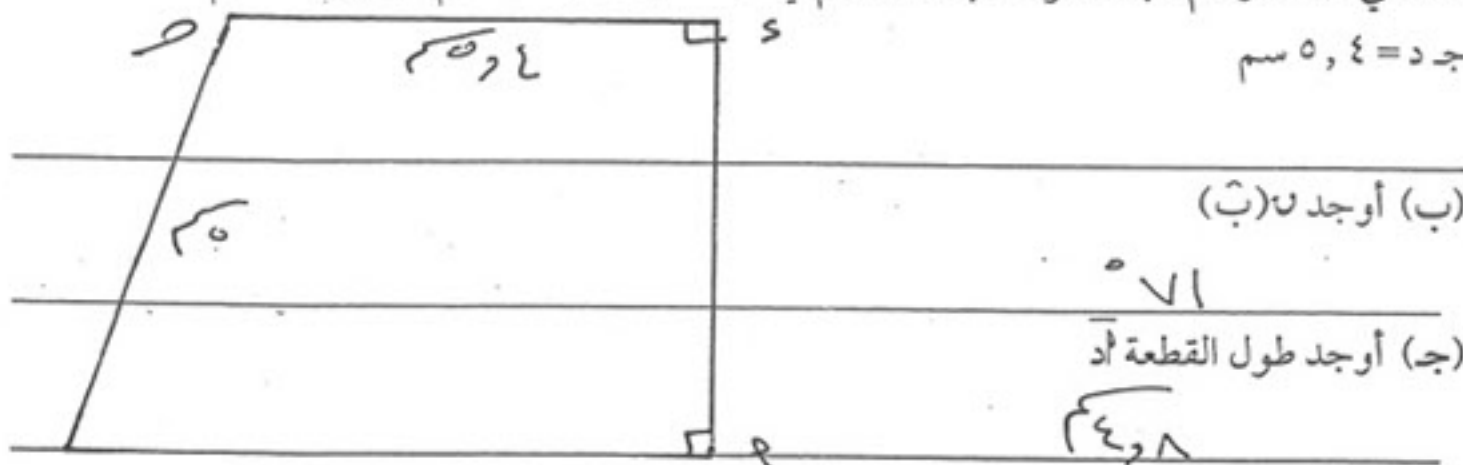


(١٤) مستخدماً معطيات الرسم، أوجد ارتفاع الشجرة.

$$\frac{16}{8} = \frac{h}{12.4} \Rightarrow h = 24.8$$

ارتفاع الشجرة = $24.8 + 16 = 40.8$ متر

(١٥) التحدي: (أ) ارسم شبه منحرف أب ج د قائم في أ، د حيث أب = ٧ سم، ب ج = ٥ سم، ج د = ٥، ٤ سم



(١٦) أب ج د مستطيل مركزه و. ن (أود) = ١٠٠، ود = ٣ سم

(أ) أوجد ن (أوب)

$$100 = 100 - 100 = 0$$



$$\left. \begin{aligned} \text{محيط المستطيل} &= 2(10 + 3) = 26 \\ \text{محيط المستطيل} &= 2(10 + 3) = 26 \\ \text{محيط المستطيل} &= 2(10 + 3) = 26 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{10}{3} \\ \frac{AB}{BC} &= \frac{10}{3} \\ \frac{AB}{BC} &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

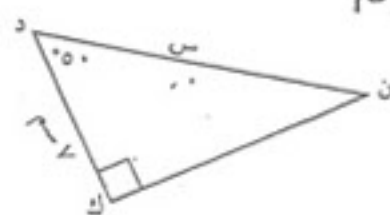
المجموعة من تمارين تعزيزية

حل المثلث أب ج د القائم في ج. قرب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(١) ن (ب) = ٣٩، ب ج = ٢٨ سم، ن (أ) = ٥١، ب أ = ٣٦، ج أ = ٢٤.٦

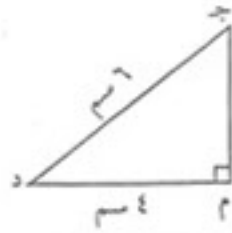
(٢) ب ج = ٥، ٨، ٧ = ١٤، ٧ سم، ب أ = ١٧، ن (أ) = ٦٠، ن (ب) = ٢٠

(٣) أ ج = ٢، ٨٤، ٣٨ = ٥٢، ن (أ) = ١.٦٩، ب ج = ٧٥.٨



(٤) في المثلث ك ن د المقابل، أوجد قيمة س. $\frac{7}{24} = \frac{S}{25}$

(٥) في المثلث م ج د المقابل أوجد قياس كل من الزاويتين ج، د.



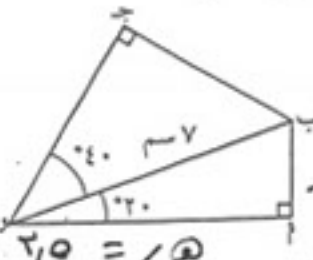
$$\sin \hat{M} = \frac{JD}{MJ} = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{M} = 37^\circ$$

$$\sin \hat{D} = \frac{MD}{MJ} = \frac{4}{5} \Rightarrow \hat{D} = 53^\circ$$

(٦) انسخ الجدول التالي وأكمّله حيث كل مثلث رس ت قائم في ت.

٧٠°	٦٠°	٥٠°	٤٥°	٢٠°	٧(ر)
٢٠°	٣٠°	٤٠°	٤٥°	٧٠°	٧(س)
٢,٢ سم	٤ سم	٩,٢ سم	٢ سم	٤ سم	رت
٤,٢ سم	٨ سم	٦ سم	٢,٢ سم	٤,٢ سم	رس
٦ سم	٩,٢ سم	٤,٦ سم	٢ سم	١,٥ سم	س ت

(٧) من الشكل المقابل: (أ) أوجد أطوال الأضلاع التالية (قيم تقريبية): ب ج، ب ج، ب ج، و. (ب) هل صح أم خطأ؟ ب ج = ٢ ب.



$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 30^\circ = \frac{2}{b} \Rightarrow b = 4 \\ \sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{b} \Rightarrow b = 4\sqrt{3} \end{array} \right.$$

(٨) (أ) أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل. $\frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

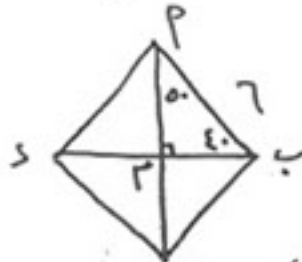
(ب) أوجد محيط شبه المنحرف المقابل. $2 + 4 + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6 + 6\sqrt{3}$



(٩) ب ج د متوازي أضلاع. ب ج = ٨ سم، د ج = ٦ سم، ب ج = ١٠٠°

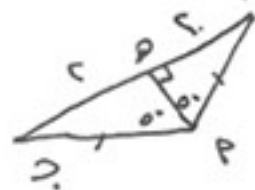
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 100^\circ = \frac{6}{8} \Rightarrow 8 \sin 100^\circ = 6 \\ \sin 80^\circ = \frac{6}{8} \Rightarrow 8 \sin 80^\circ = 6 \end{array} \right.$$

(١٠) ارسم معينا ب ج د م مركزه و بحيث يكون ب ج = ٦ سم، ب ج = ١٠٠°



$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 100^\circ = \frac{6}{8} \Rightarrow 8 \sin 100^\circ = 6 \\ \sin 80^\circ = \frac{6}{8} \Rightarrow 8 \sin 80^\circ = 6 \end{array} \right.$$

(١١) التفكير العلمي: (أ) ارسم مثلثا ب ج د متطابق الضلعين (ب ج = ج د)، حيث ب ج = ٤ سم، ج د = ٤ سم



$$\sin 50^\circ = \frac{4}{8} \Rightarrow 8 \sin 50^\circ = 4$$

(ب) أوجد محيط هذا المثلث. $4 + 4 + 8 = 16$

(ج) أوجد مساحة هذا المثلث. $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \sin 50^\circ = 8 \sin 50^\circ$

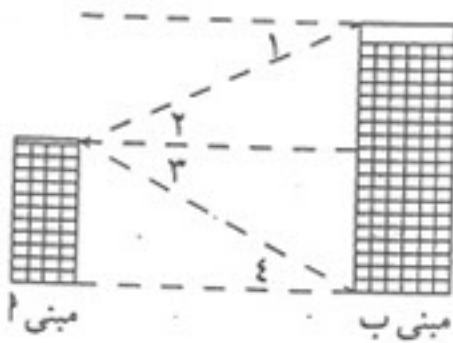
$$\text{المحيط} = 4 + 4 + 8 = 16$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \sin 50^\circ = 8 \sin 50^\circ$$

زوايا الارتفاع والانخفاض Angles of Elevation and Depression

المجموعة أ: تمارين أساسية

(١) صف الزوايا المبينة في الشكل:



(أ) $\hat{A}$ زاوية انخفاض

(ب) $\hat{B}$ زاوية ارتفاع

(ج) $\hat{C}$ زاوية انخفاض

(د) $\hat{D}$ زاوية ارتفاع

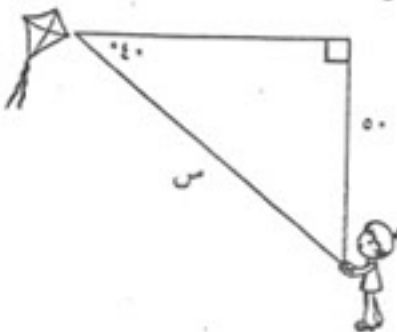
(٢) في الشكل المقابل أوجد قيمة s مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\frac{s}{100} = \tan 70^\circ$$

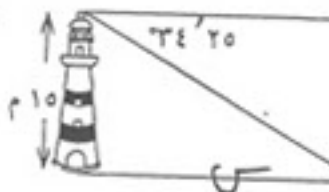
$$s = 100 \times \tan 70^\circ \approx 274.75 \text{ م}$$

(٣) في الشكل المقابل، أوجد قيمة s مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\frac{s}{1.5} = \tan 40^\circ$$

$$s = 1.5 \times \tan 40^\circ \approx 1.27 \text{ م}$$



(٤) رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه $34^\circ 25'$.

أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.

$$\frac{15}{s} = \tan 34^\circ 25'$$

$$s = \frac{15}{\tan 34^\circ 25'} \approx 22 \text{ متر تقريباً}$$

(٥) قاس ببحار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.



$$\text{ط } 39^\circ = \frac{200}{\text{س}} \quad \text{البعد بين السفينة وقاعدة الفنار} \approx 307 \text{ م}$$

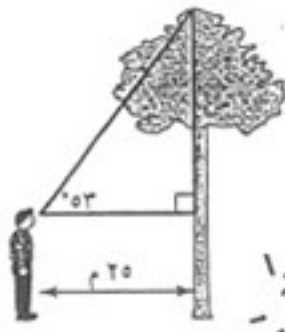
(٦) من قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة منزل فكانت ٣٠°، ومن قمة البرج قيست زاوية انخفاض قمة المنزل نفسه فوجد أنها ٤٥°. أوجد إلى أقرب متر ارتفاع البرج علماً بأن قاعدتي البرج والمنزل في مستوى واحد، وأن ارتفاع المنزل ٥٠ م.



$$\left. \begin{aligned} \text{ارتفاع المنزل } 50 \text{ م} \\ \text{ط } 30^\circ = \frac{50}{\text{س}} \\ \text{س} = 86,6 \approx 87 \text{ م} \\ \text{ارتفاع البرج} = 50 + 87 = 137 \text{ م} \end{aligned} \right\} \text{ط } 45^\circ = \frac{50}{\text{س}} \Rightarrow \text{س} = 86,6 \approx 87 \text{ م}$$

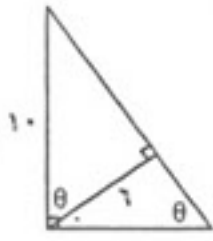
المجموعة ٢ قمارين تعزيريه

(١) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



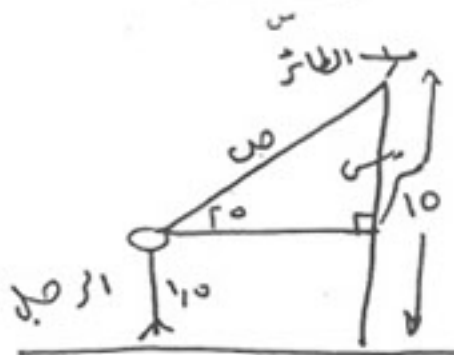
$$\text{ط } 53^\circ = \frac{170}{\text{س}} \Rightarrow \text{س} = \frac{170}{\cos 53^\circ} = 289,9 \approx 290 \text{ م}$$

(٢) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\left. \begin{aligned} \text{ج } 53^\circ = \frac{170}{\text{س}} \\ \text{س} = 289,9 \approx 290 \text{ م} \end{aligned} \right\} \text{ج } 53^\circ = \frac{170}{\text{س}} \Rightarrow \text{س} = 289,9 \approx 290 \text{ م}$$

(٣) رصد شخص واقف على سطح الأرض طائراً يرتفع عن سطح الأرض مسافة ١٥ م، وكانت زاوية ارتفاع الطائر ٢٥°. إذا كانت عين الشخص على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض:

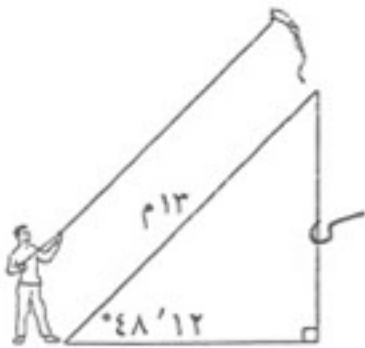


$$\begin{aligned} \text{س} &= 15 - 1,5 = 13,5 \text{ م} \\ \text{ط } 25^\circ &= \frac{13,5}{\text{س}} \Rightarrow \text{س} = 32 \text{ م} \end{aligned}$$

$$\text{س} = 32 \text{ م}$$

(ب) أوجد بعد الطائر عن عين الشخص مقرباً إلى أقرب متر.
بعد الطائر عن عين الشخص = ٣٢ م تقريباً

(٤) من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع طائرة ورقية ٤٨'١٢°. إذا كانت الطائرة مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣ م، أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض إلى أقرب متر.



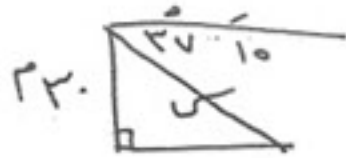
$$\begin{aligned} \text{ج } 48'12'' &= \frac{\text{س}}{13} \\ \text{س} &= 10 \text{ م تقريباً} \end{aligned}$$

(٥) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣°، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.



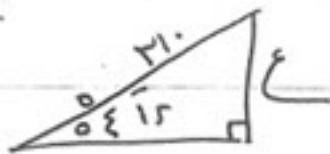
$$\text{جا } 13^\circ = \frac{x}{300} \quad x = 69 \text{ م تقريباً}$$

(٦) رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ١٥' ٣٧°. أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.



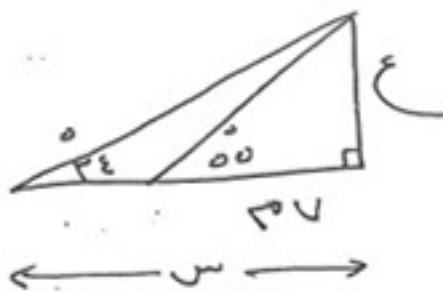
$$\text{جا } 15.15^\circ = \frac{30}{s} \quad s = 117.6 \text{ م تقريباً}$$

(٧) من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢' ٥٤°، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟



$$\text{جا } 12.9^\circ = \frac{x}{310} \quad x = 95.1 \text{ م تقريباً}$$

(٨) إذا كانت زاوية ارتفاع الشمس ٥٥°، وكان طول ظل منزل عندئذ ٧ م، أوجد ارتفاع المنزل إلى أقرب متر، ثم أوجد طول ظل المنزل عندما تكون زاوية ارتفاع الشمس ٣٤°.



$$\text{طا } 55^\circ = \frac{x}{7}$$

$$x = 10 \text{ م تقريباً}$$

$$\text{طا } 34^\circ = \frac{10}{s}$$

$$s = 15 \text{ م تقريباً}$$

القطاع الدائري والقطعة الدائرية Circular Sector and Circular Segment

المجموعة: تمارين أساسية

$$\frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{ن} = \text{م}$$

(١) قطاع دائري طول قوسه ٦ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته $\frac{1}{2} \times 12.7 \times 8 = 50.8$ سم^٢

(٢) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٢ سم، ٦ سم. أوجد مساحته. $\frac{53}{2} = 26.5$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 12.7 \times 8 = 50.8$ سم^٢

(٣) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^٢، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه. $\frac{1}{2} \times 10 \times \text{ل} = 85$ $\text{ل} = 17$ سم

(٤) قطعة دائرية طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها. $\frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136$ سم^٢

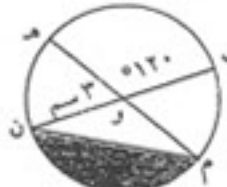


(٥) حوض للزرع على شكل دائرة طول نصف قطرها ٤ م، قسّم إلى أربعة أجزاء بواسطة مثلث متطابق الأضلاع تقع رؤوسه على الدائرة. احسب مساحة إحدى

الزوايا المركزية = ٩٠° $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ سم^٢

(٦) دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم، رسم فيها الوتر أب يبعد ١٠ سم عن مركز الدائرة. أوجد مساحة القطعة الصغرى التي يحدها الوتر أب. $\frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100$ سم^٢

(٧) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة. حيث وهي مركز الدائرة $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ سم^٢ $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ سم^٢



$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

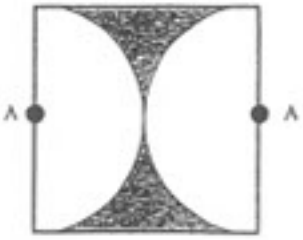
$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

(٨) أوجد مساحة الأجزاء المظللة في المربع التالي بدلالة π .

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

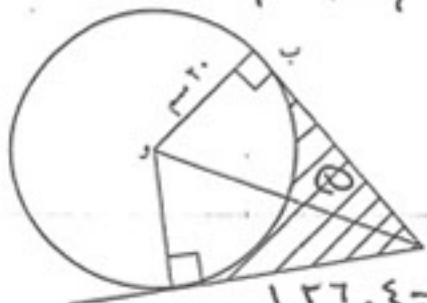
$$\text{مساحة المربع} = 10 \times 10 = 100$$

$$\text{مساحة الأجزاء المظللة} = 100 - 50 = 50$$



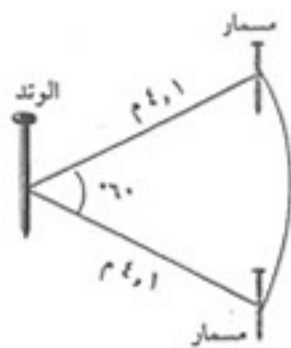
(١) قطاع دائري طول نصف قطره ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته.
 هـ = $\frac{11}{18} \times 100 = 61,1$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 100 = 23,49$ سم^٢

(٢) حوض زهور على شكل قطاع دائري محيطه ٤٨ سم، وطول نصف قطره ٨ سم، ٧ سم. أوجد مساحته.
 هـ = $\frac{1}{2} \times 48 \times 8 = 192$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 48 \times 8 = 192$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 48 \times 8 = 192$ سم^٢



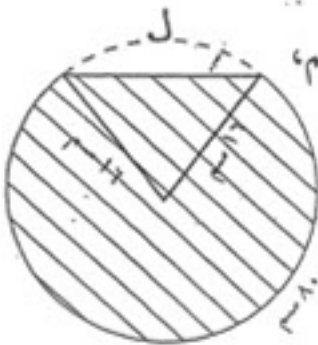
(٣) في الشكل المقابل، أ ب، أ ج مماسان للدائرة، وب = ٢٠ سم، و = ٤٠ سم.

أوجد مساحة الجزء المظلل.
 هـ = $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 60 = 209,4$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 60 = 209,4$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 60 = 209,4$ سم^٢



(٥) وتد مثبت في الأرض ربط به طرف حبل طوله ١، ٤ أمتار، وثبت في الطرف الآخر من الحبل مسمار كبير لشده، فرسم طرفه الذي فيه المسمار على الأرض قوسًا يقابل زاوية مركزية عند الوتد مقدارها ٦٠°. أوجد طول القوس المرسوم ومساحة القطاع الناتج.

هـ = $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{180} \times 60 = 0,167$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{180} \times 60 = 0,167$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{180} \times 60 = 0,167$ سم^٢



(٦) في الشكل المقابل، قطعة من الورق على شكل قطعة دائرية الشكل طول قوسها ٨٠ سم،

وطول نصف قطرها ١٦ سم. احسب مساحتها.
 هـ = $\frac{1}{2} \times 80 \times 16 = 640$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 80 \times 16 = 640$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 80 \times 16 = 640$ سم^٢

(٧) أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ٢٠ سم، وطول

قوسها ١٠ سم.
 هـ = $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 10 = 11,1$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 10 = 11,1$ سم^٢ ، $\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{180} \times 10 = 11,1$ سم^٢

(٨) أ ب ج مثل قائم الزاوية في ب، حيث أ ب = ٣٠ سم، ب ج = ٤٠ سم، رسمت دائرة مركزها ب وتمس



أ ب ج في د، وتقطع ب ج في هـ. احسب المساحة المحصورة بين ج هـ د ج، والقوس الأصغر د هـ.

$$\begin{aligned} \text{مساحة القطاع الدائري} &= \frac{1}{2} \times \text{نصف دائرة} = \frac{1}{2} \times \pi \times 20^2 = 628.32 \text{ سم}^2 \\ \text{مساحة المثلث} &= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600 \text{ سم}^2 \\ \text{المساحة المطلوبة} &= 628.32 - 600 = 28.32 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

(٩) أوجد مساحة المنطقة المظللة، واكتب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



$$92.4 \text{ سم}^2$$



$$3.1 \text{ سم}^2$$



$$19.1 \text{ سم}^2$$



$$2.2 \text{ سم}^2$$

(١٠) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة.



$$7.2 \text{ سم}^2$$



$$3.1 \text{ سم}^2$$

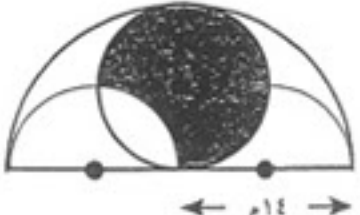


$$9.9 \text{ سم}^2$$



$$4.7 \text{ سم}^2$$

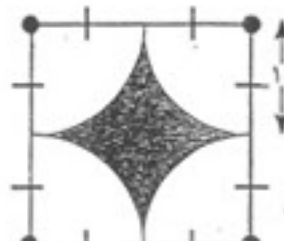
(١١) أوجد مساحة الأجزاء المظللة في كل شكل بدلالة π .



$$\begin{aligned} \text{مساحة الدائرة} &= \pi \times 10^2 = 314.16 \\ \text{مساحة القطاع} &= \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 = 157.08 \\ \text{المساحة المظللة} &= 314.16 - 157.08 = 157.08 \end{aligned}$$

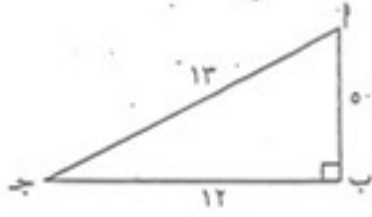


$$\begin{aligned} \text{مساحة المربع} &= 10 \times 10 = 100 \\ \text{مساحة القطعة} &= \frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 = 78.54 \\ \text{المساحة المظللة} &= 100 - 78.54 = 21.46 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{مساحة المربع} &= 10 \times 10 = 100 \\ \text{مساحة القطاع} &= \frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 = 78.54 \\ \text{المساحة المظللة} &= 100 - 78.54 = 21.46 \end{aligned}$$

اختبار الوحدة الثانية



في التمارين (١ - ٩) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) في الشكل المقابل جا (٩٠° - ا) تساوي:

(د) $\frac{5}{12}$

(ج) $\frac{12}{5}$

~~(ب) $\frac{5}{13}$~~

(أ) $\frac{12}{13}$

(٢) جا ج قاج تساوي:

~~(د) ظاج~~

(ج) جا^٢ ج

(ب) ١

(أ) ظناج

(٣) قاج جتا ج تساوي:

(د) جتا^٢ ج

(ج) $\frac{\text{قاج}}{\text{ظاج}}$

~~(ب) ١~~

(أ) قتا^٢ ج

(٤) جاج ظناج تساوي:

(د) ظاج

(ج) ظتا^٢ ج ظاج

(ب) $\frac{\text{جا}^٢ \text{ ج}}{\text{قاج}}$

~~(أ) جتا ج~~

(٥) ظا ٤٥° تساوي:

(د) ٠

(ج) ١

(ب) أكبر من ١

~~(أ) بين ٠ و ١~~

(٦) ا ب ج مثلث قائم في ب فإن ا ج تساوي:

(د) ا ب جاج

~~(ج) ا ب قتا ج~~

(ب) ا ب ظاج

(أ) ا ب جتا ج

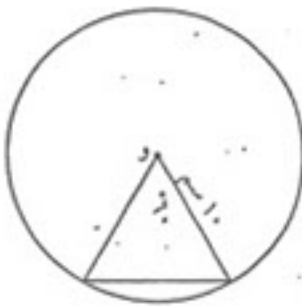
(٧) في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي:

(ب) $\frac{\pi 100}{3} \text{ سم}^2$

(د) $\frac{100}{3} \text{ سم}^2$

~~(ب) $\frac{\pi 50}{3} \text{ سم}^2$~~

(ج) $\frac{\pi 500}{3} \text{ سم}^2$



(٨) في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدة المساحة) تساوي:



$$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi 120}{180}\right) 50$$

$$\left(\frac{4\sqrt{3}}{2} - 120\right) 50 \quad (أ)$$

$$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 120\right) 100 \quad (د)$$

$$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi 120}{180}\right) 100 \quad (ج)$$

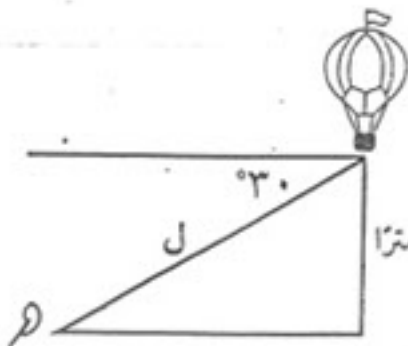
(٩) قطاع دائري طول نصف قطره ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم^٢، فإن طول قوس القطاع (بالستيمترات) يساوي:

٧٥ (د)

١٠٠ (ج)

٢٥ (ب)

٥٠ (أ)



(١٠) يرتفع منطاد في الفضاء وينصنع اتجاه المنطاد مع خط أفقي على سطح الأرض زاوية قياسها ٣٠°.

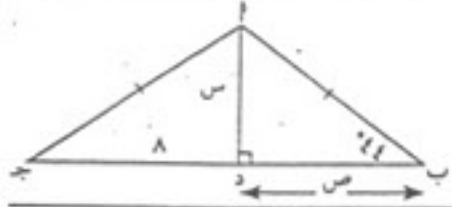
ما المسافة التي سوف يجتازها إذا وصل إلى ارتفاع ١٥٢٤ مترًا عن سطح الأرض.

$$\text{جاء } \frac{1024}{\sin 30^\circ} = \text{ل} = \frac{1024}{\frac{1}{2}} = 2048$$

(١١) أ ب ج مثلث قائم في ب. فيه أ ب = ٦ سم، ب ج = ٨ سم، أوجد كلاً من:

٢٦٩°

(أ) أ ج: ١٢ (ب) ج ا ج: $\frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ (ج) قياس ج: ٢٦٩°



(١٢) في الشكل المقابل، احسب كلاً من س، ص. $8 = \text{ص}$

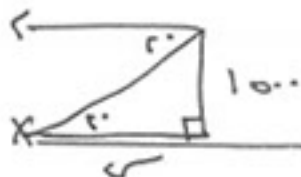
$$\frac{5}{\text{ص}} = \frac{4}{8} \Rightarrow \text{ص} = 10$$

(١٣) حل المثلث أ ب ج القائم في ج:

(أ) أ ب = ٦٠ سم، ب ج = ٧٠ سم، $\hat{A} = 30^\circ$ $\hat{B} = 90^\circ$ $\hat{C} = 60^\circ$ $\text{أ ج} = 120$

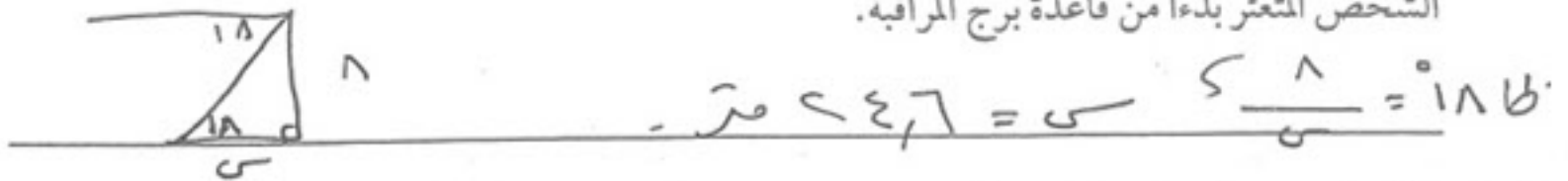
(ب) أ ب = ١٧ سم، أ ج = ١٥ سم، $\hat{A} = 30^\circ$ $\hat{B} = 90^\circ$ $\hat{C} = 60^\circ$

(١٤) بينما كان أحد مهندسي الزراعة يحلق على ارتفاع ١٥٠٠ م بطائرة عمودية لرش المبيدات شاهد موقعاً على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠°. احسب بعد الموقع عن الطائرة.



$$\text{جاء } \frac{1500}{\sin 20^\circ} = \text{س} = 4285.7$$

(١٥) يقف رجل إنقاذ في برج مراقبة ارتفاعه ٨ م عن سطح البحر. شاهد شخصاً متعثراً في العوم ويكاد يغرق. رصد موقعه فكانت زاوية انخفاض الشخص ١٨°. احسب المسافة التي سيقطعها رجل الإنقاذ ليصل إلى الشخص المتعثر بدءاً من قاعدة برج المراقبة.



(١٦) قطاع دائري مساحته ١٢, ٦٤ سم^٢، وقياس زاويته ٧٥°. أوجد طول قوس القطاع.



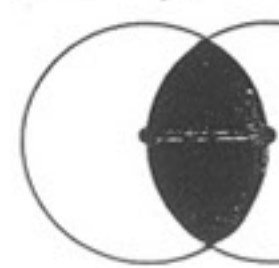
المساحة = $\frac{1}{2} \times \text{نصفه} \times \text{نصفه} \times \frac{1}{180} \times 75 = 12,64$
 $\frac{1}{2} \times \text{نصفه} \times \text{نصفه} = 12,64 \times \frac{180}{75} = 30,72$
 $\text{نصفه} = \sqrt{30,72} = 5,54$
 المسافة = $2 \times 5,54 = 11,08$ م

(١٧) لوح من الخشب دائري الشكل طول نصف قطره يساوي ٨٠ سم يراد تقسيمه إلى قطعتين، ارتفاع إحداهما ٥٠ سم. أوجد مساحة سطح القطعة الدائرية الكبرى.



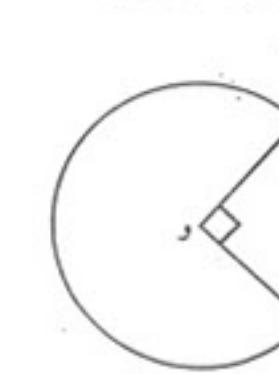
مساحة القطعة = $\frac{1}{2} \times \text{نصفه} \times \text{نصفه} \times \frac{1}{180} \times 140 = 143,49$
 المساحة الكلية = $\pi \times 80^2 = 20108,8$
 المساحة الباقية = $20108,8 - 143,49 = 20065,31$ سم^٢

(١٨) سلم إطفاء طوله ٢٨ م. يستند بطرفه العلوي إلى قمة حائط عمودي وبطرفه السفلي إلى أرض أفقية بحيث يبعد طرفه السفلي عن الحائط العمودي بمقدار ١٠ م. احسب قياس زاوية ميل السلم على الأرض وارتفاع الحائط العمودي.



ارتفاع الحائط = $\sqrt{28^2 - 10^2} = 26,8$ م
 قياس الزاوية = $\sin^{-1} \left(\frac{26,8}{28} \right) = 70,4^\circ$

(١٩) * في الشكل المقابل، يقع مركز كل دائرة على الدائرة الثانية، وطول نصف قطر كل من الدائرتين يساوي ١٠ سم. أوجد محيط المنطقة المظللة.



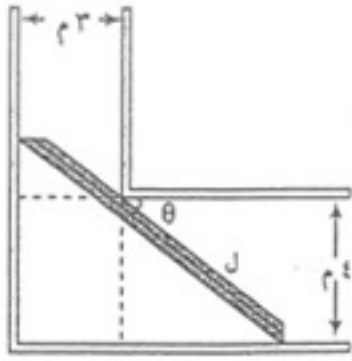
الزاوية المركزية = 100°
 المساحة المظللة = $2 \times \left(\frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{100}{180} - \frac{1}{2} \times 10 \times 9,9 \right) = 61,8$ سم^٢

(٢٠) في الشكل المقابل، أوجد محيط ومساحة المنطقة المظللة إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ سم.



المساحة = $\frac{1}{2} \times \text{نصفه} \times \text{نصفه} \times \frac{1}{180} \times 90 = 4,57$ سم^٢
 المحيط = $2 \times 4 + 2 \times 4,57 = 11,14$ سم

تمارين إثرائية



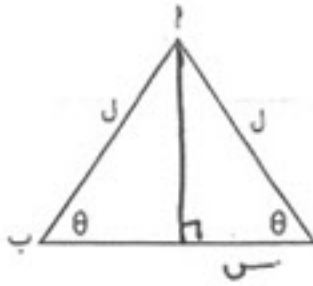
(١) يبين الشكل المقابل سلمًا بوضع أفقي يُراد نقله بين ممرتين.

عرض أحد الممرين ٣ أمتار وعرض الآخر ٤ أمتار.

أوجد طول السلم ل بمعلومية θ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{\cos \theta} &= l \\ \frac{4}{\sin \theta} &= l \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3}{\cos \theta} = \frac{4}{\sin \theta} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}$$

(٢) Δ أ ب ج متطابق الضلعين.

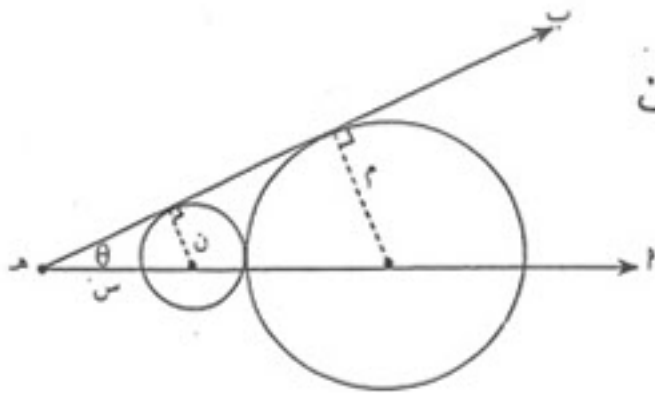


أثبت أن مساحة هذا المثلث تساوي $l^2 \sin \theta \cos \theta$.

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times BC \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times l \sin \theta \times l \cos \theta = \frac{1}{2} l^2 \sin \theta \cos \theta$$

(٣) في الشكل المقابل أثبت أن:



$$\left. \begin{aligned} \frac{n-m}{n+m} &= \cos \theta \\ \frac{n}{n+m} &= \cos \theta \\ \frac{n-m}{n+m} &= \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{n-m}{n+m} = \cos \theta \Rightarrow \frac{n-m}{n+m} = \frac{n}{n+m} \Rightarrow n-m = n \Rightarrow m=0$$

$$\frac{n-m}{n+m} = \cos \theta \Rightarrow \frac{n-m}{n+m} = \frac{n}{n+m} \Rightarrow n-m = n \Rightarrow m=0$$

$$\frac{n-m}{n+m} = \cos \theta \Rightarrow \frac{n-m}{n+m} = \frac{n}{n+m} \Rightarrow n-m = n \Rightarrow m=0$$

$$\frac{n-m}{n+m} = \cos \theta \Rightarrow \frac{n-m}{n+m} = \frac{n}{n+m} \Rightarrow n-m = n \Rightarrow m=0$$

(٤) في الشكل المقابل، أثبت أن:

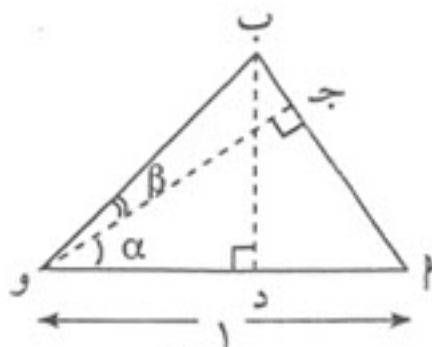
(أ) مساحة Δ و Δ = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$.

$$\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

(ب) مساحة Δ و Δ = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$.

$$\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$



$$\text{مساحة } \Delta = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

(ج) مساحة Δ و $\frac{1}{2} \times \text{وب} \times \text{جا} (\beta + \alpha)$

مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \times \text{وب} \times \text{جا} (\beta + \alpha)$

$$\frac{1}{2} \times \text{وب} \times \text{جا} (\beta + \alpha) = \frac{1}{2} \times \text{وب} \times \text{جا} (\beta + \alpha)$$

(د) $\frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} = \text{وب}$

$\frac{\text{جنا}}{1} = \alpha$

$$\frac{\alpha}{\text{جنا}} = \frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} = \text{وب} \therefore \frac{\alpha}{\text{جنا}} = \text{وب}$$

* (هـ) $\text{جا} (\beta + \alpha) = \text{جا} \alpha \text{ جتا} \beta + \text{جتا} \alpha \text{ جا} \beta$

$$\frac{\alpha}{\text{جنا}} = \text{وب} \quad \text{جتا} \alpha = \frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} \quad \frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} = \text{وب}$$

$$\frac{\alpha}{\text{جنا}} = \text{وب} \quad \text{جتا} \alpha = \frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} \quad \frac{\text{جنا}}{\text{جنا}} = \text{وب}$$

(هـ) إذا كان $\text{جتا} \alpha = \text{ظا} \beta$ ، $\text{جتا} \beta = \text{ظا} \alpha$ حيث α, β هما قياسا زاويتين حادتين، فأثبت أن $\text{جا} \alpha = \text{جا} \beta$.

$$\frac{\text{جا} \alpha}{\text{جنا}} = \frac{\text{جا} \beta}{\text{جنا}} \quad \frac{\alpha}{\text{جنا}} = \frac{\beta}{\text{جنا}} \quad \therefore \text{جا} \alpha = \text{جا} \beta$$