دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
الأسئلة في 12 صفحة
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلـة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0}\ \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

$\lim_{x\to 0}\ \frac{x^2}{1-cosx} = \lim_{x\to 0}\ \left(\frac{x^2}{1-cosx}\cdot\frac{1+cosx}{1+cosx}\right)$	1
$= \lim_{x\to 0}\ \frac{x^2(1+cosx)}{1-cos^2x}$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0}\ \frac{x^2}{sin^2x}\ \cdot\ (1+cosx)$	1
$= \lim_{x\to 0}\ \left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot\ (1+cosx)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0}\ \left(\frac{x}{sinx}\right)^2\ \cdot\ \lim_{x\to 0}\ (1+cosx)$	1
$= \left(\lim_{x\to 0}\ \frac{x}{sinx}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to 0}\ 1+\lim_{x\to 0}\ cosx\right)$	$1\frac{1}{2}$
$= (1)^2\ \cdot\ (1+1)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \quad 2$	$\frac{1}{2}$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

تابع السؤال الأول : **(7 درجات)**

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

y' (1

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$	$\frac{1}{2}$

بالاشتقاق الضمني

$2 \cdot \frac{1}{2} y^{\frac{-1}{2}} y' + y' = 1$	3
$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$	$\frac{1}{2}$
$y'(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1) = 1$	$\frac{1}{2}$
$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$	$\frac{1}{2}$
$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$	1

بالتعويض بـ (1 ، 3)

$\therefore\ y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$	1

$\therefore$ ميل المماس = $\frac{1}{2}$

2017-2018

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

(7 درجات)

الحل :

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

$f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$	
$=\dfrac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$=\dfrac{\lvert x\rvert\ \sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$	$\frac{1}{2}$
عندما $x>0$ يكون $\lvert x\rvert=x$	$\frac{1}{2}$
$=\dfrac{x\ \sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$	$\frac{1}{2}$
$=\dfrac{\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}\quad : x\neq 0$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim\limits_{x\to\infty}(2-\frac{1}{x})=\lim\limits_{x\to\infty}2-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=2-0=2\ ,\ 2>0$	1
$\therefore \lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=1+0=1\ ,\ 1\neq 0$	1
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{(1+\frac{1}{x})}=\dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$ — $\frac{1}{2}$

∴ العدد الآخر هو $20 - x$ — $\frac{1}{2}$

∴ حاصل ضربهما هو :

$f(x) = x\,(20 - x)$ — 1

$f(x) = 20\,x - x^2$

$f'(x) = 20 - 2x$ — 1

بوضع $f'(x) = 0$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore 20 - 2\,x = 0$ — $\frac{1}{2}$

$x = 10$

∴ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

$f''(x) = -2$ — 1

$f''(10) = -2\ , \qquad -2 < 0$ — $\frac{1}{2}$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$ — $\frac{1}{2}$

∴ العدد الأول هو : $x = 10$ — $\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$ — $\frac{1}{2}$

∴ العددان هما 10 و 10

وزارة التربية
2017-2018

السؤال الثالث:

14

(9 درجات)

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = -3x^2$

نضع $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ -3x^2 = 0$

$x = 0$

$f(0) = 1$

2017-2018

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ $(0,1)$ نقطة حرجة

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f'

1

$-\infty$ 0 ∞

إشارة f'	$---$	$---$
سلوك الدالة f	∞ متناقصة ↘	متناقصة ↘ $-\infty$

$\frac{1}{2}$ الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

نضع $f''(x) = 0$

1 $-6x = 0 \rightarrow x = 0$

$f(0) = 1$

$-\infty$ 0 ∞

إشارة f''	$+++$	$---$
التقعر	$\cup$ تقعر لأعلى	$\cap$ تقعر لأسفل.

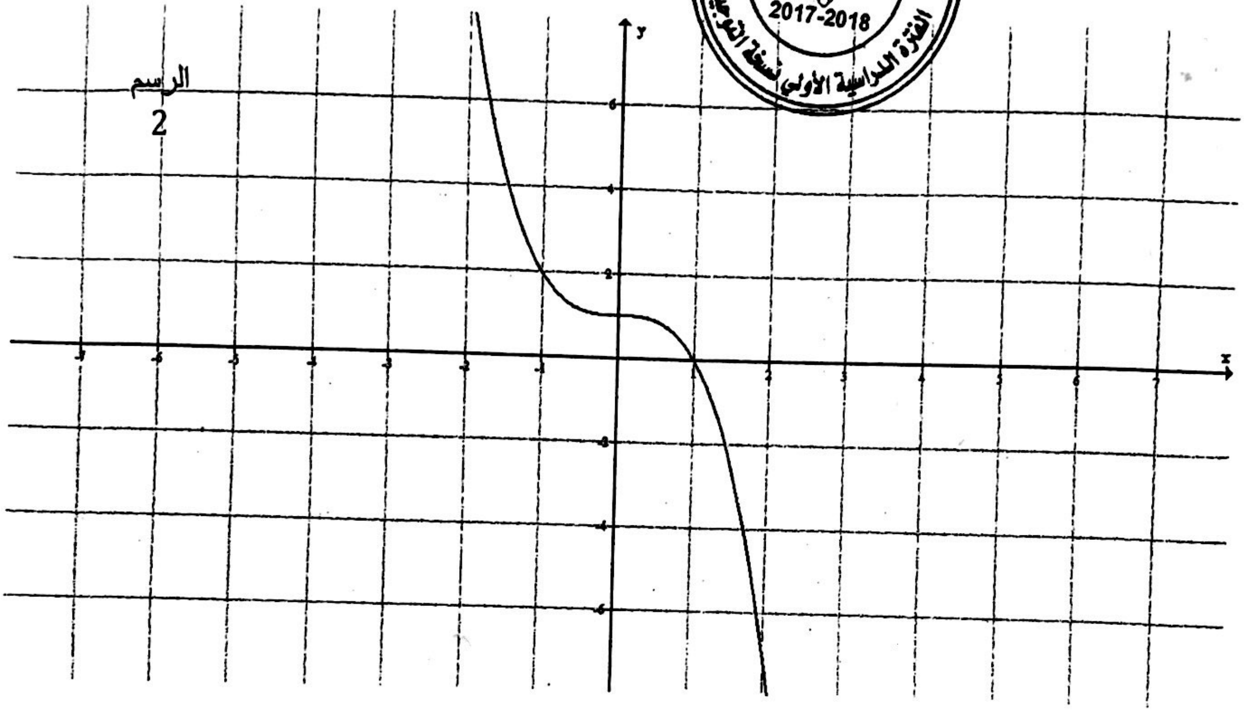
$\frac{1}{2}$ $(0,1)$ نقطة انعطاف

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

وزارة التربية
2017-2018

الرسم
2



تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) $\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

$\because n = 25$

درجات الحرية $n - 1 = 25 - 1 = 24$ — $\frac{1}{2}$

$\because$ مستوى الثقة $1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.50 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t : $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$ — 1

هامش الخطأ : $\mathrm{E} = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$ — 1

2) فترة الثقة : $(\bar{x} - E\, , \bar{x} + E\,)$ — 2

$= (15 - 4.128\, , 15 + 4.128)$

$= (10.872\, , 19.128)$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$ **(7 درجات)**

الحل :

بفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)} \;:\; g(x) = 4 - x^2$ $\frac{1}{2}$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$ $\frac{1}{2}$

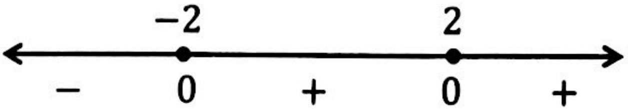
$4 - x^2 \geq 0$ $\frac{1}{2}$

المعادلة المناظرة $4 - x^2 = 0$ $\frac{1}{2}$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$x = 2$ أو $x = -2$ $\frac{1}{2}$

2017-2018



$\frac{1}{2}$

مجال الدالة هو : $[-2,2]$ 1

$\because\; g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2,2]$ ، 1

g متصلة على $[-2,2]$ 1

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[-2,2]$ 1

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

مجال f : $D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

$f(2) = 2 - 2 = 0$ $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_-(2) = \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ $\frac{1}{2}$

$= \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$ $\frac{1}{2}$

$= \lim\limits_{x \to 2^-} (x + 2) = 4 \quad \rightarrow \quad (1) \quad ,$ $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_+(2) = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ $\frac{1}{2}$

$= \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x-2)}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$= \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x+2}{x} = 2 : \lim\limits_{x \to 2^+} x = 2 \neq 0$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because f'_-(2) \neq f'_+(2)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore f'(2)$ غير موجودة

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

مجال f' هو $\mathbb{R} - \{2\}$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

2017-2018

(1) $$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^2}\ -\ x}{x} = -2$$

---

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ ومن خلال دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\overline{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإن حجم العينة : $n = 20$

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(3) $$\lim_{x\to 2^-}\left(\frac{3}{x-2}\right)^5 =$$

(a) 0 (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

---

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y

(a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط
(c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

---

(5) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي :

(a) $(3,0)$ (b) $(1,0)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(2,1)$

---

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : \ x \geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن

(a) $\lim_{x\to2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x\to2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim_{x\to2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

---

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 1$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 1$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

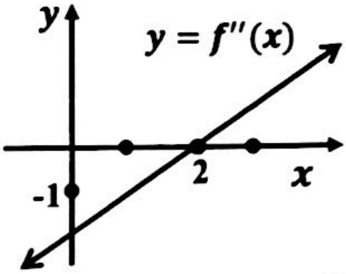
(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-1}$ (d) $|g(x)|$

2017-2018

---

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرأ لأسفل في الفترة



(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(0, \infty)$ (c) $(0, 2)$ (d) $(2, \infty)$

---

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

---

(10) إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5sin^{-6}x\,cosx - 3cos^2x\,sinx$ (b) $5sin^{-6}x\,cosx + 3cos^2x\,sinx$

(c) $-5sin^{-6}x\,cosx + 3cos^2x\,sinx$ (d) $-5sin^{-6}x\,cosx - 3cos^2x\,sinx$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

(3)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(8)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

الدرجة: ....

14