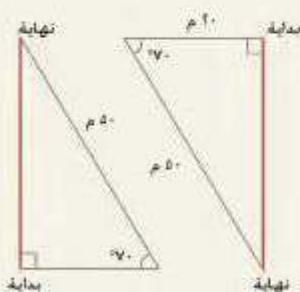




وزارة التربية



كتاب الطالب



النصف الثامن
الفصل الدراسي الثاني



الرياضيات

kuwait.net
منتديات ياكويت

الرياضيات

الصف الثامن
الفصل الدراسي الثاني

كتاب الطالب

اللجنة الإشرافية لدراسة وموازنة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القحطان (رئيساً)

أ. حسين علي عبد الله
أ. حصة يونس محمد علي
أ. فتحية محمود أبو زور

الطبعة الأولى
١٤٣٣ - ١٤٢٢ هـ
٢٠١٢ - ٢٠١١ م

فريق عمل دراسة وموافقة كتب الرياضيات للصف الثامن
أ. اعتدال محمد أحمد البحر (رئيساً)

أ. محمد عبد العاطي حجاج أ. غدير عيد إرتيبان العجمي
أ. يحيى عبد السلام عقل أ. خبيبة روضان الشمرى

دار التَّرَبُّوَيْن House of Education على.م.م. وبرسون إبِوكِيشن ٢٠١١

© جميع الحقوق محفوظة: لا تجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو تصويره أو تخريمه أو تسجيله
بأي وسيلة دون موافقة خطية من الناشر.

الطبعة الأولى ٢٠١١



صاحب السمو^م صاحب الامر^م الملك^م سلطان^م
 Amir of the State of Kuwait



سمو الشيخ ناصر الجابر الصباح

في عهده دولة الكويت

مقدمة

في ضوء ما شهدته السنوات الأخيرة من طفرة هائلة في المستحدثات التكنولوجية المرتبطة ب مجال التعليم، كان على منظومة التعليم مستوياتها وعناصرها المختلفة بمولدة الكويت أن تتأثر بهذا التطور، فحرصت وزارة التربية على تطوير مناهج العلوم والرياضيات ليصبح قادرة على استيعاب التغيرات التربوية والعلمية الحديثة ولما كان من الضروري أن يعايش المتعلم المعلومات المتقدمة من مصادر تزعد عن المقرر، وأن يستعد لآداء دور فاعل في أي موقع من مواقع العمل الوظيفي، ويصلح مع آفائه حياة الأمان والقدرة والتماء، فيتحقق للوطن المكانة التي يرجوها بين دول العالم وكان على النظم التعليمية أن تعيد النظر في المناهج لإعداد الأبناء بالكفايات الالزمة والمهارات المتنوعة المستحببة لكل تغيير في هذه الحياة عندئذ كفل المنهج الجديد تغيير دور المتعلم، نتيجة لهذه المستحدثات، ليخرج من حيز التلقى إلى دائرة التفاعل الناشط، والمشاركة في الموقف التعليمية، عندما يبحث ويقارن ويستنسط ويعامل بنفسه مع المواد التعليمية، حتى يسهم في تحقيق الاكتفاء الذاتي لوطنه اقتصادياً واجتماعياً وثقافياً، وسد حاجاته من العمالة الوطنية في مختلف المجالات

لقد أتاح المنهج الجديد للعلوم والرياضيات للمتعلم الارتباط بالبيئة من خلال طبيعة الأنشطة التعليمية، واكتساب الطلاب مهارات التعلم الذاتي وغيره من معرفة وتحصيلها استجابة لأهداف المنهج الرئيسية.

ولقد انضم التغيير أهداف المنهج ومحنواه وأنشطته، وطرائق عرضها وتقديمها وأساليب تقويمها، ضمن مشروع التطوير

وكان اختيار هذه السلسلة من المنهج بصورة تتماشى مع الاتجاهات التربوية الحديثة في التعليم والتعلم، وتراعي المعايير الدولية في تعليم العلوم والرياضيات. وإن كانت هذه السلسلة لم تغفل دور أولي الأمر في عملية التعليم، فإنها ركزت على دور المعلم، حيث يسهل عملية التعليم، لطلابه ويصمم بيته التعليم، ويشخص مستويات طلابه، ويسهل لهم صعوبات المادة العلمية، فتزداد معايير الجودة التعليمية، والآن نطرح بين أيديكم هذه الجموعة من كتب العلوم والرياضيات الجديدة التي تتضمن كتاباً للمتعلم وأخر للمعلم، وكراسة لأنشطة، من إعداد ذوي الكفاءات العالمية والخبرات المنتظرة، أملأ في الوصول إلى الغايات المرجوة من أقرب طريق إن شاء الله.

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

أ. مرمر محمد الوتيد

المحتويات

١٢	الوحدة السادسة: الأنماط الجبرية
١٣	مشروع الوحدة
١٥	الوحدة السادسة (أ) : المقاييس الجبرية
١٦	٦ - ١ التوابع والمتغيرات
٢٠	٦ - ٢ قواعد الأسس
٢٥	٦ - ٣ كثيرات الحدود
٣١	٦ - ٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها
٣٩	٦ - ٥ ضرب كثيرات الحدود
٤٥	٦ - ٦ قسمة كثيرة حدود على حد جبري
٤٨	الوحدة السادسة (ب) : تحليل المقاييس الجبرية
٤٩	٦ - ٧ العامل المشترك الأكبر (ع.م.)
٥٤	٦ - ٨ التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر
٥٨	٦ - ٩ تحليل الفرق بين مربعين
٦٤	مخطط تظيلي للوحدة السادسة

٦٧	الوحدة السابعة: حل المعادلات والمتباينات
٦٨	مشروع الوحدة
٦٩	الوحدة السابعة (أ) : المعادلات
٧١	٧ - ١ حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد
٧٥	٧ - ٢ حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل
٧٩	الوحدة السابعة (ب) : حل المتباينات
٨٠	٧ - ٣ العلاقة بين المعادلات والمتباينات
٨٤	٧ - ٤ حل متباينات من الدرجة الأولى
٩٠	مخطط تظيلي للوحدة السابعة

المحتويات

الوحدة الثامنة: هندسة المثلثات	٩٢
مشروع الوحدة	٩٣
الوحدة الثامنة (١): تطابق المثلثات	٩٥
١- تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع	٨
٢- تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بينهما	٨
٣- تطابق مثلثين بزاويس وضلع واحد بين رأسيهما	٨
٤- تطابق مثلثين قائمي الزاوية	٨
مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة	١١٥
الوحدة التاسعة : الأشكال الرباعية	١١٦
مشروع الوحدة	١١٧
الوحدة التاسعة (١): الأشكال الرباعية	١١٨
١- خواص الأشكال الرباعية	٩
٢- متوازي الأضلاع	٩
٣- الكثيف عن متوازي الأضلاع	٩
٤- الكثيف عن متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة	١٣٧
مخطط تنظيمي للوحدة التاسعة	١٤٥

المحتويات

١٤٦	الوحدة العاشرة: العد والاحتمال
١٤٧	مشروع الوحدة:
١٤٩	الوحدة العاشرة (أ): العد
١٥٠	١ - طرق العد
١٥٠	٢ - التباديل والتربينات
١٥١	٣ - اختيار مجموعة
١٥٢	الوحدة العاشرة (ب): القرصنة والاحتمال
١٥٣	٤ - الترجح والعدالة
١٥٤	٥ - قضاء العينة
١٥٥	٦ - الاحتمال
١٨٤	مختلط تطبيقي للوحدة العاشرة

الوحدة السادسة

الأنماط الجبرية

Algebraic Patterns

العلوم

لتحويل درجة الحرارة من درجة فهرنهايت
إلى درجة مئوية نطرح 32 ونضرب الناتج
في $\frac{5}{9}$ ، علمنا بأن درجة الحرارة الواحدة
التساوية في كلا المقاييس هي 1° .



شعوب العالم

وضع التجار في القرن الخامس عشر قالوا
يستخدم لتحديد ثمن كتبه معينة من كل
سلعة من السلع المختلفة، حيث يمكن للناتج
براسمه حساب وحدة الثمن حيث تساوي
 $\frac{\text{التغير في الكتبة}}{\text{التغير في السعر}}$ ثم ضرب الناتج في الكتبة
التي يشتريها المستهلك.



تسليمة

تقوم الهيئات الرياضية باختيار فرق الألماط
المؤلفة من رياضيين محترفين، ويستخدم
القوانين لتحليل أداء الرياضيين ومعرفة أي
الفرق أفضل في رياضة الركض. يستخدم
القانون: $z = A(t)$ المقيّم أداء المداركين
حيث A تم كمبّيات ثابتة، t الزمن المستغرق
بالدقيق، z المسافة بالأمتار.



النكراد وخصائصه الأساسية

يمكن حساب قيمة كثافة الحدود بتعويض المتر بالграмм
المطردة

يستخدم ضرب الأساس وقسمتها في ضرب وحدات الحد
أو الأعداد المكتوبة في الصورة العلمية.

لجمع كثارات الحدود ينبع الحدود الشاشية وتطرح بجمع
مذكوسها الجمعي

يستخدمتحليل الأعداد إلى عواملها الأولية لإخراج العامل
ال المشترك الأكبر بينهما ويتم تحليل كثارات الحدود بإخراج
العامل المشترك الأكبر

يستخدم تحليل الفرق بين مربعين للتحليل إلى عوامل

الدراسات الاجتماعية

يستخدم رجال الأعمال الرسم البياني لبيان
اتجاهات الأرباح والخسائر لشركاتهم



مشروع الوجهة

الشكل
الثانية
الثالثة

أنت تردد شراء حاجيات ترغب بها ولكن
سوف تدفع ثمنها من مصر وفوك الخاص. ماذا
ستفعل؟ أنت بحاجة إلى توفير المبلغ المطلوب.
إن وضع ميزانية بسيطة بين أسبوعياً يصلع الذي
صرفه والصلع الذي ادخرته، وتساعدك على
توفير ما تحتاج إليه. وأنت تعمل في هذا المشروع
سوف تستخدم أنماطاً وعمادات شديدة المعانع
التي ستتفقها والبالغ التي ستدركها أسبوعياً.
سوف تعرض هذه الميزانية باستخدام رسماً
بيانياً مناسباً.

الفنون والعلوم

تولد أنماط الكسربيات من اقسام شكل
معين بشكل دوري تبعاً لنظام محدد. بين
الصورة أدناه كسربيات موجودة في النبات



قراءة المسألة

عادةً ما توجد أكثر من طريقة لحل مسألة ما. عندما تحل مسألة ما، قد تجد خطة واحدة للحل تسرّع بشكل أسهل من الطرق الأخرى. فاختيار إستراتيجية سهلة للعمل بها هو جزء مهم لإيجاد حل جيد للمسألة.

التركيز على حل المسائل

كل من المسائل التالية لها إجابة. لكن الإجابة ليست صحيحة تماماً وضح ما إذا كانت الإجابة "قريبة بشكل كافٍ" أو "أقل بكثير" أو "أكثر بكثير" من الإجابة الصحيحة. ثم اشرح لماذا.

- ١ أعلى جبل في العالم هو جبل **إيفرست**, حيث يصل ارتفاعه إلى **٨٨٤٨** متراً ويقع على حدود الصين والنيبال. بينما يمد جبل **أكورنكا جوا** أعلاه جبل في أمريكا حيث يقل ارتفاعه بمقدار **١٨٢٧** متراً عن ارتفاع جبل إيفرست. ما هو ارتفاع جبل **أكورنكا جوا**؟
الإجابة: **٥٠٠** متراً.
- ٢ طول الطريق بالقطار من المدينة **إلى المدينة** **١٠٠** كم، وطول الطريق من المدينة **إلى المدينة** **٦٤٣١** متراً.
يلغى ارتفاع جبل **كانشيجونجا** على الحدود بين نيبال وسikkim **٤** أشار أقرب من ضلع ارتفاع قمة بائك في كوكورادو. إذا كان ارتفاع قمة بائك **٤٣٠** متراً، فكم يبلغ ارتفاع جبل **كانشيجونجا**?
الإجابة: **٩٠٠** كم.
- ٣ يبلغ مرتب مدير أحد الشركات سرياً **٤٨٠٠٠** دينار، ومرتب أحد أساتذة الجامعة أقل منه بمقدار **٢٠٠٠** دينار في الشهر. كم يبلغ إجمالي مرتب أساتذة الجامعة في السنة؟
الإجابة: **٣٠٠٠** متراً.
والباقي شارك في المليون.



الوحدة

السادسة (١)

المقادير الجبرية

Algebraic Expressions

ما الذي جاء أولاً؟

عندما نفكّر في الحيوانات الموجودة اليوم والتي الحدثت مباشرةً من الديناصورات، فربما نفكّر في التمساح والسمال وتنين الكومودو komodo ووحيد القرن، لكننا غالباً ما لا نفكّر في الطيور.

أقدم أحقرورة لطير كانت للأركوبيركس Archaeopteryx

الذي كان يعيش منذ حوالي 140 مليون عام، كانت له أجنحة

وريش، وبهالب، وأستان، وذيل يشبه ذيل الديناصور

بالكلاد كان يستطيع الطيران، وربما تسقّف الأشجار، وطيور اليوم

تحلّف كذلك في شكلها وتكونتها من العامة إلى طائر البطريق

إلى البرية ذات الحمر، إلى الظواهر. للذ منع الحال سعاده،

الطيور الرؤا وقدرات، لنا فقط أن نحلم بها.

١ في رأيك ما الذي يميز الطيور عن الثدييات الأخرى؟

٢ كم عاشت الطيور على الأرض قبل الإنسان؟

٣ يقول صمويل باتل إن الدجاجة هي وسيلة البعثة

لعمل بعض أكثر، فهل توافقه الرأي؟



١-١

الثوابت والمتغيرات Constants and Variables

صلة الدرس سبق أن استخدمنا المتغيرات لمساعدتنا في حل أنواع كثيرة من المسائل، والأآن سوف تعرف عن كثب المتغيرات والثوابت.

- سوف نتعلم
- تحديد المتغيرات والثوابت

استكشاف الثوابت والمتغيرات



درس عن الطيران

ذكر في كل من الأعداد التالية، تكون جدولًا يوضح الأعداد التي يمكن أن تتغير وتلك التي تظل دائمًا كما هي:

- عدد أربيل ذيابية المنزل العادمة.
- كمية الطعام التي تأكلها ذيابية المنزل في يوم واحد.
- المسافة التي تطيرها ذيابية المنزل في ساعة.
- وزن ذكر ذيابية المنزل.
- عدد أحجحة ذيابية المنزل العادمة.
- أخف إلى جدولك أعدادًا أخرى لها علاقة بالذباب. ضئر على الأقل عدداً واحداً لا يتغير وعدد آخر يمكن أن يتغير.
- أعط القيمة الفعلية لأي عدد في الفقرة (٦) والتي تعرفها. ماذا تلاحظ في هذه الأعداد؟



من الاستخدامات

الكميات التي تقامس باختبارات طبية هي متغيرات يمكن أن تستخدم لتشخيص الأمراض.

تعلم الثوابت والمتغيرات

الكتيبة هي أي شيء يمكن أن يقاس بواسطة عدداً. قعدد المستبررات في الدرس وعدد الحشرات على ورقة شجرة هما كميات. القيمة في أولى هاتين الكميتيين هي ١٠ مستبررات وهي كمية ثابتة، والقيمة الثانية قد تكون حشرة واحدة على ورقة شجرة أو غير ذلك أي أنها كمية متغيرة.

المصطلحات الأساسية	
ثابت	Constant
متغير	Variable

يمكن أن يتغير — متغير
ثابت



ثائباً ١٠ سم ← ثابت

كما لاحظت، الكميات التي يمكن أن تتغير قيمتها تسمى متغيرات والكميات التي لا يمكن أن تتغير قيمتها تسمى ثوابت



二〇

اذکر ما اذا كانت سلسلة متتالية ذات مقدمة

- ٤) عند المرات التي ترتفع فيها الفراشة بجناحيها في
الارتفاع.

الحل: عدد رفرفة جناحى الفراشة في الدقيقة يمكن أن يتحقق، للملائكة فإن هذه الكمية ممكنة.

- ٢- عدد قرون استشعار القراءة

الحل - عادة ما ي

الناظر والتداخل بالعلم

يحتوي سرب الجراد على ٢٨
بلدان حادحة ونحوها ٧٠

* اذکر ما ایسا کانت کا کمسہ بتھے ؟ ام ثانیہ

- ١ وزنك .
٢ عدد الاستثمارات في المتر .
٣ عدد الأنصاف في السرير .
٤ عدد الحراد في الدبات .

بالرغم من أن المتغيرات يمكن أن تأخذ قيماً مختلفة، إلا أنه يمكنك أن تقوم بمحضن بعضها على مدار يوم، من الفعلة لكتلة الكائنات.

三

لكل كمية غير غير المفترض باستخدام الحروف ثم هذه المدى لقسم سعيم له

- ٢ طول حشرة صرصور الليل**
الحل: ليكن طول الحشرة = H . بقيمة بالمسطرة، يمكن أن تقدر أن طول حشرة صرصور الليل يقع بين ۱ و ۴ سنتيمترات

٣ عدد الامثليات في كتاب الألطفا

الحل: ليكن عدد الصفحات = ع، معظم كتب الأطفال تحتوي على صفحات
كتاب واجهات: ١٠ و ٣٠ صفحة

حاول أن تحل

* لكل كمية، غير عن التغبير باستخدام الحروف ثم حدد المدى لقيم معقولة.

- ١) الورقة الذي تستغرق للذهاب إلى المدرسة
٢) مدى اتساع جناحي فرشة

حقوق من فهمك

٩ أشرح الفرق بين الكميّات المتغيّرة والكميّات الثابتة.





المرشد حل المسائل (١-١)

لبعض الأنواع من الحيوانات العدد نفسه من الأرجل، وبعضها الآخر أعداد مختلفة. أي الكمييات التالية تكون ثابتة وأيها يكون متغيرة؟

- ١. الحشرة المتسلقة للأشجار لها ٦ أرجل مثل باقي الحشرات.
- ٢. السكك النجمية من الممكن أن يكون لها على الأكبر ٠ ٤ غراماً (معنفة).
- ٣. الهدباد له رجلان كباقي الطيور.

أفهم

- ١. ما نوع الكمييات التي قيمتها لا تتغير؟
- ٢. ما نوع الكمييات التي قيمتها قد تتغير؟

خطط

- ١. في كل من السؤالين (١)، (ج)، هل يوجد اختلاف بين النوع وبالتالي الأمواج؟
- ٢. في السؤال (ب) هل النوع يكون كباقي الأمواج؟

حل

- ١. ما الكمييات الثابتة وما الكمييات المتغيرة؟
 - ١. عدد أرجل الحشرة.
 - ٢. عدد أذون السكك.
 - ٣. عدد أرجل الهدباد.

تحقق

- ١. كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟

حل مسالة أخرى

- ١. هل عدد أرجل النفال ثابت أم متغير؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

- ١ حل المسائل: في إحدى المناسبات، أقامت المدرسة حفلًا مسرحيًّا، وكان من المترافق حضور ٢٠٠ شخص لمشاهدة الحفل، ولكن نظرًا للهبوط عاصفة رملية يتوقع أن يحضر الحفل حوالي ١٠٠ شخص.
- ٢ اذكر كيبيين ترتيطان بالحفل تعبران عن مغزيلين.

٣ اذكر كيبيين ترتيطان بالمسألة تبيان كما هنا:

- ٤ الهندسة: مساحة سطح المثلث $M = \frac{1}{2} قع$. ما الكيبيات التي تغير في هذا القانون، والتي تبقى ثابتة؟

- ٥ الدراسات الاجتماعية: في التحالات اتحاد الطلاب على مستوى المحافظة كان عدد الطلاب ٥٢ طالبًا، وكانت المحافظة (أ) في المحافظة يمثلها ١٧ طالبًا والمنطقة (ب) يمثلها طالب واحد، أما اتحاد الطلاب على مستوى الدولة فيمثل كل محافظة طلابًا. أي الكيبيات ثابتة: عدد الطلاب في كل منطقة في المحافظة أم عدد الطلاب الذين يمثلون المحافظة في اتحاد الطلاب على مستوى الدولة؟ ما هي الكيبية المتغيرة؟

- ٦ المجلة: (داركت السيارة متوجهًا إلى الورقة، هل سرعة السيارة تظل ثابتة أم متغيرة طوال الرحلة؟ هل متوسط السرعة أثناء الرحلة يكون ثابتاً أم متغيرًا؟ اشرح إجابتك.

إمكانيات حل المسائل

- اختر نمطًا.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



٤-٦

قوانين الأسس Laws of Exponents

صلة الدرس يتيح أن تعلم الأس، وأن سوف تعلم قوانين هذه الأس.

استكشف قوانين الأسس

بين المخطط تكاثر الخلايا الطلاقاً من الخلية الأولى، حيث ينبع عن كل خلية خلياناً وهكذا.

- ١ اكتب عدد الخلايا في كل مرحلة.
- ٢ اكتب كل عدد حصلت عليه على صورة الأساس ٢ وأأس مناسب.
- ٣ استخرج عدد الخلايا في المرحلة السادسة على صورة الأساس ٢ وأأس مناسب.
- ٤ أوجد قيمة $(2^1)^{16}$. ماذا تستنتج؟

تعلم قوانين الأسس

استناداً إلى ما تعلمه الطالب في مراحل سابقة، يمكن استخراج عدة قوانين تطبق على قوى الأعداد آخذين بالاعتبار قيم الأساس وقيمة الأس.

١ - لكل عدد غير صفرى (وعددين صحيحين، m يكون $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$)

مثال (١)

أوجد ناتج ما يلي:

$$1) A \times A^8 = A^{1+8} = A^9$$

الحل

$$1) 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 2^1 \times 2^2 = 2^{1+2} = 2^3$$

$$2) A = A^1 \quad A = A^1 \times A^0 = A^1 \times 1 = A^1$$

سوف تعلم
قوانين الأس

من الاستخدامات

• تستخدم الأس في الأشعة
البيضاء (أشعة X) في مجال
الطب، حيث يبلغ طول
الموجة التي تخترق الجلد
 حوالي 10^{-10} متر.



المصطلحات الأساسية

Exponent	أس
Base	أساس
Power	قوى



حاول أن تحل

أوجد الناتج

4×4

٢ - لكل عددين غير صفررين a, b وعدد صحيح m يكون $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

مثال (٢)

أوجد ناتج ما يلي

$7 \times (3^2 \times 7^2) \quad (1)$

الحل:

$$7 \times 1024 = 7 \times (1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1) = 7 \times 7^6 = 7^7 \quad (1)$$

$$7 \times (3^2 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 7^2) = 7^2 \times 3^2 = 49 \times 81 = 4039 \quad (2)$$

حاول أن تحل

أوجد الناتج بطرقين مختلفين

٣ - لكل عدد غير صفرى أو عددين صحيحين m, n يكون: $(a^m)^n = a^{mn}$

مثال (٣)

أوجد ناتج ما يلي

$(a^m)^n \quad (1)$

الحل:

$$(a^m)^n = a^{mn} = a^n \cdot a^m \quad (1)$$

$$7 \times (7^2)^3 = 7 \times 7^6 = 7^7 \quad (2)$$

هل تعلم؟

أن كل عدد غير الصفر مرتفعاً

إلى أنس الصفر يساوي دائناً.

حاول أن تحل

أوجد الناتج

$(a^m)^n \times (a^m)^p$

٤ - لكل عدد غير صفرى أو عددين صحيحين m, n يكون: $a^m + a^n = a^{m+n}$



مثال (٤)

أوجد ناتج ما يلي:

$$\frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} = \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}}$$

الحل:

$$\frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} = \frac{\text{ص} \times \text{ص}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص} \times \text{ص}}{\text{ص}} = \text{ص} \times \text{ص} + \text{ص} \times \text{ص} = \text{ص} \times (\text{ص} + \text{ص}) = \text{ص} \times 2\text{ص} = 2\text{ص}^2$$

حاول أن تحلز

أوجد الناتج:

$$2\text{ص}^2$$

٥- لكل عدد a , b عدد غير صافي, m عدد صحيح يكون: $\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{bm}$

مثال (٥)

أوجد ناتج ما يلي:

$$\frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} = \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}}$$

الحل:

$$\frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} + \frac{(\text{ص} \times \text{ص})}{\text{ص}} = \frac{2\text{ص}^2}{\text{ص}} = 2\text{ص} = 2\text{ص} \times 1 = 2\text{ص} \times \frac{2\text{ص}}{2\text{ص}} = \frac{2\text{ص} \times 2\text{ص}}{2\text{ص}} = 2\text{ص}^2$$

حاول أن تحلز

أوجد الناتج:

$$2\text{ص}^2$$

٦- لكل عدد غير صافي a , m عدد صحيح يكون: $\frac{1}{a} = \frac{m}{am}$



مثال (٦)

$$\text{أوجد ناتج ما يلي: } \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} = ?$$

الحل:

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{42}$$

$$\text{أوجد ناتج ما يلي: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = ?$$

حاول أن تحل

أوجد الناتج

$$\frac{(3 \times 2) \times (3 \times 2)}{9} = ?$$

مثال (٧)

يبلغ طول قطر الشمس حوالي $1,10 \times 10^9$ كم، ويبلغ طول قطر الأرض حوالي $1,226 \times 10^9$ كم.
أوجد نسبة طول قطر الشمس إلى طول قطر الأرض.

$$\text{الحل: } \frac{1,10 \times 10^9}{1,226 \times 10^9} = \frac{1,10 \times 1}{1,226} = 0,89$$

مثال (٨)

يقدر حجم الأرض بحوالي 10×10^18 كم^٣ وتقدير حجم كوكب المريخ بحوالي $10 \times 3 \times 10 \times 10^18$ متر^٣ من حجم الأرض.
ما حجم المريخ؟

الحل:

$$10 \times 3 \times 10 \times 10^18 = 30 \times 10^18 \text{ كم}^3$$

تحقق من فهمك

هل تساوى $(32)^2$ مع 912×2 قر.

هل تساوى $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ مع $\frac{a^2}{b^2}$ قر.

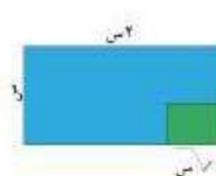


حل المسائل و التفكير المنطقي

١ يحتوي جسم الإنسان على $10 \times 64 = 640$ لتر من الدم في كل كيلوجرام من وزنه، ويحتوي كل لتر على حوالي 5×10^9 كريات دم حمراء. أوجد العدد التقريبي للكريات الحمراء في جسم شخص يبلغ وزنه 60 كيلوجراما.

٢ ينصح الأطباء بالانتظار مدة ٥٦ يوماً للترىع بالدم من جديد، حيث يتضمن حوالي $110 \times 24 = 2640$ كريات دم حمراء عند تبرعك بوحدة دم واحدة، ويتعجب جسم الإنسان على الأغلب حوالي 6×10^9 كريات حمراء في الثانية، ففي كم ثانية يتعجب جسم الإنسان خلايا الدم الحمراء التي قدمها عند تبرعه؟

٣ يحتوي كل لتر من الدم بين 40×10^9 و $100 \times 10^9 = 1000$ كريات دم بيضاء، التي تعتبر خط الدفاع الأول عن الجسم ضد الأمراض والالتهابات. اكتب نسبة هذين العددين في أبسط صورة.



٤ أوجد نسبة مساحة المربع الصغير إلى المستطيل في الرسم المقابل في أبسط صورة.

استراتيجيات حل المسائل	
• اختر تعطلاً.	
• نظم قائمة.	
• اعمل جدولًا.	
• خذن وتحقق.	
• اعمل بطريقة عكسية.	
• استخدم التفكير المنطقي.	
• ارسم تمثيلاً بيانياً.	
• حل مسألة أبسط.	



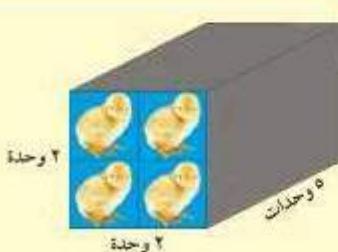
٣-٦

كثيارات الحدود Polynomials

صلة الدرس: سبق أن تعلمت التعبيرات الجبرية والمتغيرات والأسس، والآن سوق
تستخدمها في كثيارات الحدود.

- سوق تعلم
- إيجاد قيمة كثيارات الحدود.

استكشف كثيارات الحدود



- أوجد مساحة كل وجه مربع من الصندوق الموضح.
- أوجد مساحة الأوجه المستطيلة.
- أوجد المساحة الكلية للصندوق بجمع مساحات كل الأوجه.
- إذا كان طول ضلع الوجه المربع من وحدة، فاكتب تعبيراً يعطي المساحة السطحية للصندوق.
- كيف تغير المساحة الكلية بتغيير طول المربع؟ قنطر إجابتك.



المصطلحات الأساسية

- كثيارة الحدود
- Polynomial**
- حد
- وحيدة الحد
- ثنائية الحد (ذات الحدين)
- Binomial**
- ثلاثية الحدود
- Trinomial**
- درجة

تعلم كثيارات الحدود

كثيارة الحدود (الحدودية) هي تعبير جبري لجزء (يسمى حدّاً) أو مجموع أجزاء (حدود) بحيث يكون كل حد هو عدداً (موجياً أو سالباً) مضروباً في متغير أو في عدة متغيرات. وتكون أنسس المتغيرات أعداداً صحيحة غير سالبة فمثلاً:

$$\text{كثيارة الحدود: } -3x^3 - 1x^2 + 3x + 1$$

$$\text{الحدود: } -2x^3, -1x^2, 3x, 1$$

لاحظ أن: $x^3 + 1, x^2 + 7, x^2 - 4x + 7$ ليست كثيارات حدوة. لماذا؟



لبعض كثارات المحدود تسميات خاصة:

وحيدة العدة: س، ٢ س، ٣ س، ٤ س - لوحيدة المعدّة واحد.

ثنائية العدد (حدابية): ع، ٢ س، ٣ س - لام، ل - لثنائية العدد حدان.

ثلاثية العدد: س، ٣ س، ٤ س - س، ٣ س، ٤ س + لثلاثية العدد حدوه.

درجة كثرة المحدود ذات متغير واحد هي قيمة أعلى ألس الممتعبر يظهر في أي جملة.

٢ س، ٢ س، ٢ س - لام، ٣ س + س كثارات حدوه (حدوديات) من الدرجة الثالثة في س

س، ٤ س + ٣ س كثرة حدوه (حدودية) من الدرجة الثالثة في س

س، س، ٤ س كثارات حدوه من الدرجة الأولى في س

وحيدة العدد من الدرجة صفر

- ٢

يمكن أن توضح درجة كثرة المحدود ذات أكثر من متغير خلال الأمثلة التالية:

١ من س، ٤ س، ٣ س كثرة حدوه من الدرجة الثالثة في س

أو من الدرجة الخامسة في س

أو من الدرجة السابعة في س، ص

٢ من ص، ع، ٤ ع، ٣ ع كثرة حدوه من الدرجة الأولى في س

أو من الدرجة الثالثة في س

أو من الدرجة الخامسة في ع

أو من الدرجة الخامسة في س، ص، ع

نكتب كثارات المحدود بدءاً بالعدد الأعلى درجة، ثم الذي يليه وهكذا إلى اليمين، ويسمى ذلك كتابة كثرة العدد بترتيب تناظري فمثلاً:

نكتب س، ٣ س + ٢ س، ٥ س + ٤ س بترتيب تناظري هكذا: ٢ س، ٣ س + ٤ س، ٥ س + ١ س، ٦ س.

ويمكن كتابتها بترتيب تصاعدي هكذا: ٥ س + ٤ س، ٣ س + ٢ س، ١ س.

أمثلة

١ اكتب كثرة العدد س، ٢ س، ٦ س، ٤ س بترتيب تناظري، ثم حدد درجتها

الحل:

الترتيب التناظري لكتيرة العدد هو:

س، ٤ س، ٢ س، ٦ س

ولأن أعلى س هو ٦ تكون كثرة العدد من الدرجة الخامسة.



مقدمة

يمكن لأداة الرسم
السيامي مساعدتك في
حساب قيمة كثارات
الحدود.

١ اكتب كثيرة الحدود: $15 + 5x + 2x^2 - 7x^3 - 5x^4 - 3x^5 + 10x^6$ ،
بترتيب تنازلي ثم حدد درجةها

الحل:

الترتيب التنازلي لـ كثيرة الحدود هو:

$$15 + 10x^6 - 7x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + x^1 - 5x^0$$

حيث أعلى أنس هو 6 تكون كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة.

حاول أن تحل

٢ اكتب كثيرة الحدود من $x^2 - 4x - 5$ من $x^1 - 5x^0$ بترتيب تنازلي، ثم اكتبها بترتيب
تضاعدي، ما درجة كثيرة الحدود؟

يمكن حساب قيمة كثارات الحدود باستبدال المتغيرات بالأعداد المعطاة واستخدام
ترتيب العمليات لتبسيط التعبير.

أمثلة

٣ احسب قيمة $x^7 + x^5 - 3x^3 - 2x^2$.

الحل:

$$x^7 + x^5 - 3x^3 - 2x^2 = 4 + (-4) - (-1) + (-1) + (-1)$$

$$= 4 + 4 + 1 - 2 - 1 = 4$$

٤ يمكن كتابة حجم مكعب بالقاعدة l ، حيث l طول الضلع.
أوجد حجم المكعب الذي طول ضلعه:

٥ $3m$ **٦** 10 سم **٧** 2 دسم

الحل:

نعرض بالقيمة المعطاة لطول الضلع في القاعدة l :

٨ $l = 3\text{ دسم}$ ، حجم المكعب 27 سم^3

٩ $l = 10\text{ سم}$ ، حجم المكعب 1000 سم^3

١٠ $l = 2\text{ دسم}$ ، حجم المكعب 8 دسم^3



حاول أن تحلل

٢ احسب قيمة من π - من $\pi +$ من $\pi -$

عندما: من $= 0$ من $= 3$

مثال (٥)

يعطى حجم حوض ماء للطbor على شكل نصف كرة بالقاعدah $= \frac{2}{3} \pi r^3$ حيث
هي نصف قطره. أوجد حجم الحوض لكل طول نصف قطر سطح

$$م = ٣,٢,٠٢,٢٥$$

الحل: نعرض بالطية المسطحة لطول نصف قطر في القاعدة $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{3} \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٦٤ \times ٣ = ١٩٢$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2}{3} \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٣ \times ٤ = ١٢$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{2}{3} \times ٠٢ \times ٠٢ \times ٠٢ = ٠٠٧٢٨$$

معلومات إضافية
حجم الكرة = $\frac{4}{3} \pi r^3$

حاول أن تحلل

٣ يضع المهندسون المعاصرون على رؤوسهم عوداً على شكل نصف كرة أثناه
تجولهم في الورش. ما حجم الخوذة إذا كان طول نصف قطرها ١,٢ دسم؟

تحقق من فهمك

١ كيف تحلّل درجة كبيرة المحدود؟

٢ هل قيمة كبيرة المحدود: من $\pi +$ عندما من $= 3$ تساوي قيمتها عندما من $= 0$.
فأرجوك إجابتك





المرشد خل المسائل (٢-١)

في أحد مراكز الفضاء، صنع نموذج لمركبة فضائية كروية الشكل طول قطرها 47 مترًا تقريبًا . استخدم $\pi = 3,14$ للإجابة عن الأسئلة التالية:

١) استخدم المساحة $= \pi r^2$ ، حيث r = طول نصف قطر لإيجاد المساحة الكلية التقريبية للنموذج.

٢) استخدم $H = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حيث H = الحجم و r = طول نصف قطر لإيجاد الحجم التقريبي للنموذج.

الفهم

١) ما هو طول قطر النموذج؟

٢) وضع خطأً تحت قيمة π التي مستخدمناها.

٣) أكتب قانون المساحة الكلية والحجم

خطط

٤) ما هو طول نصف قطر النموذج؟

٥) أوجد قيمة π .

٦) أكمل المعادلة لإيجاد المساحة الكلية M =

٧) أكمل المعادلة لإيجاد الحجم H =

حل

٨) حل المعادلين في (٦)، (٧)

٩) المساحة السطحية (الكلية)

١٠) الحجم

تحقق

١١) لماذا أوجدت على " وهي" كخطوة أولى لحل المعادلين السابقين؟

حل مسألة أخرى

١٢) في أحد المتاحف، صالة عرض كروية الشكل طول قطرها 12 مترًا تقريبًا . استخدم $\pi = 3,14$ للإجابة عن الأسئلة التالية:

١) استخدم قانون المساحة الكلية للكرة لإيجاد مساحتها الكلية التقريبية.

٢) استخدم قانون حجم الكرة لإيجاد حجمها التقريبي.

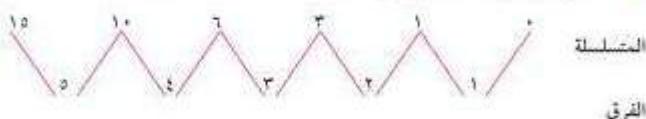


حل المسائل والتفكير المنطقي

المجلة: اعط بعض الأمثلة عن عبارات تتمثل كثیرات الحدود، وأمثلة أخرى لا تمثل كثیرات الحدود ووتحب السبب.

التفكير الناقد: صندوق كبير معه تماماً يصتاد في صغريرة لها الطول والعرض والارتفاع نفسه ولا يوجد فراغات في ما فيها. أوجد الحجم الإجمالي للصندوق الكبير.

التحليل الرياضي: يشكل الفرق بين حدود هذه التسلسلة نسقاً معيناً.



أوجد قيمة $\frac{2n^2 + 3n + 1}{n}$ ، إذا كانت $n = 1, 2, 3, 4$ لتشكل متسلسلة وحدد النمط الذي يشكله الفرق بين حدود المتسلسلة.

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر بخطأ.
- نظم قائمة.
- أصلح جدولًا.
- حذف وتحقيق.
- أصلح بطريقة عكستية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



٦-٤

جمع كثيارات الحدود وطرحها Adding and Subtracting Polynomials

صلة المدرس: سبق أن تعلمت عن كثيارات الحدود، والآن سوف تتعلم جمع كثيارات الحدود وطرحها.

- سوف تعلم
- جمع كثيارات الحدود.
- طرح كثيارات الحدود.

استكشف جمع كثيارات الحدود وطرحها

جمع ثقل الأسرة الأدوات المستخدمة: بلاطات الجير

من الاستخدامات

البلاطات الجيرية هي لساج تستخدم لإيصال مقاهم جرية ولها أشكال متعددة ولوthan وهي كما يلي:

- يستخدم مهندسو الكهرباء
- جمع الحدوديات عند إنشاء التوصيلات الكهربائية إلى المنازل والمصانع.

مربعات صغيرة: كل مربع يمثل العدد ۱



يمثل اللون الأصفر وحدات موجة ۱ =

يمثل اللون الأحمر وحدات سالبة -۱ =

الزوج الصغير هو: + ۱ - (۱) =

قطبان (أو مستطيلات): كل مستطيل يمثل متغيراً مرتفعاً إلى الأس ۲

المصطلحات الأساسية
حدود متباينة

- Like Terms
- Simplified
- متسط

يمثل اللون الأصفر المتغير من أوسن أو ...

يمثل اللون الأحمر المتغير - من أوسن أو ...

مربعات كبيرة: كل مربع كبير يمثل متغيراً مرتفعاً إلى الأس ۴

يمثل اللون الأصفر المتغير من أوسن ۱ أو ...

يمثل اللون الأحمر المتغير - من ۱ أو ...

ما التعبير الذي تتذبذبه البلاطات؟



ما التعبير الذي تتذبذبه البلاطات؟

ندرج مجموعتي البلاط بالأعلى، مستخدماً بلاطات الجيرية، خصم المجموعتين وأنزل الأزواج الصغرية، ما التعبير الذي يبقى؟

بلاطات الجير



احرج ما يمثل المجموعة الثانية من المجموعة الأولى، ما التعبير الذي يبقى؟

إذا أضفت بلاطات الجير، فهل تقسم بلاطات س مع بلاطات س؟ وهل تضم بلاطات س مع بلاطات الوحدة؟ كيف يمكنك تطبيق ذلك على جمع التعبيرات؟



تعلم | جمع كثيرات الحدود وطرحها

تذكرة من الدرس الأخير أن كثيرات الحدود تتضمن حدوة، **الحدود المتباينة** هي الحدوة التي لها المتغير نفسه مرتفعاً للأس نفسه.

٣ x^3 ، ٢ x^2 حدان متباينان لأنهما يتضمان المتغير من مرتفعاً للأس ٢، وأيضاً لهان ٤ x^3 ، ٨ x^2 حدان متباينان لأنهما يتضمان المتغير س مرتفعاً للأس ٢، ويسكن لهم الحدوة المتباينة كالتالي:

$$\begin{aligned} 3x^3 + (2 - 2x^2) &= (3 + 2 - 2)x^3 = 1x^3 = x^3 \\ 4x^3 + (8 - 4x^2) &= (4 - 8)x^2 = -4x^2 \end{aligned}$$

مثال (١)

اجمع كثيرات الحدود: ٥ x^5 + ٦ x^4 - ٣ x^3 - ٤ x^2 - ٣ x

العمل:

يمكن جمع كثيرات الحدود رأساً:

٢ x^5 + ٦ x^4 - ٣ x^3 - ٤ x^2 - ٣ x ترتيب الحدوة تنازلياً

- ٤ x^5 - ٣ x^4 - ٦ x^3 - ٣ x^2 - ٣ x تجمع الحدوة المتباينة أسفل بعضها

- ٢ x^5 - ٣ x^4 - ٦ x^3 - ٣ x^2 - ٣ x تجمع الحدوة المتباينة

ويمكن أيضاً جمع كثيرات الحدود أفقياً

(٥ x^5 + ٦ x^4) + (-٤ x^5 - ٣ x^4 - ٣ x^3)

= ٥ x^5 + ٦ x^4 - ٤ x^5 - ٣ x^4 - ٣ x^3 نكتب من دون أقواس

- (٤ x^5 - ٣ x^4) + (-٣ x^3) = (٥ x^5 - ٣ x^4) - (٤ x^5 - ٣ x^4) - ٣ x^3 ترتيب الحدوة وتجمع

- ٢ x^5 - ٣ x^4 - ٦ x^3 - ٣ x^2 - ٣ x الحدوة المتباينة

حاول أن تحل

● اجمع كثيرات الحدود: -٣ x^5 - ٤ x^4 + ٥ x^3 + ٣ x^2 - ٧ x .



أمثلة

لحل المسائل

عدد جمع المحدود المتشابهة تذكر في مس' كفاحات، من كبير قطارات، الأعداد الصحيحة كثمار موز، يسكنها فقط جمع النفاخ إلى النفاخ، والبرتقال إلى البرتقال



الحل:

يمكن جمع كثارات المحدود رأسياً:

$$\begin{array}{r}
 2\text{ مس}' - 4\text{ مس} - 8 \\
 1\text{ مس}' + 2\text{ مس} + 4\text{ مس} \\
 \hline
 3\text{ مس}' - 3\text{ مس} - 9
 \end{array}$$

نجمع المحددة المتشابهة أسلق بعضها

ويمكن أيضاً جمع كثارات المحدود أفقياً:

$$\begin{array}{r}
 2\text{ مس}' - 4\text{ مس} - 8 + (-\text{مس}') + (\text{مس}' - 4) \\
 - 2\text{ مس}' - 4\text{ مس} - 8 - \text{مس}' + 2\text{ مس} + 4 \\
 = 2\text{ مس}' - \text{مس}' + (-4\text{ مس} + \text{مس}') + (-8 + 4\text{ مس}) \\
 \text{نجمع المحددة المتشابهة}
 \end{array}$$

- مس' + (-مس') + (-9)

- مس' - 3 مس - 9

حاول أن تحل

أجمع $5\text{ مس}' + 2\text{ مس} - 4 - 5\text{ مس} - 2\text{ مس} - 6$.

$$\begin{array}{r}
 7\text{ مس}' + 4\text{ مس} - 4 \\
 \hline
 5\text{ مس}' + 2\text{ مس} - 6
 \end{array}$$

أوجد ثمرين المساحة أرضية حظيرة الدواجن الموضحة، وإذا فرض أن مس' 6 أميال، فما مساحتها؟

الحل:

لإيجاد مساحة الأرضية نجمع كثارات المحدود.

$$\begin{array}{r}
 (\text{مس}' + 7\text{ مس} + 6) + (\text{مس}' - 4) \\
 - (\text{مس}' + \text{مس}') + 7\text{ مس} + (4 - 6) \\
 = 2\text{ مس}' + 7\text{ مس} + 2
 \end{array}$$

ثرث المحدود تنازلياً ونجمع المحددة المتشابهة



حل

يضع طائر النقر (أميركا الجنوبية) بيشه في أعشاش الطيور الأخرى وينزدك لينقض، فتفوم الطيور الأخرى برعابية صغاره



$$\begin{array}{r} \text{من } 7 - \text{ من } 6 \\ \text{من } 4 - \\ \hline 2 \text{ من } + \text{ من } 2 = \end{array}$$

نقط الحدود المتباينة أسلل بعضها رأساً

نجمع الحدود المتباينة

$$\begin{array}{r} \text{مساحة الأرضية} = 2 \text{ من } 7 + 2 \text{ من } 2 \\ \text{عندما من } = 6 \\ 4 + (6) 7 + ?(6) 2 \\ 4 + 42 + (36) 2 \\ 46 = 112 \end{array}$$

مساحة حظيرة الدواجن 112 م²

حاول أن تحل

من 1 + من 2 =

أوجد لنغير مساحة المسطحة الموضحة، ما المساحة
عندما من = 9

تذكر من العمل السابق بلاقات الجبر أن كلّاً ممّا يأتي معكوسات جماعية، وتكون أزواجاً صفرية.



$$\text{من } 1 + (-\text{من } 1) = 0 \quad \text{من } 1 - 1 = 0$$

سيق أن تعرفت المعكوسات الجمعي لمدد، وعندما تجمع عدداً إلى معكوسه الجمعي تحصل على صفر، فمثلاً معكوس 3 الجمعي هو -3، معكوس من 5 الجمعي هو -5، معكوس -5 الجمعي هو 5، كما وعلمت أيضاً أن طرح مدد صحيح هو نفسه مثل جمع معكوسه الجمعي، فمثلاً 1 - 5 هو نفسه مثل 1 + (-5).

تذكر
يمكّن استخدام خاصية
توزيع الضرب لـ إزالة الآفواres
عند تبسيط ثوابات العدد

أوجد المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود من $x^2 + x - 8$.

$$\begin{array}{l} \text{نأخذ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود} \\ -(x^2 + 4x - 8) \\ -x^2 - 4x + 8 = \end{array}$$



عند طرح كثيرات المحدود تضيق الممكوس الجمعي

مثال (٥)

$$\text{طرح: } (6\text{س}^2 + 2\text{س} - 5) - (3\text{س}^2 - 3\text{س} + 7)$$

الحل:

- $(6\text{س}^2 + 2\text{س} - 5) + (-3\text{س}^2 - 3\text{س} + 7)$ تجمع الممكوس الجمعي

لـ كثيرة المحدود الثانية

= $(6\text{س}^2 - 2\text{س} - 5) + (-3\text{س}^2 + 3\text{س} - 7)$ توجد الممكوس الجمعي

للحدود بين القوسين

= $(6\text{س}^2 - 3\text{س}) + (2\text{س}^2 + 3\text{س}) + (-5 - 7)$ تجمع الحدود المتشابهة

= $5\text{س}^2 + 5\text{س} - 12$

وـ كما في الجمع يمكن إجراء الطرح رأسياً

تجمع الممكوس الجمعي

$(6\text{س}^2 - 2\text{س} - 5) + (-3\text{س}^2 + 3\text{س} + 7)$ لـ كثيرة المحدود الثانية

= $(6\text{س}^2 + 2\text{س} - 5) + (-3\text{س}^2 + 3\text{س} - 7)$ توجد الممكوس الجمعي

للحدود بين القوسين

ترتيب المحدود تنازلي

$(6\text{س}^2 + 2\text{س} + 5) - (3\text{س}^2 - 3\text{س} - 7)$

= $(6\text{س}^2 + 2\text{س} + 5) - 12 - 3\text{س}^2 + 3\text{س} - 7$ تجمع الحدود المتشابهة

حاول أن تحل

* توجد الممكوس الجمعي لـ $(2\text{س}^2 + 1)$.

* توجد الناتج: $(4\text{س}^2 + 6\text{س} - 2) - (4\text{س}^2 - 8\text{س} + 5)$.

* طرح: $\text{ص}^2 + 2\text{س} - 1$ من $\text{ص}^2 + \text{ص}$.

الخطاب المدنى

عند طرح كثيرات المحدود
يمكن إجراء حطوات عديدة



مثال (٦)

كتب سلطان في وصيته ما يلي

توزيع الأرض في الشكل المقابل بالتساوي بين أخوي

أكب حصة كل واحد من الآخرين على صورة مقدار جري

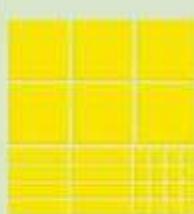
الحل:

لدينا ٦ مربعات كبيرة باللون الأصفر تمثل ٦ مس' فيكون لكل واحد ٣ مس' ويوجد أيضًا

٨ مستطيلات صفراء تمثل ٨ مس فيكون لكل واحد ٤ مس وأخيراً يوجد ١٦ مربعًا صغيرًا

أصفر اللون فيكون لكل واحد ٨ وحدات وبالتالي تصبح كل واحد من الآخرين كمقدار

جري هو: ٤ مس' + ٤ مس' = ٨ مس'



مثال (٧)

في المدينة A يبلغ تعداد السكان بالألاف:

٤٧,٦ - ١٥٥,٧ - ٥ - ١٨٥٥,٥ - ١٨٥٥,٣ - ٩١٧١,٣ - ٩١٧١,٢ - ٤٧,٦

وفي المدينة ب يبلغ تعداد السكان بالألاف:

٣٩٢٤,٣ - ١٤٦٥,٣ - ٤٧,٧ - ٣٩٢٤,٢ - ٣١٥,٦ - ٢٠,٩

أوجد دلالة من التعداد السكاني في المدينتين بما:

الحل:

نجمع المقدارين

٣٩٧١,٦ + ١٠٦٣٦,٦ - ١٤٦٥,٣ - ٤٧,٧ - ٣٩٢٤,٣ - ٣١٥,٦ - ٢٠,٩

حاول أن تحل

أوجد فرق التعداد السكاني بين سكان المدينتين.



المربع المربع لحل المسائل (١-٤)



عند سؤال مجموعة من الطلاب لتبسيط من $- (من)$ كانت إجابات أربعة منهم بالطريقة أدناه، من منهم إجابة صحيحة؟ وما الخطأ الذي ارتكبه الآلئون؟

١ أحمد من \circlearrowleft بدر من \circlearrowleft سعود من \circlearrowleft محمد من \circlearrowleft

أفهم

- ١ ما الحدوديات المراد تبسيطها؟
- ٢ ما المطلوب إيلك لإجادة؟

خطأ

- ٣ كيف تجمع الحدود المتباينة أو تطرح جها؟
- ٤ جمع أو طرح الألس.
- ٥ جمع أو طرح المعامل.

حل

- ٦ من منهم إجابة صحيحة؟
- ٧ ما هو خطأ الآخرين؟

تحقق

- ٨ استخدم الخاصية التوزيعية لإيجاد الإجابة.

حل سالة أخرى

- ٩ عند سؤال مجموعة من الطلاب لتبسيط $5\text{ من} + 3\text{ من}$ ، كانت إجابات ثلاثة منهم كما يلي: ٥ من، ٤ من، ٦ من، ما هي الإجابة الصحيحة؟ أشرح أخطاء بقية الإجابات.



حل المسائل والفكير المنطقي

١ بسط أحمد العبارة $(3x + 7x)$ هل هو على صواب؟ فسر.

٢ اكتب عبارة مولدة من أربع حدوديات يمكن تبسيطها إلى $2x$.

٣ اكتب حدودتين يكون ناتج طرحهما $4x^2$.

٤ بسط العبارة: $(x + 2x)(4x - 5x)$

استراتيجيات حل المسائل

- اختر تعليم.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التكبير المنطقي.
- ارسم تسللاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



٥-٦

ضرب كثيرات الحدود Multiplying Polynomials

صلة الدرس سبق أن جمعت كثيرات الحدود وطرحتها، والآن سبق تعلم ضرب كثيرات الحدود.

سوف تعلم
• ضرب كثيرات الحدود.

استكشاف ضرب كثيرات الحدود



إنه قوي!
يستخدم في الميكروسكوب (المجهر)
المركب عدستان أو أكثر لتكبير حجم الصورة
ويعطي ضرب القوى فكرة عن درجة تكبير
صورة ما، عند استخدام العدسات معاً.

١. ضرب 2^2 في 2^2 ما ناتج الضرب؟
٢. هل النتيجة من قوى 2^2 اكتب النتيجة بصورة قوى 2 .
٣. كيف يبدو أن ناتج الضرب يربط بين $2^2 \cdot 2^2$ ؟
٤. تتحقق من حملتك عن ناتج ضرب $2^3 \cdot 2^3$.
٥. الفرض أنك تضرب 2^4 في 2^4 هل يمكنك ربط ناتج الضرب بالأمس،
بالطريقة نفسها؟ ووضح إجابتك.



من الاستخدامات
• علماء الفيزياء الفلكية
عالي ما يفتخرون الأعداد
باستخدام الصورة العلمية:

تعلم ضرب كثيرات الحدود

نذكر أن 5^5 هي نفسها $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ هي نفسها مثل $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
لكن تضرب 5^5 في 5^5 فنكر بـ $(5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$ وهذا 5^{10}

ضرب قوى الأساسات متشابهة:
عند ضرب قوى الأساسات متشابهة، نجمع الأساس

نذكر
الصورة الأساسية هي أساس
له نفس يعبر عن عدد مرات
ضرب الأساس في نفسه.



مثال (١)

١ اضرب من في من $(الاحظ ان من هي من)$

الحل:

$$\text{من} \times \text{من} = (\text{من}) \times (\text{من} \times \text{من} \times \text{من}) = \text{من} \times \text{من} \times \text{من}$$

٢ اضرب من (2 من)

الحل:

$$2\text{ من} \times (2\text{ من}) = 4 \times \text{من} \times 2 \times \text{من}$$

$$= 2 \times 4 \times \text{من} \times \text{من}$$

$$= 8 \times \text{من}$$

$$= 8 \times \text{من}$$

٣ اوجد ناتج $-6 \times (-\text{من})$

الحل:

$$-6 \times (-\text{من}) = -6 \times \text{من} \times (-1) \times \text{من}$$

$$= -6 \times (-1) \times \text{من} \times \text{من}$$

$$= 6 \times \text{من}$$

$$= 6 \text{ من}$$

حاول ان تحل

٤ اضرب:

$$8 \times 8 \times (\text{من}^2)$$

$$4 \times 4 \times (-8 \times \text{من})$$

$$2 \times 2 \times (-3 \times \text{من})$$

ولأنه يمكنك ان تضرب وحيدة حدة في وحيدة حدة، قد تساعد خاصية التوزيع في ان تضرب وحيدة حدة في كثيرة حدود.

مثال (٢)

١ اضرب 5 من في $(2\text{ من} + 6\text{ من})$

الحل:

$$5 \times (2\text{ من} + 6\text{ من}) = 5 \times 2\text{ من} + 5 \times 6 \text{ باستخدام خاصية التوزيع}$$

$= 10 \text{ من} + 30 \text{ من}$ بضرب وحدات الحد

$= 40 \text{ من}$ بالتبسيط

٢ اضرب -5 من في $(3\text{ من} + 5\text{ من} - 2\text{ من})$

الحل:

$$-5 \times (3\text{ من} + 5\text{ من} - 2\text{ من})$$

$$= -15\text{ من} - 25\text{ من} + 10\text{ من}$$

$= -15\text{ من} - 15\text{ من} + 10\text{ من}$ باستخدام خاصية التوزيع

$= -30\text{ من} + 10\text{ من}$ بضرب وحدات الحد

$= -20\text{ من}$ بالتبسيط



حاول أن تحل

١ اضرب $-2s^2$ في $5s^3 + 6s$ ٢ اضرب $2s^2$ في $3s^4 + 5s - 1$
 والأآن يمكنك أيضًا إيجاد ناتج ضرب كبيرة حدود في أخرى حيث توجد طريقتان لإجراء عملية الضرب، هما الطريقة الأساسية والطريقة الأفقيّة، ويمكنك استخدام أي منها في الحل.

مثال (٣)

$$\text{الحل: } \text{اضرب } 5s^2 - 7s + 4 \text{ في } 4s + 5.$$

أولاً: الطريقة الأساسية.

لتبسيط عملية الضرب نضع كلية الحدود التي عدد حدودها أكبر، ليكون مبسوطة، في كلية الحدود الثانية كما يلي:
 مع مراعاة ترتيب كلية الحدود حسب قوى من النازلية:

$$5s^2 - 7s + 4$$

$$4s + 5$$

$$20s^3 - 28s^2 + 16s$$

$$20s^2 - 35s + 25$$

$$20s^3 - 3s^2 - 19s + 20$$

$$\text{ناتج الضرب}$$

ثانياً: الطريقة الأفقيّة.

$$(5s^2 - 7s + 4)(4s^3 + 5s^2 + 5s + 4) = \text{عملية الضرب (بدالة خاصية التوزيع)}$$

$$= 4(5s^2 - 7s + 4) + (5s^2 - 7s + 4)5s + 4$$

$$= 20s^3 - 28s^2 + 16s + 20s^3 - 35s^2 + 25s + 4$$

$$= 20s^3 - 3s^2 - 19s + 20 + 20s^3 - 3s^2 + 16s + 20s^3 - 3s^2 + 25s + 4$$

تبسيط

حاول أن تحل

$$٣ اضرب (-4s^2 + 3s - 6) في (-2s^2 + 3s).$$

مثال (٤)

$$\text{الحل: } \text{اضرب } (s + 2)(s + 5).$$

$$(s + 2)(s + 5) = s^2 + 5s + 2s + 10$$

$$= s^2 + 7s + 10$$



هندسة

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{من}^2 + 2\text{من} + 5\text{من} + 2 \times 2 \\ = \text{من}^2 + 7\text{من} + 4$$

حاول أن تحلل



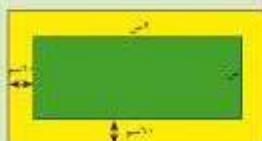
استخدم مساحة منطقة مستطيلة بعدها من $\text{من}^2 + 2\text{من} + 5\text{من} + 2 \times 2$ لإيجاد ناتج التضرب: $(\text{من} + 1)(\text{من} + 3)$

مثال (٥)

يلغى طول حوض سباحة على شكل مستطيل عرضه والذي يساوي ٦م، بين حوض سير حجري عرضه ٦٠ سم ومساحته ١٥٨٤٠٠ سم^٢.

أوجد بدلاًلة من محيط الحوض

أوجد طول وعرض الحوض



الحل:

١) $(2\text{من} + \text{من}) - 2 \times 3\text{من} = 6\text{ من سم}$

٢) مساحة الحوض بدلاًلة من $2\text{من} \times \text{من} = 2\text{من}^2$

٣) مساحة الحوض مع السير $(2\text{من} + 1200)(\text{من} + 120)$

$= 2\text{من}^2 + 1200\text{من} + 120\text{من} + 14400$

مساحة السير بدلاًلة من $2\text{من}^2 + 1200\text{من} + 14400 = 14400 - 2\text{من}^2$

$- 14400\text{من} + 14400 = 14400 - 14400 = 158400$

المعادلة: $360\text{من} + 14400 = 158400$

نحل المعادلة: $360\text{من} + 14400 - 14400 = 158400 - 14400 = 14400$

$360\text{من} = 14400$

$\text{من} = 400 \text{ سم أو } 4 \text{ م}$

وبالتالي عرض الحوض ٤ م وطوله ٦ م.

تحقق من نهيك

١)وضح كيف تضرب قوى للأساسيات متباينة

٢) لماذا لا يمكنك تبسيط ناتج ضرب هـ؟ من؟

٣) عند ضرب -2من^2 في كثيرة حدود، كيف تعرف ما يعني إشارة كل حد؟



المرشد لحل المسائل (٥-١)



أوجد مساحة كل قطاع بدلاً عنه.

أوجد المساحة الإجمالية للمستطيل. بسط إذا أمكن.

٤	٦	٧	٩
٣ من + ٢	٥ من - ٢	٣	٤ من + ٢

أفهم

- ١ ما هو شكل كل قطاع؟
- ٢ ما ارتفاع كل قطاع؟

جاهز

- ٣ أجمع لنجد الطول الإجمالي للمستطيل.
- ٤ ما هو قانون مساحة المستطيل؟

حل

استخدم المقادير لنجد مساحة كل قطاع، ثم بسط.

- ١ قطاع رقم ١
- ٢ قطاع رقم ٢
- ٣ قطاع رقم ٣
- ٤ قطاع رقم ٤
- ٥ مساحة المستطيل الكبيرة

تحقق

أوجد طريقة ثانية لحساب مساحة المستطيل الكبير.

حل مسالة أخرى

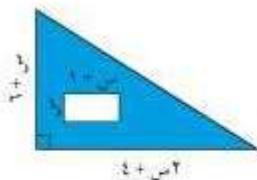
أوجد مساحة كل قطاع بدلاً عنه، وأوجد المساحة الكلية للشكل أدناه، ثم بسط.

٤	٦	٧	٩
١ من + ٣	٦ من - ١	٦ من	٢

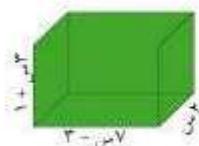


حل المسائل والشكير المطفي

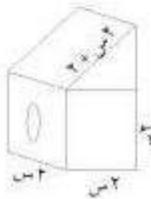
١) الهندسة: أوجد مساحة السطحية المظللة في الرسم المقابل.



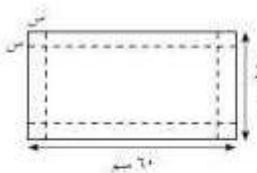
أوجد المساحة السطحية للشكل المقابل.



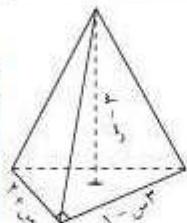
أوجد حجم بيت العصافير في الشكل المقابل.



التحدي: أوجد ناتج ضرب العددين الزوجيين اللذين يأتيان بعد العدد ٢.



أرادت حبيا صنع حلبة من دون غطاء مستخدمة قطعة من الورق المقوى
أبعادها 6×10 سم، وذلك بتزعّم مربع طول ضلعه ٦ سم من كل زاوية
من زوايا القطعة. ما حجم حلبة صبأ؟



يعطى حجم الهرم بالقاعدة:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

الهرم المقابل قاعدته مثلث قائم الزاوية.
أوجد حجم هذا الهرم بدلاً من.

إستراتيجيات حل المسائل
• انتبه.
• قلل من خطأ.
• اجعل حداً ولا
• حن ومحن
• اعمل بطريقة عكشة
• استخدم التكبير المقلوب
• ارسم شيئاً ب شيئاً
• حل مسألة أبسط.

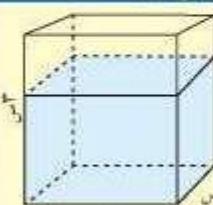


٦-٦

قسمة كثيرة حدود على حد جبرى Dividing Polynomial by a Monomial

صلة الدرس | سن أن درست جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود، والآن سوف تتعلم قسمة كثيرة حدود على حد جبرى.

استكشاف قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر



بين الصورة حوض ماء مغلق

أبعاده (س، س، س) (وحدة قياس)

حيث س > 0

يحتوى كمية من الماء إلى $\frac{3}{4}$ من ارتفاعه

أوجد يدلاً للمساحة السطحية للمحوض.

أوجد يدلاً للمساحة السطحية لقسم الماء المنسوب بالماء.

اكتب نسبة المساحة السطحية لقسم الماء إلى المساحة السطحية للمحوض. بسط إجابتك.

تعلم قسمة حد جبرى أو كثيرة حدود على حد جبرى آخر

تعلمنا قسمة الأعداد النسبية والآن مستعلم **قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر** أو **قسمة كثيرة حدود على حد جبرى**. مستخدمنا ما تعلمناه من ضرب الأسس وضرب كثيرات الحدود في حد جبرى.

قسمة قوى لأسس متشابهة:
عند قسمة قوى لأسس متشابهة، نطرح الأسس.

مثال (١)

١. بسط $\frac{x^3}{x^2}$ حيث $x \neq 0$.

٢. صيغة $\frac{x^3}{x^2}$ حيث $x \neq 0$, $x \neq 0$.

الحل:

$$1. \frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x^1 = x$$

حاول أن تحل

٣. أوجد ناتج قسمة x^8 على x^4 على x^2 (إذن ≠ 0).

سوف نتعلم

قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر.

قسمة كثيرة حدود على حد جبرى

من الاستخدامات

تستخدم قسمة كثيرات الحدود عند الكيميائيين في صناعة الأدوية



المصطلحات الأساسية

قسمة حد جبرى

Dividing Monomial

قسمة كثيرة حدود

Dividing Polynomial



إذا أردنا أن نقسم كثيرة حدود على حد جبري، نقسم كل حد من كثيرة الحدود على هذا الحد الجيري.

أمثلة

٢) $\text{قسم } 6x^3 + 3x^2 - 12x \text{ على } 3x$

الحل:

$$\frac{6x^3 + 3x^2 - 12x}{3x}$$

$= 2x^2 + x - 4$ $\text{قسم كل حد على المقام}$

بسط

حاول أن تحل

٣) $\text{قسم } 6x^4 + 8x^3 - 2x^2 \text{ على } 2x$

٤) لدى حد قطعة أرض كافي الشكل المقابل. أراد استبدالها بقطعة مستطيلة الشكل لها المساحة نفسها ولكن عرضها يساوي

$2x$ ما طول القطعة الجديدة؟

الحل:

$$\text{مساحة القطعة القديمة} = 2x \times 2x + (2x + 2x)x = 8x^2$$

-

$$\text{طول القطعة المستطيلة} = \frac{\text{المساحة}}{\text{عرض}} = \frac{8x^2}{2x} = 4x$$



يجب أن يكون طول القطعة $(4x + 1)$.

تحقق من فهمك

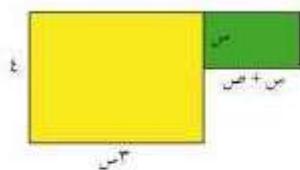
١) هل تتشابه قسمة الأعداد الصحيحة وقسمة الحدود الجبرية؟ كيف؟

٢) هل توجد علاقة بين ضرب الحدود الجبرية وقسمتها؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ أوجد نسبة مساحة المستطيل الصغير إلى مساحة المستطيل الكبير في الرسم المبين إلىيسار.



٢ يبلغ حجم حقله أمتنة $س^2 + س - 6$. إذا كان ارتفاع الصندوق يساوي س، فما مساحة قاعده؟

$$3 \frac{4(س - 5)(س - 4)}{س - 4}$$

٣ بين الشكل المقابل الجديدة أمام متول أحمد. أو جد طول الجديدة إذا كان عرضها ٣ س.



٤ ضربت صبا كبيرة الحدوود: $3س^2 - 5س + 4$ في حد جبوري وكان الناتج: $21س^2 - 35س + 28$. طلبت إلى صديقتها عزة إيجاد هذا الحد. هل يمكنك مساعدة عزة في معرفة الحد المجهول؟

إستراتيجيات حل المسائل	
• اختيار نمطًا.	
• تطبيق قاعدة.	
• أعمل جدولًا.	
• حزن وتحقق.	
• أعمل بطريقة حكيمية.	
• استخدم التفكير المنطقي.	
• أرسم ثقباً بيانيًا.	
• حل مسألة أبسط.	



الوحدة السادسة (ب)

تحليل المقادير الجبرية

Factorising Algebraic Expressions

الشفرات

نظام مورس: يستخدم علامات قصيرة DOTS (.) وعلامات طولية (-) لكتابه المعروف. استخدمت طريقة مورس لنقل المعلومات بواسطة التلغراف.

مثال:

A: ... B: -... C: -.-. D: -.-

طريقة برإيل: يستخدمها المكفوفون في القراءة والكتابة. تعتمد الطريقة على النقط المترافق مثل كل حرف بخطية مكونة من عمودين وكل عمود من 3 نقاط.

مثال:

A: ●●● B: ●●○ C: ●○● D: ○●●

رموز الماناطق: تستخدم خاصة في أرقام الهاتف حيث يبدأ كل رقم برمز المانطقة.

شفرة الأنكست: هي سلسلة من الخطوط المستقيمة المتراكبة ذات عرض ومسافات مختلفة وتوجيهات متباينة من الأرقام. تقرأ بواسطة الآلات، وتستخدم بكثرة في المراهن التجارية. جدول فيجيت: تقوم هذه الطريقة على تبدل معروف الأنجستة وفق نظام معين (المناخ). تستخدم في تشفير الرسائل أو الصور.

الإشارات، والدخان، ونظام مورس Morse، وطريقة برإيل Braille، ورموز الماناطق، وشفرة الأنكست Bar codes... رموز تصادفها في كل مكان تم استخدامها عبر التاريخ لأغراض مختلفة. وتم وضع جدول فيجيت Vigenere table بالاعتماد على أحرف الأبجدية المسماة التي يمكن مقارنتها بقراءة شبكة الإحداثيات باستخدام المناهج LAMP، الرسالة المشفرة Code Nopp تصبح في العام 1735، قام الرسام المعزول جمويل مورس بالتعاون مع الفرد فايل بتطوير نظام مورس، وخلال الحرب العالمية الثانية، استخدم الأصار شفرة سمعها الله تعرف باسم آيبيدا Enigma للإتصال بموقع غواصتهم، لكن المحتلوا هد، الشفرة وسموا من الدمار الذي كانت متاحة بهم العراضات الألمانية.

١. كيف يتم استخدام الشفرات؟
٢. في وأين، كيف تستخدم الرياضيات في وضع الشفرة وفك رموزها؟
٣. كيف يمكنك اتكار شفرة للاحتفالات السرية؟

v-1

العامل المشترك الأكبر (ع.م.) Greatest Common Factor (GCF)

•**صلة الدرس** سبق أن تعرفت قواعد قابلية القسمة لإيجاد العامل الأولي للأعداد،
وأنّا سوف نستخدم هذه المهارات لإيجاد العامل المشترك بين الأعداد.
عندما يكون تعدادين العوامل ل نفسها فإنها تسمى **العوامل المشتركة**.

استكشف

العامل المشترك الأكبر



نماذج ب يوم مولتك

أكتب تاريخ مولتك إلى اليوم والشهر والسنة.

استخدم الأعداد لتمثل الأشهر

شهر يناير = ١، فبراير = ٢، وهكذا دواليك.

أوجد ناتج ضرب الأعداد الثلاثة.

حلل العدد الذي حصلت عليه إلى عوامل أولية.

أكتب العوامل المشتركة للأعداد التي حصل عليها كل طالب في مجموعته.

أوجد ناتج ضرب العوامل المشتركة هذه كلها.

أقسم كل من نواتج الضرب الأصلية التي حصل عليها كل طالب في مجموعته على ناتج الضرب هذا. ما الذي تلاحظه؟

العامل المشترك الأكبر (ع.م) هو أكبر عدد يمكنه делجة كل العددان أو أكثر.

يمكنك كتابة العوامل المشتركة كلها لإيجاد ع.م.

عوامل العدد ١٢ هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢.

عوامل العدد ١٦ هي: ١، ٢، ٤، ٨، ١٦.

العوامل المشتركة هي: ١، ٢.

العامل المشترك الأكبر للعددين ١٦، ١٢ هو ٤.

ذلك يمكن إيجاد ع.م للعددين ١٦، ١٢ بالتحليل إلى العوامل الأولية

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{فـ} \text{ع.م} = 2 \times 2 = 4$$

سوف تعلم

- عندما يستخدم النجارون وغيرهم من الحرفيين الكورز، فيهم يهوديون إلى ع.م.!



- المصلحات الأساسية
- * عامل مشترك
- Common Factor
- * العامل المشترك الأكبر
- (ع.م.)
- Greatest Common Factor (GCF)

الذكر
عندما تقول عوامل العدد
تعني العوامل الموحدة لهذا
العدد

مثال (١)

أوجد $\text{م.أ.للعددين } 48,36$

الحل

نحل العدد $48,36$ إلى عوامله الأولية.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ = 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ = 18 \end{array}$$

فيكون $\text{م.أ.للعددين } 48,36$ هو $12 = 3 \times 2 \times 2$.

حاول أن تحل

أوجد $\text{م.أ.كل من أزواج الأعداد التالية:}$

$$12,96 \quad 21,49 \quad 24,72$$

يمكنك استخدام الخطوات نفسها لإيجاد م.أ.أكبر من عددين

مثال (٢)

تحري شركة المصانع ساختة، وجب على كل فائز فيها أن يعطي الشبورة الملكة من ستة أرقام موجودة على الواجهة، يشرط أن يكون $\text{م.أ.للشبورة التي يعطيها الفائز } 6$. هل صاحب الشبورة أثالية $12, 18, 30$ من بين الفائزين؟

أوجد $\text{م.أ.للأعداد } 12, 18, 30$

الحل

نحل كل عدد إلى عوامله الأولية.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \times 2 \\ = 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \times 2 \\ = 30 \end{array}$$



استخدم النسبة المئوية في إيجاد م.أ.للعددين لإيجاد م.أ.أكبر من عددين

العامل المشترك الأكبر ($\text{م.أ. } 6$)

يضر صاحب هذه الشبورة فائزًا لأن $\text{م.أ. } 6$

حاول أن تحل

أوجد $\text{م.أ.للأعداد } 3, 15, 45$

يستخدم $\text{م.أ. عند كتابة كسر في أبسط صورة}$



ويمكن أن تبع طريقة مسألة سابقاً لإيجاد العامل المشترك الأكبر لحدفين جيدين.

مثال (٣)

عنبر م. اللحدفين ٦س، ٩س

الحل:

$$\begin{aligned} 6\text{س}^2 &= 2 \times 3 \times \text{س} \times \text{س} \\ 9\text{س}^2 &= 3 \times 3 \times \text{س} \times \text{س} \\ 6\text{س}^2 \times 9\text{س}^2 &= 2 \times 3 \times \text{س} \times \text{س} \times 3 \times 3 \times \text{س} \times \text{س} \\ 54\text{س}^4 &= 6\text{س}^4 \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٢ عنبر م. اللحدفين

٨ صن، ١٢ صن

مثال (٤)

عنبر م. اللحدفين - ١٤ صن، - ١٢ صن ع

الحل:

$$\begin{aligned} -14\text{صن} &= 2 \times 7 \times \text{صن} \\ -12\text{صن ع} &= 3 \times 4 \times \text{صن ع} \\ -14\text{صن} \times -12\text{صن ع} &= 2 \times 7 \times \text{صن} \times 3 \times 4 \times \text{صن ع} \\ 168\text{صن ع} &= 168\text{صن ع} \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٣ عنبر م. اللحدفين

١٠ صن، ١٥ صن

٤ صن، ٨ صن

تحتني من فهك

١ وضح كيف تجتمع م. الثلاثة أعداد.

٢ وضح كيف يستخدم م. أحد كتابة كسر في أبسط صورة.

المرشد لحل المسائل (٧-١)



يدرس أحمد تأثيرات المصادر الضوئية على نباتات البيوت اللامبلاستيكية حيث عدد النباتات في كل فناء ٤٢، ٣٦، ٣٠، ٢٤ يريد أحمد تقسيم الفناء إلى مجموعات جزئية تحرى العدد نفسه من النباتات التي سيعجّري عليها البحث. ما أكبر عدد من النباتات التي يمكن وضعها في مجموعة جزئية مع مراعاة عدد النباتات في كل من الفناء؟

فهم

- ١ حوط عدد النباتات في كل من الفناء الأربع
- ٢ هل تضمن كل المجموعات الجزئية المختلفة العدد نفس العدد من النباتات؟

خطط

- ٣ كيف يمكن أن يساعد إيجاد العامل المشترك الأكبر لعدد النباتات في كل من الفناء، على إيجاد عدد النباتات في المجموعة الجزئية الواحدة؟
- ٤ أكتب عوامل أعداد النباتات في كل فناء.

حل

- ٥ ما العوامل المشتركة للأعداد الأربع كالماء؟
- ٦ ما أكبر عدد من النباتات التي تحويها مجموعة من الفناء الأربع؟

تحقق

- ٧ ما الطريقة الأخرى لإيجاد العامل المشترك الأكبر لمجموعة الأعداد؟

حل سالة الخرى

- ٨ في دراسة أخرى، كان عدد النباتات في كل فناء ٣٢، ٤٠، ٤٨، ٦٤. أراد أحمد تقسيم الفناء إلى مجموعات جزئية تحرى العدد نفسه من النباتات، ما أكبر عدد من النباتات التي يمكن وضعها في مجموعة جزئية مع مراعاة عدد النباتات في كل من الفناء؟



حل المسائل والتفكير المطافي

- ١ التفكير الناقد: يلعب تاجر كرة القدم مرة كل ١٦ يومًا بينما يلعب مباركاً مرة كل ٣٦ يومًا في الملعب نفسه، في أي يوم يلتقيان معاً على أرض الملعب؟
- ٢ لديك ٦٣ قطعة لحم، ٥٤ قطعة خضار، ٥٤ قطعة جبن. تريده تقديمها لزوارك في صحنٍ ويشكلن خادل. ما أكبر عدد من الصحنون تستطيع أن تجعلها؟
- ٣ العددان السريان الأولان لفتح خزانهما: ١٦، ١٢. العدد الثالث هو العامل المشترك الأكبر للعددين ١٦، ١٢. ما العدد الثالث؟
- ٤ التحدي: مستطيل يعاده عددان زوجيان عاملهما الأكبر ١٢. أوجد بعددين مسكتين لهذا المستطيل.

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر سطلاً.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المطافي.
- ارسم تسللاً باباً.
- حل مسألة أبسط.

٨-٦

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر Factorise Using the GCF

صلة الدرس سبق أن درست العامل المشترك الأكبر، والآن سوف تقوم بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات المحدود.

سوف تعلم
• إخراج العامل المشترك الأكبر
للتعميرات التجزئية بالتحليل.

استكشاف العامل المشترك الأكبر

يدفع عبد الرحمن يومياً ٤ دنانير ثمناً لوجبة الغداء و ٣ دنانير ثمناً لوجبة العشاء، ما في السباع الذي يدفعه عبد الرحمن خلال من يوم، إذا كان هذا المعدل ثابتاً في جميع الأيام.

أوجد $(4 + 3)$ من.

أوجد 4×3 من.

هل تساوى إجابات السوابين (١)، (٢)؟

إذا كانت من ١٠ ما السباع المدفوع ثمناً للطعام؟

من الاستخدامات

• يستخدم العلماء الذين يدرسون تاريخ مصر Egyptologists
قابلية القسمة لفك رموز الأسماط المستخدمة في اللغة الهيروغليفية Hieroglyphics



تعلم التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات المحدود

إن عملية التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات المحدود هي عملية عكسية لعملية التوزيع ويمكن تدوينها بما يلي:

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(b - c)$$

ملاحظة: إن المقدار بين القوسين ينبع من قسمة كل حد على (ع. م.).

أمثلة

١ حل بإخراج العامل المشترك الأكبر

$$4m + 8n = 4(m + 2n)$$

الحل:

$$4m + 8n = 4(m + 2n) = 4(m + 2n)$$

$$= 4(m + 2n) = 4(m + 2n)$$

حاول أن تحل

٢ حل بإخراج العامل المشترك الأكبر

$$6mn + 8mcn = 2m(3n + 4cn)$$

المصطلحات الأساسية

Multiple مضاعف

Factor عامل

Prime Factor عامل أولي

Prime Factorisation تحليل إلى عوامل أولية



٧ حلل بخارج العامل المشترك الأكبر
 $4m^2n + 6mn^2 - 8m^3n$

الحل:

$$\text{ع. المحدد} = 2m^2n$$

$$= 2m^2n(2m + 3n - 4)$$

حاول أن تحل

٨ حلل بخارج العامل المشترك الأكبر
 $5m^4u + 15m^3u^2 - 10m^2u^3$

٩ حلل بخارج العامل المشترك الأكبر
 $(m + 3)^2 + mn(m + 3)$

الحل ع. المحدد = $m + 3$

$$= (m + 3)(m + 3 + n) = (m + 3)^2 + mn$$

حاول أن تحل

١٠ حلل بخارج العامل المشترك الأكبر
 $b(j + 2) - 2(j + 2)$

١١ ١ حلل المقدار $2m^2n + 3mn^2 - mn$ بخارج العامل المشترك الأكبر.

١٢ اكتب المقدار $\frac{2m^2n + 3mn^2 - mn}{2m^2n}$ في أبسط صورة
الحل:

$$\text{ع. المحدد} = mn$$

$$2m^2n + 3mn^2 - mn = mn(2m^2 + 3n)$$

١٣ اكتب المقدار $\frac{2m^2n + 3mn^2 - mn}{2m^2n}$ باستخدام التحليل في (١)
بالتبسيط

$$= 2m^2n + 3mn$$

حاول أن تحل

١٤ اكتب المقدار $\frac{3m^2n + 6mn^2 - mn}{3mn}$ في أبسط صورة.

٥ اكتب المقدار التالي في أبسط صورة
 $\frac{6\text{ مس}^3 + 10\text{ مس}^2 - 8\text{ مس}^2}{4\text{ مس}^2 - 2\text{ مس}^2}$

الحل:

نبدأ بإخراج العامل المشترك الأكبر في البسط وفي المقام.
 $\frac{6\text{ مس}^3 + 10\text{ مس}^2 - 8\text{ مس}^2}{4\text{ مس}^2 - 2\text{ مس}^2} = \frac{2\text{ مس}^2(3\text{ مس}^2 + 5\text{ مس}^2 - 4)}{2\text{ مس}^2(2\text{ مس}^2 - 1)}$
 فنحصل لدينا: $2\text{ مس}^2(3\text{ مس}^2 + 5\text{ مس}^2 - 4)$
 وبالبسط: $\frac{2\text{ مس}^2(3\text{ مس}^2 + 5\text{ مس}^2 - 4)}{2\text{ مس}^2(2\text{ مس}^2 - 1)}$

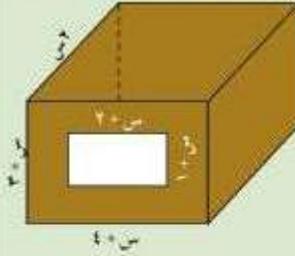
حاول أن تحل:

٦ اكتب المقدار التالي في أبسط صورة:

$$\frac{4d^2w^2 - 2d^2w^2}{5d^2w^2 + 8d^2w^2}$$

٧ قام نجاح بشرع قطعة خشبية من داخلها كما هو مبين في الشكل المقابل. أوجد نسبة حجم الخشب المتناثر إلى حجم القطعة كلها وابكتب الناتج في صورة كسر في أبسط صورة.

الحل:



$$\begin{aligned} \text{حجم القطعة} &= (\text{مس} + 4)(\text{مس} + 3)(2\text{مس}) \\ &= (\text{مس}^2 + 3\text{مس} + 4\text{مس} + 12)(2\text{مس}) \\ &= 2\text{مس}^3 + 14\text{مس}^2 + 24\text{مس} + 24\text{مس} \\ \text{حجم الخشب المتناثر} &= (\text{مس} + 1)(\text{مس} + 2)(2\text{مس}) \\ &= 2\text{مس}^3 + 6\text{مس}^2 + 4\text{مس} \\ \text{حجم الخشب المتناثر} &= (2\text{مس}^3 + 6\text{مس}^2 + 4\text{مس}) - (2\text{مس}^3 + 14\text{مس}^2 + 24\text{مس}) \\ &= -8\text{مس}^3 - 20\text{مس}^2 - 20\text{مس} \end{aligned}$$



$$\text{النسبة} = \frac{\text{المنفعة}}{\text{المقدار المدفوع}} = \frac{\text{المنفعة}}{\text{المقدار المدفوع}} = \frac{\text{المنفعة}}{\text{المقدار المدفوع}} =$$

حواري أن تدخل

* في المثال (٦) أوجد نسبة حجم الخشب المترغ إلى حجم القطعة كلها.

تحقيق

- ٤** ما العامل المشترك الأكبر للمعددين 424 و 16 ؟
 وما العامل المشترك الأكبر للمعددين 16 و 1 ؟ ص 24 ، ص 2 .

٥ كم يزيد 18 عن 12 ؟ ص 12 ، ص 18 .

٦ كم يزيد 72 عن 12 ؟ ص 12 ، ص 72 .

تحليل الفرق بين مربعين

Factorising the Difference of Two Squares

صلة الدرس: سبق أن تعلمت العمليات مع كثيرات المحدود، والآن سوف تقوم بتحليل الفرق بين مربعين.

سوف تتعلم
• تحليل الفرق بين مربعين

امثلة

تحليل الفرق بين مربعين

لدينا مربعان أحدهما كبير طول ضلعه a والأخر صغير طول ضلعه b .

١ ما مساحة المربع الكبير؟ وما مساحة المربع الصغير؟

٢ إذا أقطتنا المربع الصغير من المربع الكبير:

أوجد مساحة الشكل الجديد بدالة a , b .

٣ قسم الشكل الجديد إلى مربعتين كما في الرسم أدناه:



٤ أوجد مساحة المستطيل (١).

٥ أوجد مساحة المستطيل (٢).

٦ أوجد مساحة الشكل الجديد بدالة a , b .

٧ أوجد المساحة في (ج) بصورة عاملين.

٨ ماذا تنتهي؟

تعلم

تحليل الفرق بين مربعين

إذا أخذنا المقدار $a^2 - b^2$ (الفرق بين مربعين) فإننا لا نجد عاملًا مشتركاً للمحدودين يسع بتحليله، لذلك نتجأ إلى طريقة بديلة تقوم على طرح المقدار ثم إضافته، بحيث لا تتغير قيمة المقدار ويصبح بإمكاننا تحليل المقدار $a^2 - b^2$

$$= a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b) \quad \text{إضافة المقدار} - b^2 = b(a - b)$$

$$= a(a - b) + b(a - b) \quad \text{إخراج العامل المشترك} \quad \text{أتم العامل المشترك} b$$

$$= (a - b)(a + b) \quad \text{إخراج العامل المشترك} a - b$$

وللحقيقة، نسيط $(a - b)(a + b)$ فتحصل على $a^2 - b^2 = a^2 - b^2$

لذا عند تحليلنا الفرق بين مربعين، نجد أن كلاً من عوامل الفرق مكون من حددين متساوين ولكن الإشارة بينهما مختلفة.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

من الاستخدامات

• يستخدم الفرق بين مربعين

لإيجاد ارتفاع الخيمة

• لإيجاد الفرق يستخدم نظرية

فيناغورث (الارتفاع) = (طول

الوتر) - (نصف طول القاعدة)



المصطلحات الأساسية

• كثيرات محدودة

Polynomial

• فرق بين مربعين

Difference of Two

Squares

• تحليل الفرق بين مربعين

Factorising the

Difference of Two

Squares



أمثلة

١ حل مل من ١٦ - ٢٦.

الحل:

$$\text{م}^2 - 16 = (\text{م})^2 - (4)^2 \quad \text{أعد كتابة م}^2 \text{ بـ (م)}^2 \text{ و } 16 \text{ بـ (4)}^2$$
$$= (\text{م} + 4)(\text{م} - 4) \quad \text{حل}$$

٢ حل مل ٨١ - مص ٩.

الحل:

$$81 - \text{م}^2 = 9 - (\text{م})^2 \quad (\text{م}^2 - 9) = (\text{م})^2$$

$$(\text{م} + 3)(\text{م} - 3) = 0$$

٣ حل مل ٢٥ - م٥٠.

$$\text{الحل: } 25 - \text{م}^2 = 50 - 2 \times 25$$

$$(25 - \text{م})(25 + \text{م}) = 0$$

٤ حل مل ٢٥ - م٤٥.

الحل:

$$25 - \text{م}^2 = 45 - (\text{م})^2 \quad 25 - 45 = (\text{م})^2 - \text{م}^2$$

$$= (\text{م} + 5)(\text{م} - 5) \quad (\text{م} - 5) = (\text{م} + 5)$$

٥ حل مل (م - ٢)٩ - ٤.

الحل:

$$(\text{م} - 2)^2 - 9 = (\text{م} - 2)^2 - 3^2 \quad (\text{م} - 2)^2 - 9 = (\text{م} - 2)^2 - 3^2$$

$$- = - (\text{م} - 2)^2 + 3^2 \quad - = - (\text{م} - 2)^2 + 9$$

$$= (\text{م} + 3)(\text{م} - 5) \quad \text{حاول أن تحل}$$

حل مل ٤ - ٤٣ - ٧٥.

$$3 - 75 = 4 - 43$$

$$43 - 75 = 4 - 3$$

$$43 - 75 = 4 - 3$$

١ (أوجد قيمة المقدار) $7 - 7 \cdot 93$

الحل:

$$(7 - 7 \cdot 93) = 7 + 93$$

$$86 \times 100 =$$

$$8600 =$$



٢ اكتب تعبيراً جبرياً يمثل مساحة سطح القطعة المتباعدة

مستخدماً م، ن ثم حل هذا التعبير

٣ أوجد مساحة سطح القطعة المتباعدة إذا كان $m = 3$ سم، $n = 10$ سم

الحل:

١ مساحة سطح القطعة المتباعدة = مساحة سطح القطعة - مساحة القطعة الدائرية.

$$= 3,14 \cdot m^2 - 3,14 \cdot n^2$$

$$= 3,14 \cdot (m^2 - n^2)$$

$$= (m - n)(m + n)$$

$$\therefore \text{المساحة} = 3,14 \cdot 3^2 - 10^2 = (3 + 10)(3 - 10) = 285,74 \text{ سم}^2$$

حاول أن تحلل

٤ (أوجد قيمة) $(145)^2 - (114)^2$

حل: ٤٩ بـ $= 145 + 114$

٥ حلل $(m + n)^2 - 16$

تحقق من فهمك

١ هل تستطيع تحليل $s^2 + s^2$ إلى عاملين؟ قشر

٢ حلل $16 - s^2$



حل المسائل والتفكير المطوفي

١- لـ بـ جـ مثلث قائم الزاوية في بـ.

إذا كان بـ جـ = ١٣ سم، بـ جـ = ٥ سم، فما يـ جـ طول بـ. (مستخدماً الفرق بين مربعين)

٢- مستطيل مساحته $(٤٠ - ٢٥) \text{ سم}^٢$ وحدة مربعة، أعطِ قياسين ممكبين لطول قاعدهه وارتفاعه.

٣- قال زميلك في غرفة الفصل أن الفرق بين (من - صر)، من ^١ - من ^١ هو الصفر، هل زميلك على حق؟ فسر (جاءتك:

٤- الحدي مثلث مساحته $(٤ - ٩) \text{ سم}^٢$ وحدة مربعة، أعطِ قياسين ممكبين لطول قاعدهه وارتفاعه.

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر نمطاً.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكستية.
- استخدم التفكير المطوفي
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

اختبار الوحدة السادسة

هل درجة الحرارة المخازنة ثابتة أم متغيرة؟

هل عدد الساعات في اليوم ثابت أم متغير؟

هل عدد الأشخاص في مطافة معينة ثابت أم متغير؟

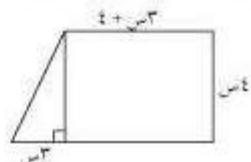
أوجد:

$$\frac{3 \times (2 \times 2) (1)}{3 \times 2}$$

$$(b) \frac{1}{\sin} \times (\sin)$$

أحسب قيمة $\sin^2 - 2 \sin + 3$ إذا كان $\sin = 1$

(ا) أوجد تعبير المحيط في الرسم أدناه.



(ب) أوجد محيط الشكل إذا كان $\sin = 5$ أمتار.

أوجد الناتج

$$(a) (3\sin^2 - 2\sin + 3) + (\sin^2 - 7\sin + 8)$$

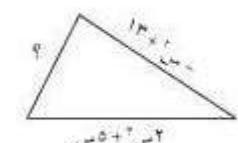
$$(b) (2\sin^2 + 5\sin - 3) + (6\sin^2 + 2\sin + 3) + (3\sin^2 - 5\sin + 1)$$

أوجد محيط $2\sin^2 - 6\sin + 8$.

أوجد طول القطع الناقص.

$$(c) \text{أوجد ناتج: } (2\sin^3 + 3\sin^2 - 2) - (\sin^2 - 4\sin - 2 - \sin^3)$$

أوجد تعبير المساحة في الشكل المقابل.



اختبار الوحدة السادسة

١) اضرب: $3x^2$ في $(x^3 - 5x)$

٢) اقسم: $x^4 + x^3 + x^2$ على x^2

(٣) أوجد مع. م. للجذرين $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ، $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

$$(b) \text{بسط: } \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(2 - 3)(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(9 - 6)} = \frac{-(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{3}$$

٤) أوجد مع. م. للمعددين $16, 48$

٥) أوجد مع. م. للأعداد $16, 12, 144$

٦) اكتب $\frac{18}{72}$ في أبسط صورة

٧) حلل: $x^2 - 4$ ثم $x^2 - 16$

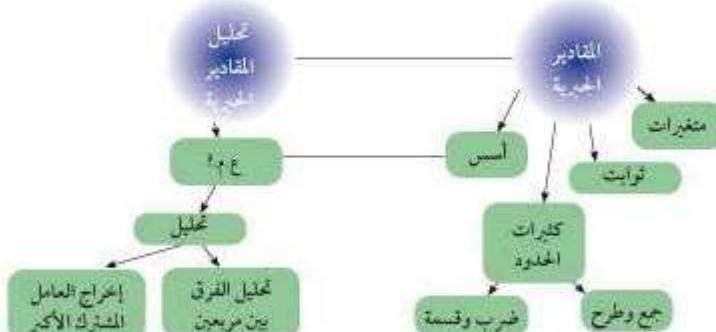
٨) أوجد قيمة: $((445) - 1)(444) - ((344) - 1)(343) - ((243) - 1)(242) - ((142) - 1)$

٩) حلل: $(5 - 4m)^2$

١٠) حلل: $(x + 2)^2 - 2(x + 2)$

١١) حلل: $(3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$

مخطط تنظيمي للوحدة السادسة



الوحدة السادسة (٤): المقادير الجبرية

- يسمى التعبير الذي يشمل متغيرات، وأعداداً ورموز عمليات تغييراً أو مقداراً جبراً، ولكن يوجد قيمة تعبير جبري فإننا نعرض بهم كل متغير ونستطع بتطبيق الترتيب للعمليات.
- تستخدم قواعد الأسس لإبعاد قيم التعبيرات الجبرية.
- الحد أو وحيدة الحد هو عدد ذو إشارة، متغير أو عدد مظروف في متغير أو متغيرات، ويمكن للمتغيرات أن تكون ذات أسس صحيحة.
- كثيرة الحدود هي مجموعة حد أو أكثر، ذات الحدين هي كثيرة الحدود تتكون من حددين، ثلاثة الحدود هي كثيرة حدد تتكون من ٣ حدود، درجة كثيرة الحدود في متغير واحد هي أكبر الأسس في حد.
- يقال إن كثيرة الحدود مكتوبة بترتيب تنازلي إذا كانت من أكبر الحدود درجة إلى أصغرها درجة.
- يمكن حساب قيمة كثيرة الحدود باستبدال المتغيرات بالأعداد المعلقة واستخدام قواعد ترتيب العمليات لتبسيط التعبير.
- الحدود المتشابهة هي حدود لها المتغير نفسه مرتفعاً للأأس نفسه؛ ويقال إن كثيرة الحدود مبسطة عندما لا تحوي حدوداً متشابهة.
- تجمع كثیرات الحدود بدمع الحدود المتشابهة، ويمكنك استخدام خاصية التوزيع أو جمع كثیرات الحدود رأسياً، ونطرح كثیرات الحدود بجمع معکوسها الجمیع، ويمكنك إيجاد المعکوس الجمیع لكتیرة حدود بغير إشارة كل حد.
- عند ضرب التوى للأأس نفسه، نجمع الأسس: $7^4 \times 7^3 = 7^{4+3} = 7^7$ حيث $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ، ويمكن استخدام هذه القاعدة لضرب وحدات الحد أو الأعداد المكتوبة في الصورة العلمية.
- تستخدم خاصية التوزيع لضرب واحدة حد في كثيرة حدود.

الوحدة السادسة (ب): تحليل المقادير الحبرية

- تنص النظرية الأساسية لعلم الحساب على أنه يمكن كتابة الأعداد الصحيحة كلها الأكبر من 1 باستخدام التحليل إلى عوامل أولية.
- يكون العامل المشترك لمعددين هو عاملٌ لكلٍّ منها، ويسمى أكبر العوامل المشتركة هذه العامل المشترك الأكبر (ع.م.).
- يستخدم ع.م. (أ) عند كتابة كسر في أبسط صورة.
- التحليل بالخرج العامل المشترك الأكبر هو عملية حكمية لخاصية التوزيع، وتستخدم مع كثيرات الحدود من متغير واحد أو أكثر.
- عندما نحلل الفرق بين مربعين يتبع عاملان كلٌّ منها مكونٌ من حدفين، وهما متضادان في ما عدا الإشارة بين الحدفين.

الوحدة السابعة

حل المعادلات والمتباينات

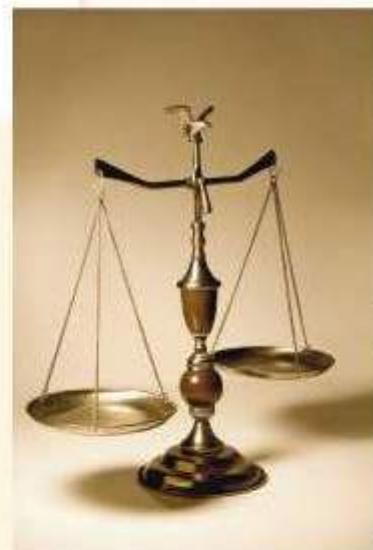
Solving Equations and Inequalities

الأداب والفنون

عندما كتب الأديب الكبير شارلز ديكنز روايته الشهيرة «دافيد كورنيل فيلد» اتفق مع دار النشر على أن يقبض أتعابه وفق قاعدة ترتكز على عدد كلمات الكتاب. وكانت «دافيد كورنيلد» إحدى أطول رواياته.

العلوم

يعود تاريخ وجود الميزان إلى الحقبة ما بين عامي ٢٤٠٠ - ١٨٠٠ قبل الميلاد في وادي الهندوس (باكستان) حيث استخدم في الأعمال التجارية.



أشكال رياضية أساسية

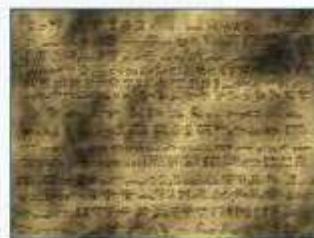
لكي نحل معادلة من الدرجة الأولى نوجد قيمة المتغير
التي تجعل المعادلة صحيحة ونسمى هذه القيمة بالحل

لكي نحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على
شكل $a + b\sqrt{m} + c = 0$ حيث $a \neq 0$ ، يمكن أن
نحل طرف المعادلة (غير الصافي) إلى عاملين ونوجد
قيم المتغير التي يجعل المعادلة تساوي صفرًا

عند حل مثباة تتضمن إحدى العمليات الأربع، يكون
الأهداف هو إيجاد قيمة المتغير وتحقيق ذلك، لنفترض
العمليات على الترتيب بالترتيب المكتوب واستخدام
خواص العمليات مع الانتهاء إلى أن الغرض في إعداد
سائدة أو القسمة عليها يعكس علاقة الشابين في الشابة

شعوب العالم

كان الكاهن المصري أحمرس (1700 ق.م.)
أول من استخدم رمزاً في معادلة



قوانين

لكل بلد في العالم قانون محمد للسرعة
القصوى، حيث بلغت 16 كم/س في
المملكة المتحدة عام 1861 ميلاديًا، وبلغت
عام 2010 في الكويت 120 كم/س

متذروج الوحدة

في هذا المذروع، سوف تقوم
بالبحث عن سعر خدمة معينة تتضمن
قيمة ثابتة ومتغيرة، مثل على ذلك
تعرفة الهاتف أو تعرفة ركوب سيارة
الأجرة. حاول إيجاد نماذج عن
معادلات ومتباينات.



الحقائق من مyclopedia الإجابة
 عندما ترتفع إجابتكم من المهم
 الحقوق بما إذا كانت الإجابة
 مقرراً لها أم لا. أحياناً قد تجد أن
 الإجابة صحيحة من الناحية
 الرياضية لكنها غير منطقية في
 الواقع الحالي

التركيز على حل المسائل

اقرأ كل مسألة مع حلها ووضح هل كل مسألة وحلها صحيحان من الناحية الرياضية، ثم بين ما إذا كانت الإجابة معقولة أم لا.

- ١ ولد حمد وسيف في اليوم والشهر نفسه، لكن سيف أكبر من حمد بـ ١٥ سنة. إذا كان مجموع عمرهما، ٩٠، في عمر كل منها؟
 الإجابة: سيف ١٢، حمد ٣.
- ٢ اشتري فهد ربطه عن طريق سيف وستره لحمد. لقد كان سعر السراويل مختلفاً إلا أنه كان أكبر من سعر ربطه من سيف بـ ٣٩ ديناراً، وبلغ إجمالي قيمة الفاتورة ٢٥ ديناراً. كم كان ثمن كل هدية؟
 الإجابة: السراويل ٣٣ ديناراً، ربطة العنق ٧ دينار.
- ٣ عند حضور الداعرين إلى حفل يوم مولد حمد وسيف، كانت درجة الحرارة ١٢ مئوية، ثم انخفضت بمقدار ١٥ مئوية، كم كانت درجة الحرارة؟
 الإجابة: -٣ مئوية.
- ٤ صنع حمد حساء ساخناً لفقيفة، أكله في وعاء الطهي، وأضاف العلبة في وعاء الطهي، وأضاف ٣ علاب من سخون الحساء البارد، ثم طها التزيح. إذا سكب مقدار لشحال سعة ٦٠٠ جرام من الحساء لصفيته حمد ويفي ٨٠٠ جرام في الوعاء، فما سعة العلبة الواحدة؟
 الإجابة: ١٦٠ جرام.
- ٥ استغرق حفل يوم المولد ساعتين، وقضى الحاضرون ٤٠ دقيقة في تحضير الحساء وتناوله، و٢٠ دقيقة في مفتح المطابخ، و٤٥ دقيقة في مشاهدة الصور، و٥٥ دقيقة في التحدث، كم من الوقت تقضي لتناول قابل الخلوي؟
 الإجابة: ١٠ دقائق.



مرحباً صديقى النحلة!

ما أجمل أن تقوم بزيارة في حديقة المدينة في فصل الصيف، لكن للأسف قد تحول هذه الزيارة إلى معركة من نوع «البقاء للأصلح». فيما تقوم زيارة النمل بعيداً عن سلطة النافثة يأخذى يديك وتصرب المعرض باليد الأخرى، تحاول تجنب سرقة من النحل يعتقد أن مصرب النحلات له رائحة الزهور!

عندما يذكر معظم الناس في الحشرات، فإنهم لا يذكرون سوى الحشرات المزعجة، وذلك على الرغم من أنه يوجد أكثر من مليون صنف من الحشرات، أقل من $\frac{1}{2}$ فقط منها تعتبر حشرات مزعجة في الخليقة، كثيراً من تلك الكائنات ذات السنت أرجل هي مخلوقات ضرورية لبياننا، فهو على تلك طعامنا عبارة عن نتيجة مباشرة لتناثر الحشرات للنبات.

يستخدم علماء الحشرات، الرياضيات لتحليل سلوك الحشرات ونمو أعدادها. والآن سوف نستكشف العديد من الأدوات الرياضية التي يستخدمها هؤلاء العلماء.

- ١ يوجد حوالي ٤٦٠٠ نوع من النديبات، بكم متى يزيد عدد أنواع الحشرات عن عدد أنواع النديبات؟
- ٢ أفترض أن الشخص البالغ يستهلك ١٠٠ سعرة حرارية في طعامه في اليوم الواحد. في المتوسط كم من هذه السعرات الحرارية هي نتيجة مباشرة لتناثر الحشرات للنبات؟

١-٧

حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد Solving First Degree Equation with One Variable

• **صلة الدرس** في هذا الدرس سوف نستعرض بعض المواقف الحياتية التي تستخدم فيها حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

استكشف حل معادلة

كيفي秤ان مثل秤ان المعادلة: $3x = 12$.

كيف تجعل الطرف الأيسر من الميزان يحوي المتغير x فقط، ويكون في الوقت نفسه حالة توازن؟ وما قيمة x ؟

رسم كيفي ميزان لتشيل المعادلة: $2x = 6$. ما قيمة x ؟

كيف تستخدم العملية العكسية لإيجاد قيمة x في أحد طرفي المعادلة:

$$2x = 6$$

ادرس كيفي الميزان المعتمد الذي يبين المعادلة $\frac{1}{2}x = 7$ أو $x = 7 - 2$ أو $x = 5$. ما قيمة x ؟

تعلم حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد

يمكنك استخدام العمليات العكسية في حل معادلات الدرجة الأولى في متغير واحد.

سوف تعلم
• حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

من الاستخدامات
• يستخدم العلماء عمليات القرب والقصبة في المعادلات لمعرفة وتحليل النمو الذي يحدث عند الكائنات



المصطلحات الأساسية
Equation
Variable
متغير
عملية عكسية
Inverse Property



أمثلة

١ حل المعادلة $\frac{5}{x} = 5$

الحل $\frac{5}{x} \times x = 5 \times x$

أجر عملية الضرب

من = ٥

تحقق: $5 = 5 + 5$

٥ = ٥ الحل صحيح

- ٢ إذا علمت أن عاملًا يحصل على آلة لفصل بيور القطن (أجلج)، يمكنه أن يفصل البيور ٥٠ مرة بيور الذي يحصل بيور بدوياً، وإذا علمت أن شخصاً فصل بالآلة ٤٠٠ كيلوجرام من القطن، كم كيلوجرامًا يحصل شخص يعمل بيديه في الوقت نفسه الذي عمل فيه زميله على الآلة؟

الحل: نفرض أن س = ما يحصله العامل بدوياً آخر المتغير

فصل البيور على الآلة يساوي ٥٠ مرة الفصل اليدوي. أشرح الموقف

أكتب المعادلة

$٥٠ \times س = ٤٠٠$

$س = \frac{٤٠٠}{٥٠}$

القسم المطرفي على ٥٠

أجر عملية النسبة

الشخص الذي يعمل بيورًا يحصل ٨ كيلوجرامات.

- ٣ في أحد مصانع السيارات كان الإنتاج ٧ أمتال ما يتجه مصنع آخر، إذا كان الإنتاج التروي في المصانع الأول هو ٥٩٥٠٠٠ سيارة، فاحسب عدد السيارات التي يتجهها المصانع الثاني

الحل: ليكن م = عدد السيارات التي تتجهها المصانع الثاني آخر المتغير

عدد السيارات التي أنتجت في المصانع الأول = ٧ أمتال ما أنتج في المصانع الثاني أشرح الموقف

أكتب المعادلة

$٥٩٥٠٠٠ \times ٧ = م$

$٥٩٥٠٠٠ = ٧م$

$m = \frac{٥٩٥٠٠٠}{٧}$

القسم المطرفي على المدد

أجر عملية النسبة

أي أن عدد السيارات التي تتجهها المصانع الثاني هو ٨٥٠٠٠ سيارة.

حاول أن تعمل

٤ حل المعادلة: س = ٣٥

٥ س = ٨٨٨

- ٥ إذا كان متوسط زمن استهلاك الكيلوواط ساعة من التيار الكهربائي هو ٢ فلس، فاحسب عدد الكيلوواط الذي استهلكت أسرة دفعت ٨ دنارات



إذا كانت المعادلة تتضمن مصطلين، فذلك تحتاج إلى استخدام العمليات المكسية، وترتيبها مع ملاحظة أن ترتيب العمليات يتضمن أن تسبق عمليات الضرب والقسمة عمليات الجمع والطرح، مع استخدام الممكوسين الجمجمي والضربي كالماء دعت الحاجة.

أمثلة

٤ حل المعادلة $2x + 3 = 9$

الحل: $2x + 3 - 3 = 9 - 3$ إضافة الممكوس الججمي (-3) إلى طرف المعادلة

$$2x = 6$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 6$$

$$x = 3$$

طريق في المعادلة

حاول أن تحل

$$4x - 6 = 10$$

٥ قرض عميل عقاري بدل أتعاب هذا الشهر ٦٢٤ ديناراً وهذا المبلغ يزيد بمقدار ٣٤٦ ديناراً عن قيمة الشهر الماضي

اكتب معادلة وحلها لعرفة ما قيمة الشهر الماضي

الحل: نفترض أن ما قيمة الشهر الماضي هو من آخر المفترض

اكتب المعادلة

$$624 - 346 = 346 - 624$$

استخدم العملية المكسية لعملية

الجمع وهي الطرح

قيمة العميل العقاري ٢٧٨ ديناراً الشهر الماضي

حاول أن تحل

$$4x - 12 = 5$$

٦ يحصل نبيل على ٤ دنارات ظهر عمله ساعة واحدة في أحد المطاعم، إذا حصل على آخر، كاملاً، وأضيف إليه ٨ دنارات بدل خدمة، في حين كان إجمالي ما حصل عليه ٢٨ ديناراً، فاحسب عدد الساعات التي عملها



تعلم!

أن «عيسى بن فرناس» يعتبر أول من حاول الطيران، وكانت المسافة حوالي ٣٧ متراً، أما الأخوان رايت فقد قاما عام ١٩٠٣ ميلادي بتحصيم أول طائرة

تحقق من فهيم

١ حل المعادلات $x + 4 = 9 - 2$

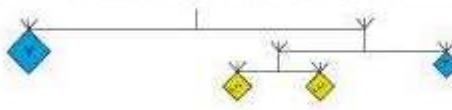
٢ حل المعادلات التي تحتوي عملية ضرب والتي تحتوي عملية جمع متشابهة في طريقة الحل





المرشد حل المسائل (١-٧)

يضع نبيل ميزانًا متجردًا كما في الشكل أدناه، اكتب معادلة تبين توازن هذا الميزان، ما وزن كل من الصندوقين الصغارين؟



أفهم

١ ما الوزن الكلي لكل الصندوقين في كل طرف من طرفي الميزان؟ اشرح كيف تستطيع أن تعرف ذلك؟

٢ بما أن كلاً من الصندوقين الصغارين يزن س، فهل يمكن أن يكون لكل منها وزن مختلف؟ اشرح

تحفظ

٣ ما العدد الذي يطلب بمفرده على أحد طرفي المعادلة؟

٤ كم من موجود في المعادلة؟

حل

٥ اكتب معادلة توضح فيها أن الميزان في حالة توازن.

٦ ما العملية التي تحتاج إلى إجرائها أولًا؟

٧ ما العملية التي تحتاج إلى إجرائها ثانية؟

٨ حل المعادلة، ما وزن كل من الصندوقين الصغارين؟

تحفظ

٩ كيف يمكن أن تتحقق توازي ما إذا كانت إجابتك معقولة؟

حل مسألة أخرى

١٠ يتزوج رجل وزنه ٧٥ كجم مع أطفاله الأربعة بحيث يتوازن وزنه مع وزنهم. إذا كان أحد الأطفال يزن ١٥ كجم، في حين يتراوхи الثلاثة الآخرون في الوزن، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد وزن كل من الأطفال الثلاثة.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١) تساعد سيرورة في بيع الفراولة في كشك أسرتها. إذا كانت الأسرة تدفع ١٠ دنانير بدل إيجار يومياً للكشك، وتكتب ٥ دينار عن كل سلة فراولة تبيعها. فلما جد مكاسب الأسرة إذا باعث في أحد الأيام ٩٠ سلة فراولة.

٢) التفكير الناقد: إذا كان مقياس حذاء الرجل يمثل بالقانون: $m = 3s - 25$ ، حيث s هو طول قدم الرجل بالبوصات (بوصة = ٢,٥٤ سم). أما بالنسبة إلى المرأة فيمثل المقياس بالقانون: $m = 3s - 22$. هل توجد قيمة للمتغير s تجعل المقياس نفسه للرجل والمرأة؟ اشرح

٣) التواصل: حل أحمد المعادلة $6s + 5 = 29$ لإيجاد قيمة s . حصل أحمد على الإجابة $s = 5$ وهي إجابة خطأ. ما الإجابة الصحيحة؟ وما الخطأ الذي تعتقد أن أحمد قد ارتكبه؟

٤) التفكير الناقد: كلغة إيجار سيارة تساوي ١٢ ديناراً في اليوم مضافاً إليها ٢٠ ديناراً بدل تأمين ثابت. في إحدى المرات دفع سالم ١٠٤ دنانير مقابل سيارة استأجرها. فكم يوماً استأجر سالم هذه السيارة؟

٥) التواصل: اشرح ما تم إجراؤه من عمليات حسابية على المساعدة الأولى للحصول على المساعدة الثانية
$$1 \leftarrow 2 \leftarrow 5 \leftarrow 6 \leftarrow s$$

إستراتيجيات حل المسائل	
• اختر تخطي.	
•نظم قائمة.	
• اعمل جدول.	
• حزن وخفق.	
• اعمل بطريقة عكسية.	
• استخدم التفكير المنطقي.	
• ارسم شيئاً يابساً.	
• حل مسألة أبسط.	



٢-٧

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل

Solving Second Degree Equations with One Variable by Factorising

صلة المدرس أتيتكم أن تعرفت حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد،
وأن سوف تحل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل.

سوف تعلم
• حل المعادلة التربيعية
باستخدام التحليل.

اكتشف حل معادلات من الدرجة الثانية

طلب أحدهم الجزء العلوي والأين من حاط مثلاً
الربع الشكل (انظر الصورة إلى اليمين). أراد أن
يحسب عرض الحاط مع علمه أن المساحة المتبقية
للطلي هي 5 أمتار مربعة.



أوجد مساحة الجزء العلوي.
أوجد المساحة الكلية للحاط بدالة s .
أوجد المساحة المتبقية للطلي بدالة s .
كتب معادلة المساحة المتبقية بدالة s .
أكتب المعادلة في (١) على صورة ضرب عاملين على أن يكون أحد طرفيها صفرًا.

أوجد عرض الحاط.
بعد إيجادك عرض الحاط، ماذا تستنتج من المعادلة $(s - 3)(s + 3) = 0$ ؟

تعلم خاصية الضرب في صفر

لكل a بخلاف سيبان، إذا كان $a \neq 0$ فإن $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

فنتلاً: إذا كان $(s + 3)(s - 3) = 0$

فإن $s + 3 = 0$ أو $s - 3 = 0$

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المعادلة $(s + 5)(s + 6) = 0$ حيث $s \in \mathbb{R}$

الحل

$$(s + 5)(s + 6) = 0$$

س = -5 أو س = -6

حل في س

حيث إن $-5 < 0$ ، $-6 < 0$

مجموعه الحل = {-5, -6}

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المعادلة: $(s - 2)(s - 3) = 0$ حيث $s \in \mathbb{R}$

من الاستخدامات
• يستخدم حل المعادلات
التربيعية في مصانع إنتاج
الصناديق الكرتونية.



المصطلحات الأساسية
• معادلة من الدرجة الثانية في
متغير واحد

Second Degree
Equation with One
Variable

* تحليل
Factorise
* عدد حقيقي
Real Number

لذكي
مجموعة الأعداد الستة
 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$



أمثلة

٢) أوجد مجموعة حل المعادلة $4m - 5 = 0$ حيث $m \in \mathbb{N}$.

الحل: $m = 5$.

من $(4m - 5) = 0$.

حل:

$m = 0$ أو $m = 5$. خاصية الضرب في الصفر

من $= 0$ أو $m = \frac{5}{4}$.

مجموعه الحل: $\{0, 5\}$.

حاول أن تحل:

٣) أوجد مجموعة حل $3m + (m - 3) = 0$ حيث $m \in \mathbb{N}$.

١) أوجد مجموعة حل المعادلة $m - 4 = 0$ حيث $m \in \mathbb{N}$.

الحل: $m = 4$.

من $= 4$.

(m) $- (m - 4) = 0$.

فرق المربعين

$m - 4 = (m + 2)(m - 2) = 0$.

خاصية الضرب في صفر

من $= 4$ أو $m = 2$.

مجموعه الحل: $\{2, 4\}$.

٢) أوجد مجموعة حل المعادلة $(m + 3)^2 - 1 = 0$.

الحل: $(m + 3)^2 - 1 = 0$.

$(m + 3 + 1)(m + 3 - 1) = 0$.

فرق المربعين

$(m + 4)(m + 2) = 0$.

بسط

من $= 4$ أو $m = -2$.

مجموعه الحل: $\{-2, 4\}$.

حاول أن تحل:

٤) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية.

١) $m^2 - 4 = 0$ حيث $m \in \mathbb{N}$.

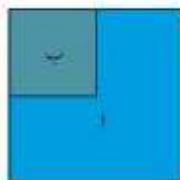
٢) $(m + 2)^2 - 9 = 0$ حيث $m \in \mathbb{N}$.

نتحقق من فهمك

هل تستطيع أن تستخدم خاصية الضرب في صفر في كل المعادلات التربيعية؟ قسرا.

هل $12, 1, -4$ هما حلان للمعادلة: $m^2 - 8m - 24 = 0$? اشرح.

المرشد خل المسائل (٢-٧)



بين الرسم إلى اليسار مربعين.

طول ضلع المربع المظلل $5\text{ سم} + 1 = 6$.

وطول ضلع المربع الكبير $5 + 3 = 8\text{ سم}$.

أوجد قيمة من إذا كان الفرق بين مساحتي المربعين متساوي 28 سم^2 .

الفهم

ما هي معادلات المسألة؟

ما المطلوب إليك لإيجاده؟

خطط

بدلة من، أوجد:

مساحة المربع المظلل.

مساحة المربع الكبير.

أكتب تعبيرًا جبرياً بين الفرق بين المساحتين.

حلّ التعبير إلى عوامل مستخدماً تحليل الفرق بين مربعين.

حل

أكتب معادلة تبين أن الفرق بين المساحتين متساوي 28 سم^2 .

حل المعادلة في (٧) لإيجاد قيمة من.

تحقق

أوجد مساحة كل من المربعين، ثم أوجد الفرق بين المساحتين.

حل مسألة أخرى

في المسألة أعلاه، أوجد قيمة من إذا كان الفرق بين مساحة المربعين متساوي 8 سم^2 .



حل المسائل والتذكير المطاطي

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية حيث من \mathbb{N} :

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x+3)(x-3) = 0$$

* الهندسة: أضيف ٤ سم على أطوال أضلاع مربع من كل الجهات ليصبح مساحة المربع الجديد ٦٤ سم^٢. أوجد طول ضلع المربع الأساسي.

* التحدي: أوجد عدداً غير صافي يساوي: $\frac{1}{3}$ مثلثي مربع.

إستراتيجيات حل المسائل

- اعتبر بخطأ.
- نظر ثانية.
- أعمل جدولًا.
- حن وخفق.
- أعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التذكير المطاطي.
- ارسم فتيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

٣ نصف مربع.



الوحدة
السابعة (ب)

حل المتباينات

Solving Inequalities

عالم متحرك

المُهْرَكَة، هي فعل أو عملية تغير الوضعية لصادفها في حياتنا اليومية. تدور الأرض حول محورها وحول الشمس، وعندما نطير طيارات الورقية، فإن الريح التي هي هواء متحرك تدفع بالطيرات الورقية عاليًا في السماء أو تجعلها تهوى نحو الأرض. يمكن ملاحظة المُهْرَكَة الدورية في رقصات (بندول) الساعات الصغيرة القديمة حيث يأرجع جسمًا وذهابًا بانتظام ودقة. كذلك نحن نُهْرِكُ المُهْرَكَة في تحركاتنا الذاتية وفي تحركات الغير كاللمسافة، وطرف العين، والسير في أحد الشوارع، ومن بين الأمثلة الأخرى للمُهْرَكَة، الجري السريع، وصد هجوم الجسم في كرة القدم، وجري الطفل في الحديقة. تحيل طائرة يطير بالتجاد عنه أو هرًا يلعق يده، أو فراشة ترفرف بجانبيها. فالحركة تحدث في كل مرة تُهْرِكُ فيها أو تلاحظ حركة ما.



- ١ اذكر ثلاثة أمثلة من الحياة اليومية عن الحركة
- ٢ قرأ لك ما المتضمن بالحركة البطيئة؟ صور متحركة (الفيلم سينماتي)؟ مدى الحركة؟
- ٣ عند جلوسك في غرفة الفصل من دون حركة، هل تحدث أي حركة؟ وضح ذلك.



٣-٧

العلاقة بين المعادلات والمتباينات Relation between Equations and Inequalities

مدة الدرس: سنت أن عرفت أن $1 + 2 = 3$ تعني أن الكباث قبل وبعد طرق علاقه المساواة تكون متساوية وأنه يمكن حل المعادلات مثل $s + 2 = 4$. وعرفت أيضاً أن $2 < 3$ تعني أن 3 أكبر من 2 ، والأآن سوف ترى ما يجب عمله عند استبدال الزمن «بالرمز» في معادلة.

نكتئي أن $>$ تعني «أصغر من» و $<$ تعني «أكبر من» لذلك $3 > 5$ تعني أن 3 أكبر من 5 و $5 > 3$ تعني أن 5 أكبر من 3 .

- سوف تعلم حل المتباينات من خلال حل المعادلات
- رسم المتباينات على خط أعداد.

من الاستخدامات

- يستطيع مالك المتريل استخدام المتباينة لتحديد عدد الأسماء اللازمة لجهاز قبل أن يزيد الحمل الكهربائي على الدائرة.



المصطلحات الأساسية Inequality

- استكشاف** **المشاكل**
- لا تكون خاماً!**
يحتوي برميل البترول الخام على ١٦٥ ليترًا ويمكن لبرميل الخام أن يمتد لأكثر من ١٦٥ ليترًا من البترول كحد أقصى. افترض أن لديك محل تكرير للبترول الخام وأنك تسجل البترول المستخرج من البرميل.
١. اذكر كمية البترول بالليتر الحمكن استخراجها من برميل واحد.
٢. قارن بين إنتاجك والعديد من إنتاجات الآخرين. كم إنتاج مختلفة وجئت؟
٣. هل يجب على كل كمية من البترول أن تكون عدداً صحيحًا من الليترات؟ هل يمكن اعتبار $10\frac{1}{2}$ ليتر كمية معقولة؟ هل يمكن اعتبار $49,25$ ليترًا كمية ممكنة؟
٤. ارسم خطًا للأعداد. حدد نقطة عليه لتوضيح أكبر كمية ممكنة من البترول المستخرج من برميل واحد، ثم حدد نقطة أخرى عليه لتوضيح أصغر كمية ممكنة من البترول.
٥. على خط الأعداد نفسه، ارسم كل ما تستطيع من نقاط لتوضيح الكباث الممكنة من البترول في برميل واحد. كم نقطة يوجد؟
٦. في اعتقادك، هل يمكن توضيح كل النقاط الممكنة على الرسم؟



تعلم العلاقة بين المعادلات والمتباينات

معادلة مثل $s + 1 = 3$ حل واحد هو $s = 2$ ، ولكن للمتباينة $s > 3$ حلول عديدة، مثل $2, 3, 4, \dots$ ، ومن المستحبيل تطبيق قائمة بكل الحلول. يوجد رموز آخرون يمكننا استخدامها \leq (أصغر من أو يساوي)، \geq (أكبر من أو يساوي). الجمل التي نستخدم الرموز التالية: $<$ ، $>$ ، \leq ، \geq ، تسمى **متباينات**. للمتباينة $s \geq 3$ حلول عديدة تبدأ بالعدد 3 ، ومنها $2, 5, \frac{7}{3}, 13, \dots$ ، لكن العدد 3 ليس حلّاً للمتباينة $s > 3$. تستطيع أن تستخدم معرفتك بحل المعادلات لكي تحل المتباينات. كل متباينة لها معادلة مرتبطة بها وهي التي تنشأ باستبدال رمز المتباين برمز المساوي.

معلومات مفيدة
رموز علاقات التباين هي:
 $<$ ، $>$ ، \leq ، \geq

أمثلة

١ حل المتباينة $s - 5 > 3$ وبيانها

الحل عرفت كيفية حل المعادلة $s - 5 = 3$ ، المرتبطة بالمتباينة $s - 5 > 3$.

نحل أولاً المعادلة:

$$\begin{aligned} s - 5 &= 3 \\ s - 5 + 5 &= 3 + 5 \\ s &= 8 \end{aligned}$$

أضف 5 إلى كل طرف

من

هل يكون حل المتباينة $s - 5 > 3$ من الأعداد الأصغر من 8 أو الأكبر من 8 ? نخبر عدداً أصغر من 8 وعدداً أكبر من 8 لنتستطيع أن نرى أيهما هو الحل.

نحاول بـ $s = 5$ $s = 5 - 5 = 0$ $0 < 3$ \Rightarrow لا ينبع

كل عدد نسي من 3 هو حل المتباينة

التحضير للاختبار
انبه للقيم المسروحة
بها للمتغير عندما يحل
متباينة ما



حل

أنه يمكنك أن توفر ١٠
في السنة من فاتورة التدفئة
إذا أحكتت غلق الأبواب
والنوافذ باستخدام عازل (بين
الباب أو النافذة) وإطار منع
السطر أو اللائج أو الريح

الحل

$$\text{حل } 10 \text{ مس} < 25 + 100$$

$$\text{حل أولاً المساعدة المرتبطة } 10 \text{ مس} + 25 = 125$$

$$10 \text{ مس} - 25 = 100 - 25 = 75 \text{ طرح } 25 \text{ من كل طرف}$$

$$75 = 75$$

$$10 \text{ مس} = 10 \text{ مس} \quad \text{قسم الطرفين على 10}$$

$$\text{مس} = 7,5$$

حرب عدد أصغر من ٧,٥ وأخر أكبر من ٥

$$100 - 5 < 25 + (10 - 10) \text{ حرب } 100 - 25 < 100 - 25$$

$$100 - 25 < 100 - 25$$

$$75 < 75$$

خطا $100 < 125$

أي أن جمع الأعداد الأكبر من ٧,٥ تكون حلولاً للم McBride للإجابة لنا عليه أن يركب ٨ نوافذ
 مضادة للمعاشرة أو أكثر

حاول أن تحل

يتحقق سعود ١٦ دينار القاء عمله اليومي لكنه يدفع ٦ دينار بدل طعام وتنباتات كم
يؤمن عليه أن يحصل ليوفر مبلغاً من المال يسمح له بشراء آلة طباعة لحسابه لـ ٨٥
ديناراً وبعض الأغراض المندحة؟

تحقق من فهمك

لماذا قد تحتاج إلى منباثة بدلاً من معادلة؟ أخطئ مثلاً على ذلك.

كيف يمكن أن يكون للم McBride أكثر من حل واحد؟

كيف تعرف ما إذا كان حل المساعدة المرتبطة حلاً للم McBride أم لا؟

المرشد لحل المسائل (٢-٧)



حصلت في أول امتحانين لمادة الرياضيات على ٧٥ درجة و ٨٢ درجة، فكم درجة يجب أن تحصل عليها في الامتحان القادم إذا كنت تريد متوسطا لا يقل عن ٨٠ درجة؟

السؤال

- ١ حوط كلّا من الدرجات التي حصلت عليها.
- ٢ ما المتوسط الذي تشاءه؟

خطط

٣ ما العمليات الحسابية التي تستخدمها لإيجاد المتوسط؟

٤ ضرب وقسمة

٥ جمع وطرح

٦ أفرض أن س تمثل الدرجة التي سوف تحصل عليها في الامتحان القادم، أي من المتباينات التالية يمثل متوسط درجات الامتحانات الذي لا يقل عن ٨٠ درجة؟

$$80 \geq \frac{82 + 75}{2}$$

$$80 < \frac{82 + 75}{2}$$

حل

٧ حل المتباينة المختارة في (٦).

٨ ما الدرجة التي عليك الحصول عليها في الامتحان القادم لتحقيق متوسطا لا يقل عن ٨٠ درجة؟

تحقق

٩ نعلم أن ٧٥ درجة تقل ٥ درجات عن المتوسط المطلوب، ٨٢ درجة أكبر بدرجتين من المتوسط المطلوب؛ كيف يساعدك هذا في إيجاد الدرجات التي تزيد الحصول عليها في الامتحان القادم مستخدما الحساب الذهني؟

حل مسألة أخرى

١٠ درجات الامتحانين في مادة الدراسات الاجتماعية هي ٨٥ درجة و ٩١ درجة، إذا كنت تريد متوسطا لا يقل عن ٩٠ درجة، فكم من الدرجات يجب أن تحصل عليها في الامتحان القادم؟



٤-٧

حل متباينات من الدرجة الأولى Solving First Degree Inequalities

سوف تعلم
• حل المتباينات.



سوف تعلم
• حل المتباينات.

من الاستخدامات
• يستخدم التجارون المتباينات
لإيجاد العدد الأكبر من الخزائل
التي يريدون صنعها إذا كان
لديهم كمية محددة من الخشب.



استكشاف حل المتباينات

- يريد ثلاثة أشقاء أن يحصلوا على ٩٠٠٠ دينار كمجموع لرواتهم الشهرية. سير
أولاً جاصعي راتبه ٣٠٠ دينار، أما عادل فهو مهندس وراتبه ٥٠٠ دينار.
 ١ ما هو تاج راتب الشقيقين الشهري؟
 ٢ يبحث أحمد وهو الأخ الثالث عن وظيفة جديدة خصيصاً لمحاسب.
 كم يجب أن يكون راتبه على الأقل ليحقق الهدف مع الشقيقين؟
 ٣ شاهد أحمد إعلاناً لأحدى شركات المحاسبة يقول «مطلوب محاسب براتب
قدره ١٨٠٠ دينار». هل سيقدم أحمد إلى هذه الوظيفة؟ لماذا؟
 ٤ شاهد أحمد إعلاناً آخر «مطلوب محاسب براتب يزيد عن ١٨٠٠ دينار». كم
يجب أن يكون الراتب لكنه يقدم أحمد إلى الوظيفة؟

تعلم حل المتباينات

حل المتباينة بإيجاد جميع قيم المتغير التي تتحقق المتباينة.
ماهيم أساسية: خواص عملية الجمع والطرح في المتباينات.
إذا جمعت أو طرحت العدد نفسه من طرفي متباينة، فإن العلاقة بين الطرفين لا تتغير.

أمثلة	بيان
إذا كان $a > b$, فإن $a + c > b + c$, $a - c < b - c$	$a + c = a - c + 2c > b - c + 2c \Rightarrow a > b$
إذا كان $a > b$, فإن $a + c > b + c$, $a - c > b - c$	$a + c = a - c + 2c > b - c + 2c \Rightarrow a > b$
حيث a, b, c أعداد نسبية	

المصطلحات الأساسية

• خاصية الجمع

Property of Addition

• خاصية الطرح

Property of Subtraction

• خاصية الضرب

Property of Multiplication

• متباينة من الدرجة الأولى
مع متغير واحد

First Degree
Inequality with One
Variable

• حل متباينة

Solving Inequality



تحل مثابة تضمن جملًا أو طرحاً باستخدام الممكوس الجمعي والممكوس الضريبي، لكي تقع المتغير في طرف واحد أحياناً يكون لثباته عدد لا يهان من الحلول، مما يستحيل التحقق منها جيّداً. وبدلاً من ذلك، تتحقق من صحة حساباتك وصحة علاقة المثابة.

مفاهيم أساسية: خواص عملية الضرب في المثابات
عندما تضرب طرفي مثابة في عدد موجب، لا تتغير العلاقة بين طرفي المثابة وتتمكن هذه العلاقة عند الضرب في عدد مناسب.

أمثلة	جيّد
إذا كان $a > b, c > 0$ فإن $a \cdot c > b \cdot c$	$(3)(7) > 7(3)$
إذا كان $a > b, c < 0$ فإن $a \cdot c < b \cdot c$	$(3)(-7) < -7(3)$
إذا كان $a > b, c < 0$ فإن $a \cdot c > b \cdot c$	$(-3)(7) > (-3)(1)$
إذا كان $a > b, c > 0$ فإن $a \cdot c > b \cdot c$	$7(-3) > 7(-5)$

أمثلة

١ ما هي أول خطوة لحل المثابة من $-5 < x < 4$ ؟

الحل:

أثبت الممكوس الجمعي إلى العدد ٥ أي من $-5 < x < 4$ فتصبح المثابة من $x < 4$.

٢ حل المثابة: $\frac{4}{3} < x < -\frac{4}{3}$

الحل:

$$x < -\frac{4}{3}$$

اضرب طرفي المثابة في الممكوس الضريبي (٣) للتبسيط

$$3\left(\frac{-4}{3}\right) < 3\left(\frac{4}{3}\right)$$

من $x < -4$

فالحل هو مجموعة الأعداد الأصغر من -4 .



٦ حل المثلثة $5\text{س} - 3 + 9 \leq 2$

الحل

$$5\text{س} - 3 - 2 \leq 9 + 2\text{س}$$

$5\text{س} - 3 - 2\text{س} \leq 9 + 2\text{س} - 2$ اطرح ٢ س من طرفي المثلثة

اجمع الحدود المشابهة

$$3\text{س} - 3 + 3 \leq 9 + 3$$

اجمع ٣ إلى كلا الطرفين

اجمع الحدود المشابهة

$$3\text{س} \leq 12 \quad \left(\frac{1}{3}\right)3\text{س} \leq \left(\frac{1}{3}\right)12$$

$$\text{س} \leq 4$$

كل عدد طبيعي أكبر من أو يساوي ٤ هو حل للمثلثة

حاول ان تحل

٧ حل المثلثات التالية

$$\text{ب} - \frac{1}{2} < \frac{1}{3}$$

$$5 - 3 \geq 4 \text{س} - 6$$

$$2 \text{س} + 7 > 3\text{س} - 6$$

مثال (٤)

يلغى عمر خالد 24 عاماً ويزيد، عمره 4 أضعاف عمر ولده، اكتب مثالية وحلّها لنعرف عمر الولد الممكّن بالسنوات

الحل

ليكن من العمر الممكّن للولد اختر المغير

$$4\text{س} > 24$$

اكتب مثالية

$$\left(\frac{1}{4}\right)4\text{س} > \left(\frac{1}{4}\right)24$$

اضرب طرفي المثلثة في الممكوس الفوري للعدد 4

$$\text{س} > 6$$

يتواءح عمر الولد بين سنة و٦ سنوات.

تحقق من فهمك

١ اكتب أربعة حلول للمثلثة $\frac{1}{2} + 2\text{س} < -\frac{5}{7}$

٢ ماذا يحدث لعلاقة النباين إذا ضربنا طرفي المثلثة في عدد سالب؟ اشرح إجابتك.





المرشد حل المسائل (٤-٧)

دخل خمسة أشخاص إلى مصعد حمولته القصوى ٥٠٠ كيلوجرام.

إذا تساوى وزن شخصين من بينهم (وزن الشخص س) وكانت الأوزان الباقية هي:
٨٢ كجم، ٩٦ كجم، ١١٠ كجم، فإذا جد س الذي يمكن أن يتحمله المصعد؟

الفهم

- ١ ما هي معلمات السالة؟
- ٢ ما المطلوب إلیك (تجاده)؟

حفظ

- ٣ ما مجموع أوزان الأشخاص الخمسة؟
- ٤ ما هي العلاقة بين إجمالي الوزن والحمولة القصوى؟

حل

- ٥ حل المتباينة في (٤).
- ٦ أوجد وزن الشخص (س).

تحقق

- ٧ أوجد س في المعادلة: $٢٨٨ + ٢س = ٥٠٠$.
- ٨ تحقق من صحة المتباينة $٢٨٨ + ٢س \geq ٥٠٠$ إذا كانت س = ٩٠.

حل مسالة أخرى

- ٩ لشراء حاسوب، على أحمد دخراج مبلغ (م) لا يقل عن ٣٦٠ ديناراً. سحب من حسابه المصرفي ١٢٨ ديناراً وأعطاه والده ١٧٥ ديناراً إلى كم دينار على الأقل يحتاج أحمد لشراء الحاسوب؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

٤ التفكير الناقد: هناك متباينات تكون صحيحة لكل قيم المتغير، وهناك بعض المتباينات تكون خطأ لكل قيم المتغير، وعندئذ لا يكون لها حل. من دون كتابة خطوات الحل، حدد ما إذا كانت المتباينة صحيحة أم خطأ لكل قيم المتغير من الأعداد المعقولة. فلتر مبرراتك:

$$1 \text{ س} - 5 > 3 > 4 \text{ س}$$

$$7 < 4 \text{ س} - 5 < 1 \text{ س}$$

$$2 \text{ س} > 6 + 4 < 1 \text{ س}$$

$$6 + 2 < 4 < 1 \text{ س}$$

٥ لمساعدة السكان النازحين من القريضانات، قررت مجموعة من الشباب تأمين ١٦٠ بطانية على الأقل في ثلاثة أيام. إذا أحضرت ٢٧ بطانية يوم الاثنين و ٥٩ يوم الثلاثاء، فكم بطانية على الأقل عليها تأمينها في اليوم الثالث لتحقق هدفها؟ اكتب المتباينة وحلها.

٦ الترابط: أعط مسألة حياتية يمكن أن تسلّح بالمتباينة: $24 > 9$

٧ اشتري أحمد غسالة صخرون لمنزله. تحمل الدارة الكهربائية في المنزل ٢٠ أمبيراً على الأكثـر. إذا سهلتك الأدوات المنزلية الأخرى ١١ أمبيراً، فكم أمبيراً يمكن أن تستهلك غسالة الصخرون؟

إستراتيجيات حل المسائل

- احترم خطأك.
- نظم قائمة.
- العمل جدولًا.
- جن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكستـي.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيـاً.
- حل مسألة أبسط.



اختبار الوحدة السابعة

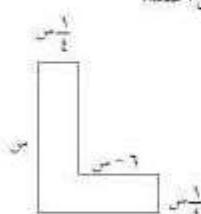
١ حل كلًّا من المعادلات التالية:

$$(1) 5x + 8 = 1 - \frac{5}{7}x \quad (2) \frac{2}{3}x - 1 = 7$$

٢ سعر وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٠ دنانير، يضاف ٣ دنانير إلى كل وجبة مقابل الخدمة.

(أ) اكتب معادلة للبلاغ (م) الذي تدفعه إذا طلبت (ن) وجبة طعام.

(ب) ما عدد الوجبات الممكنة إذا دفعت ٤٣ دينار؟



٣ حل كلًّا من المعادلات التالية:

$$(1) 2x - 1 = -x + 3 \quad (2) \frac{1}{2}x - 1 = x + 1$$

$$(3) x - 100 = 100 - x \quad (4) x - 100 = 100 - x$$

$$(5) x + 4x = 25 \quad (6) 9x - 25 = 4x + 1$$

$$(7) 2x + 1 = x - 1 \quad (8) x - 1 = 2x + 1$$

$$(9) x + 2 = 4x - 2 \quad (10) x - 2 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$(11) x - 2 = 2x + 1 \quad (12) x + 2 = 2x - 1$$

$$(13) x + 2 = 2x - 1 \quad (14) x - 2 = 2x + 1$$

$$(15) x - 2 = 2x + 1 \quad (16) x + 2 = 2x - 1$$

$$(17) x - 2 = 2x + 1 \quad (18) x + 2 = 2x - 1$$

$$(19) x - 2 = 2x + 1 \quad (20) x + 2 = 2x - 1$$

$$(21) x - 2 = 2x + 1 \quad (22) x + 2 = 2x - 1$$

$$(23) x - 2 = 2x + 1 \quad (24) x + 2 = 2x - 1$$

$$(25) x - 2 = 2x + 1 \quad (26) x + 2 = 2x - 1$$

$$(27) x - 2 = 2x + 1 \quad (28) x + 2 = 2x - 1$$

$$(29) x - 2 = 2x + 1 \quad (30) x + 2 = 2x - 1$$

$$(31) x - 2 = 2x + 1 \quad (32) x + 2 = 2x - 1$$

$$(33) x - 2 = 2x + 1 \quad (34) x + 2 = 2x - 1$$

$$(35) x - 2 = 2x + 1 \quad (36) x + 2 = 2x - 1$$

$$(37) x - 2 = 2x + 1 \quad (38) x + 2 = 2x - 1$$

$$(39) x - 2 = 2x + 1 \quad (40) x + 2 = 2x - 1$$

$$(41) x - 2 = 2x + 1 \quad (42) x + 2 = 2x - 1$$

$$(43) x - 2 = 2x + 1 \quad (44) x + 2 = 2x - 1$$

$$(45) x - 2 = 2x + 1 \quad (46) x + 2 = 2x - 1$$

$$(47) x - 2 = 2x + 1 \quad (48) x + 2 = 2x - 1$$

$$(49) x - 2 = 2x + 1 \quad (50) x + 2 = 2x - 1$$

$$(51) x - 2 = 2x + 1 \quad (52) x + 2 = 2x - 1$$

$$(53) x - 2 = 2x + 1 \quad (54) x + 2 = 2x - 1$$

$$(55) x - 2 = 2x + 1 \quad (56) x + 2 = 2x - 1$$

$$(57) x - 2 = 2x + 1 \quad (58) x + 2 = 2x - 1$$

$$(59) x - 2 = 2x + 1 \quad (60) x + 2 = 2x - 1$$

$$(61) x - 2 = 2x + 1 \quad (62) x + 2 = 2x - 1$$

$$(63) x - 2 = 2x + 1 \quad (64) x + 2 = 2x - 1$$

$$(65) x - 2 = 2x + 1 \quad (66) x + 2 = 2x - 1$$

$$(67) x - 2 = 2x + 1 \quad (68) x + 2 = 2x - 1$$

$$(69) x - 2 = 2x + 1 \quad (70) x + 2 = 2x - 1$$

$$(71) x - 2 = 2x + 1 \quad (72) x + 2 = 2x - 1$$

$$(73) x - 2 = 2x + 1 \quad (74) x + 2 = 2x - 1$$

$$(75) x - 2 = 2x + 1 \quad (76) x + 2 = 2x - 1$$

$$(77) x - 2 = 2x + 1 \quad (78) x + 2 = 2x - 1$$

$$(79) x - 2 = 2x + 1 \quad (80) x + 2 = 2x - 1$$

$$(81) x - 2 = 2x + 1 \quad (82) x + 2 = 2x - 1$$

$$(83) x - 2 = 2x + 1 \quad (84) x + 2 = 2x - 1$$

$$(85) x - 2 = 2x + 1 \quad (86) x + 2 = 2x - 1$$

$$(87) x - 2 = 2x + 1 \quad (88) x + 2 = 2x - 1$$

$$(89) x - 2 = 2x + 1 \quad (90) x + 2 = 2x - 1$$

$$(91) x - 2 = 2x + 1 \quad (92) x + 2 = 2x - 1$$

$$(93) x - 2 = 2x + 1 \quad (94) x + 2 = 2x - 1$$

$$(95) x - 2 = 2x + 1 \quad (96) x + 2 = 2x - 1$$

$$(97) x - 2 = 2x + 1 \quad (98) x + 2 = 2x - 1$$

$$(99) x - 2 = 2x + 1 \quad (100) x + 2 = 2x - 1$$

$$(101) x - 2 = 2x + 1 \quad (102) x + 2 = 2x - 1$$

$$(103) x - 2 = 2x + 1 \quad (104) x + 2 = 2x - 1$$

$$(105) x - 2 = 2x + 1 \quad (106) x + 2 = 2x - 1$$

$$(107) x - 2 = 2x + 1 \quad (108) x + 2 = 2x - 1$$

$$(109) x - 2 = 2x + 1 \quad (110) x + 2 = 2x - 1$$

$$(111) x - 2 = 2x + 1 \quad (112) x + 2 = 2x - 1$$

$$(113) x - 2 = 2x + 1 \quad (114) x + 2 = 2x - 1$$

$$(115) x - 2 = 2x + 1 \quad (116) x + 2 = 2x - 1$$

$$(117) x - 2 = 2x + 1 \quad (118) x + 2 = 2x - 1$$

$$(119) x - 2 = 2x + 1 \quad (120) x + 2 = 2x - 1$$

$$(121) x - 2 = 2x + 1 \quad (122) x + 2 = 2x - 1$$

$$(123) x - 2 = 2x + 1 \quad (124) x + 2 = 2x - 1$$

$$(125) x - 2 = 2x + 1 \quad (126) x + 2 = 2x - 1$$

$$(127) x - 2 = 2x + 1 \quad (128) x + 2 = 2x - 1$$

$$(129) x - 2 = 2x + 1 \quad (130) x + 2 = 2x - 1$$

$$(131) x - 2 = 2x + 1 \quad (132) x + 2 = 2x - 1$$

$$(133) x - 2 = 2x + 1 \quad (134) x + 2 = 2x - 1$$

$$(135) x - 2 = 2x + 1 \quad (136) x + 2 = 2x - 1$$

$$(137) x - 2 = 2x + 1 \quad (138) x + 2 = 2x - 1$$

$$(139) x - 2 = 2x + 1 \quad (140) x + 2 = 2x - 1$$

$$(141) x - 2 = 2x + 1 \quad (142) x + 2 = 2x - 1$$

$$(143) x - 2 = 2x + 1 \quad (144) x + 2 = 2x - 1$$

$$(145) x - 2 = 2x + 1 \quad (146) x + 2 = 2x - 1$$

$$(147) x - 2 = 2x + 1 \quad (148) x + 2 = 2x - 1$$

$$(149) x - 2 = 2x + 1 \quad (150) x + 2 = 2x - 1$$

$$(151) x - 2 = 2x + 1 \quad (152) x + 2 = 2x - 1$$

$$(153) x - 2 = 2x + 1 \quad (154) x + 2 = 2x - 1$$

$$(155) x - 2 = 2x + 1 \quad (156) x + 2 = 2x - 1$$

$$(157) x - 2 = 2x + 1 \quad (158) x + 2 = 2x - 1$$

$$(159) x - 2 = 2x + 1 \quad (160) x + 2 = 2x - 1$$

$$(161) x - 2 = 2x + 1 \quad (162) x + 2 = 2x - 1$$

$$(163) x - 2 = 2x + 1 \quad (164) x + 2 = 2x - 1$$

$$(165) x - 2 = 2x + 1 \quad (166) x + 2 = 2x - 1$$

$$(167) x - 2 = 2x + 1 \quad (168) x + 2 = 2x - 1$$

$$(169) x - 2 = 2x + 1 \quad (170) x + 2 = 2x - 1$$

$$(171) x - 2 = 2x + 1 \quad (172) x + 2 = 2x - 1$$

$$(173) x - 2 = 2x + 1 \quad (174) x + 2 = 2x - 1$$

$$(175) x - 2 = 2x + 1 \quad (176) x + 2 = 2x - 1$$

$$(177) x - 2 = 2x + 1 \quad (178) x + 2 = 2x - 1$$

$$(179) x - 2 = 2x + 1 \quad (180) x + 2 = 2x - 1$$

$$(181) x - 2 = 2x + 1 \quad (182) x + 2 = 2x - 1$$

$$(183) x - 2 = 2x + 1 \quad (184) x + 2 = 2x - 1$$

$$(185) x - 2 = 2x + 1 \quad (186) x + 2 = 2x - 1$$

$$(187) x - 2 = 2x + 1 \quad (188) x + 2 = 2x - 1$$

$$(189) x - 2 = 2x + 1 \quad (190) x + 2 = 2x - 1$$

$$(191) x - 2 = 2x + 1 \quad (192) x + 2 = 2x - 1$$

$$(193) x - 2 = 2x + 1 \quad (194) x + 2 = 2x - 1$$

$$(195) x - 2 = 2x + 1 \quad (196) x + 2 = 2x - 1$$

$$(197) x - 2 = 2x + 1 \quad (198) x + 2 = 2x - 1$$

$$(199) x - 2 = 2x + 1 \quad (200) x + 2 = 2x - 1$$

$$(201) x - 2 = 2x + 1 \quad (202) x + 2 = 2x - 1$$

$$(203) x - 2 = 2x + 1 \quad (204) x + 2 = 2x - 1$$

$$(205) x - 2 = 2x + 1 \quad (206) x + 2 = 2x - 1$$

$$(207) x - 2 = 2x + 1 \quad (208) x + 2 = 2x - 1$$

$$(209) x - 2 = 2x + 1 \quad (210) x + 2 = 2x - 1$$

$$(211) x - 2 = 2x + 1 \quad (212) x + 2 = 2x - 1$$

$$(213) x - 2 = 2x + 1 \quad (214) x + 2 = 2x - 1$$

$$(215) x - 2 = 2x + 1 \quad (216) x + 2 = 2x - 1$$

$$(217) x - 2 = 2x + 1 \quad (218) x + 2 = 2x - 1$$

$$(219) x - 2 = 2x + 1 \quad (220) x + 2 = 2x - 1$$

$$(221) x - 2 = 2x + 1 \quad (222) x + 2 = 2x - 1$$

$$(223) x - 2 = 2x + 1 \quad (224) x + 2 = 2x - 1$$

$$(225) x - 2 = 2x + 1 \quad (226) x + 2 = 2x - 1$$

$$(227) x - 2 = 2x + 1 \quad (228) x + 2 = 2x - 1$$

$$(229) x - 2 = 2x + 1 \quad (230) x + 2 = 2x - 1$$

$$(231) x - 2 = 2x + 1 \quad (232) x + 2 = 2x - 1$$

$$(233) x - 2 = 2x + 1 \quad (234) x + 2 = 2x - 1$$

$$(235) x - 2 = 2x + 1 \quad (236) x + 2 = 2x - 1$$

$$(237) x - 2 = 2x + 1 \quad (238) x + 2 = 2x - 1$$

$$(239) x - 2 = 2x + 1 \quad (240) x + 2 = 2x - 1$$

$$(241) x - 2 = 2x + 1 \quad (242) x + 2 = 2x - 1$$

$$(243) x - 2 = 2x + 1 \quad (244) x + 2 = 2x - 1$$

$$(245) x - 2 = 2x + 1 \quad (246) x + 2 = 2x - 1$$

$$(247) x - 2 = 2x + 1 \quad (248) x + 2 = 2x - 1$$

$$(249) x - 2 = 2x + 1 \quad (250) x + 2 = 2x - 1$$

$$(251) x - 2 = 2x + 1 \quad (252) x + 2 = 2x - 1$$

$$(253) x - 2 = 2x + 1 \quad (254) x + 2 = 2x - 1$$

$$(255) x - 2 = 2x + 1 \quad (256) x + 2 = 2x - 1$$

$$(257) x - 2 = 2x + 1 \quad (258) x + 2 = 2x - 1$$

$$(259) x - 2 = 2x + 1 \quad (260) x + 2 = 2x - 1$$

$$(261) x - 2 = 2x + 1 \quad (262) x + 2 = 2x - 1$$

$$(263) x - 2 = 2x + 1 \quad (264) x + 2 = 2x - 1$$

$$(265) x - 2 = 2x + 1 \quad (266) x + 2 = 2x - 1$$

$$(267) x - 2 = 2x + 1 \quad (268) x + 2 = 2x - 1$$

$$(269) x - 2 = 2x + 1 \quad (270) x + 2 = 2x - 1$$

$$(271) x - 2 = 2x + 1 \quad (272) x + 2 = 2x - 1$$

$$(273) x - 2 = 2x + 1 \quad (274) x + 2 = 2x - 1$$

$$(275) x - 2 = 2x + 1 \quad (276) x + 2 = 2x - 1$$

$$(277) x - 2 = 2x + 1 \quad (278) x + 2 = 2x - 1$$

$$(279) x - 2 = 2x + 1 \quad (280) x + 2 = 2x - 1$$

$$(281) x - 2 = 2x + 1 \quad (282) x + 2 = 2x - 1$$

$$(283) x - 2 = 2x + 1 \quad (284) x + 2 = 2x - 1$$

<math display

مخطط تنظيمي للوحدة السابعة



الوحدة السابعة (أ): المعادلات

- المعادلة هي جملة تمثل تساوي بين متساويين.
- حل المعادلة التي تجوي متغيراً يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة عبارة صحيحة.
- يمكنك استخدام العمليات المكعبة في حل المعادلات من الدرجة الأولى.
- تجوي بعض المعادلات أكثر من عملية. يمكنك أن تحل هذه المعادلات بالتين أو أكثر من العمليات المكعبة.
- لكي تحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد تكتبه على صورة عاملين من الدرجة الأولى، ثم تستخدم خاصية الضرب في صفر.

الوحدة السابعة (ب): حل المتباينات

- المتباينة هي حل شامل $<$, $>$, \leq أو \geq . حلول المتباينة هي كل القيم التي تحقق المتباينة.
- توجد حلول المتباينات بحل المعادلات الماظرة والتحقق من القيم المختارة. خط الأعداد هو طريقة ملائمة لتوسيع كل الحلول في الورقة نفسه.
- حل المتباينات من الدرجة الأولى تستخدم خواص التباين الثانية:

خواص الجمع والطرح في المتباينات:

إذا جمعت أو طرحت العدد نفسه من طرفي متباينة، فإن العلاقة بين الطرفين لا تتغير.

$$\text{إذا } a > b \text{ فإن } a + c > b + c$$

$$a - c > b - c$$

إذا $a > b$ فإن $a + c > b + c$ (حيث c بـ c ، c أعداد حقيقية).

$$a - c > b - c$$

خواص ضرب المتباينات:

إذا كان $a > b, c > d$ $\Rightarrow a+d > b+c$

إذا كان $a < b, c > d$ $\Rightarrow a+d < b+c$

إذا كان $a < b, c < d$ $\Rightarrow a+d < b+c$

إذا كان $a > b, c < d$ $\Rightarrow a+d > b+c$

عندما تضرب طرفي متباينة في عده موجب لا تتغير علاقه المتباين و تتغير عند الضرب في عده سالب.

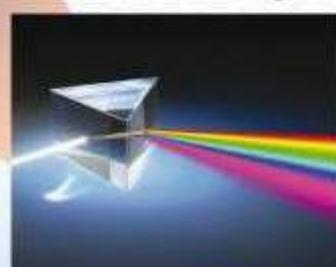
الوحدة الثامنة

هندسة المثلث

Geometry of Triangle

علوم

هذه الحديث عن الضوء، لا بد أن تذكر التشور
لأن المثلثة فهو يندو كمثلث مهمته تحكيم
الضوء الأبيض إلى ضوء ملون بألوان قوس
نرج.



شعوب العالم

لدى الصينيين لعبة تسمى "التترام"، تعتمد
على إنشاء أشكال مختلفة باستخدام المثلثات
كما في الصورة أدناه.



رسالية

يعتبر مثلث سريously من أهم المثلثات
الموجودة في العالم وقد حسم شقق مثلثات
صيغة داخل مثلث مقلل طرفيه ملائمة



مقدمة

يتألف برج الكويت من ثلاثة أبراج متراصة تقع في العاصمة الكويت بين الصوره البرج الأساسي منه حيث يبلغ ارتفاعه 187 متراً وتحيط بطنهانه العليا كورة زجاجية مقطعة على شكل مثلثات متراصة

الكاربوناتية الأساسية

متباين مثلثان إيه

- تطابق ثلاثة أضلاع في مثلث مع الأضلاع الماظرة ظاهري مثلث آخر
- تطابق علمان في مثلث بالصلبمن الماظرين فيما في مثلث آخر، وتطابق الزاوية المحددة بالصلبمن في الثالث الأول بالزاوية الماظرة لها في الثالث الثاني
- تطابق راوغان في مثلث بالزلازين الماظرين فيما في مثلث آخر، وتطابق القسم العاصل بين رأسها في الثالث الأول بالصلب المنظر له في الثالث الآخر
- تطابق صل ووثر في مثلث قائم الزاوية بالصلع والوثر الماظرين فيما في مثلث آخر قائم الزاوية



متباين الوحدة

الحادي
الثانية
الثالثة

سوف تتشكل في هذا المشروع
حصراً كجرتنياً صغيراً أو جسراً من
عيadan القباب مستخدماً المثلثات

التركيز على حل المسائل

كل من المسائل التالية له إجابة، لكن ليست بالضرورة إجابة صحيحة.
انظر سبب صحة الإجابة أو خطتها.



مراجعة المسألة
وامع حقوق الحل للأكاديمية
من مقدمة الإجابة في كل
مسألة.

- ١ بريد أحد أن يرسم مثلثاً متطابق الضلعين، إذا تساوت زواياه بقياس 70° لكل منها، أوجد قياس الزاوية الثالثة.
الإجابة: قائم متطابق الضلعين 110° .

- ٢ قام حد ضلعني مثلث، فوجد أن متطابق الضلعين، طول ضلعه 10 سم وطول وتره $7\sqrt{10}$ سم.
الإجابة: 15 سم.



تطابق المثلثات

Congruence of Triangles

الوحدة
الثامنة (٢)

جسر أكاشي

تم تكملة بناء جسر أكاشي (جسر الملوحة) في اليابان عام 1998 .
وهو ينتمي إلى ثلاثة أجزاء حيث يبلغ طول الجزء الأساسي
991 متراً، وكل من الجزئين الآخرين 960 متراً. وبشكل أفرة
الأرضية التي حدثت عام 1995 تمدد الجزء الأساسي لـ 970 متراً.
بالنظر عن قرب إلى الجسر، نرى سلسلة من المثلثات المترادفة.
تستخدم هذه المثلثات في بناء الجسور لما لها من محاذات بين
الأشكال الهندسية الأخرى.

- ١ ما نوع المثلثات التي ترافق في الجسر؟
- ٢ ما هو تأثير المزارات الأرضية على المثلثات؟

١-٨

تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع Congruent Triangles with SSS

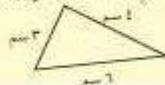
صلة الدرس يسوق أن تعرّف إلى المثلثات المتطابقة ومنها المثلثات المتطابقة، والأدوات المستخدمة: مسطرة، فرجار، ورق، مقنص.

سوف تعلم حالة تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع.

استكشف تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

الأدوات المستخدمة: مسطرة، فرجار، ورق، مقنص.

١. ترسم قل طالب مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم، ٤ سم، ٦ سم مستخدماً المسطرة والفرجار.



٢. يقص كل طالب المثلث الذي رسّمه.

٣. هل تتطابق المثلثات التي رسّمها الطالب؟

تعلم تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

عند كتابة مثلثين متطابقين مراعي الترتيب في كتابة الروس المستاظرة إذا كان مثلثان متطابقين، فإن الأضلاع المتناظرة تكون متطابقة، كذلك تتطابق الروس المتناظرة على بعضها بعضًا، أي أن الروايا المتناظرة لها القياس نفسه.

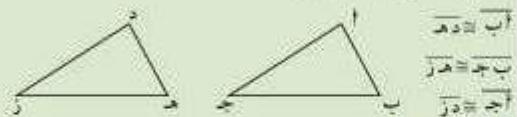
مثال (١)

المثلثان $\triangle ABC$ و $\triangle DHE$ هما متطابقان. اكتب أزواج العناصر المتناظرة.

الحل:

العناصر المتناظرة والمتطابقة:

$A \cong D$, $B \cong E$, $C \cong H$



حاول أن تحل

١. ارسم مثلثين متطابقين، وابكتب أزواج الأضلاع المتطابقة.

٢. $AB = DE$, $BC = EH$, $AC = DH$. دون رسم المثلثين. نظم قائمة بالعناصر المتناظرة والمتطابقة.

يتطابق المثلثان إذا تساوى طول كل ضلع في المثلث الأول مع طول نظيره في المثلث الثاني. يفتر عن ذلك بحالة ضر ضر (صلع، ضلع، ضلع).

سوف تعلم

تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

من الاستخدامات

• يستخدم مصمو الراجهات
الزجاجية الملونة المثلثات
المتطابقة في الإشارة.



المصطلحات

• رمز التطابق هو: \cong

• ضلع: ض

• زاوية: ز

• تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

تذكر

للثلث سه عناصر: ثلاثة
أضلاع وثلاث زوايا.

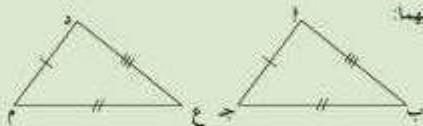
معلومات مبنية

الحال (ض، ض، ض) تعني
أن طول كل ضلع في الثالث
الأول يساوي طول الضلع
المتناظر في الثالث الثاني.



مثال (٢)

أكتب أزواج الزوايا متساويةقياس.



الحل: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ منهما

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

نتيجة $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (ض، ض، ض).

ومنه: $A = D$, $B = E$, $C = F$.

مثال (٣)

من صرع لشكل رباعي فيه:

من ض = من ل، من ع = لع

$\therefore \text{ل}(من لع) = 100^\circ$

أثبت أن $\text{ل}(من صرع) = 100^\circ$

المعلميات: من صرع لشكل رباعي

من ض = من ل

$\therefore \text{ل}(من لع) = 100^\circ$

الطلوب: إثبات أن $\text{ل}(من صرع) = 100^\circ$

لأن صرع، $\Delta ALS \cong \Delta MNL$ منها:

من ض = من ل فرضنا

شرع - لع فرضنا

شرع ضلع مشترك

$\therefore \text{ل}(من صرع} = \text{ل}(من لع} (\text{ض، ض، ض})$

ويتبين من المطالبة أن $\text{ص} = \text{ل}$

$\therefore \text{ل}(من صرع) = 100^\circ$

حاول أن تحل

* أكمل مستخدماً الشكلين المقابلين:

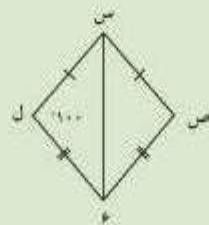
$\overline{AB} \cong \dots$

$\overline{BC} \cong \dots$

$\overline{CA} \cong \dots$

* في الشكل المقابل: حدة مثليون متطابقين. أكتب أزواج العناصر الم対اظرة والمتطابقة.

معلومة مفيدة
عدد حل مسألة الهندسة بدأ
بكتابة المعطيات، ثم تحديد
المطلوب وستفيد منه في
كتابه البرهان.



$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

... $\angle A \cong \angle D$...

... $\angle B \cong \angle E$...

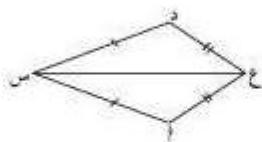
... $\angle C \cong \angle F$...



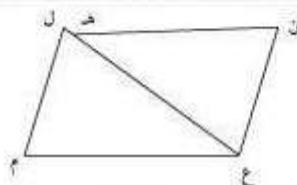
تحقق من فهمك

- ١) متى يكون مثثان متطابقاً للصلب من متطابقين؟
 ٢) متى يكون مثثان متطابقاً للأضلاع متطابقين؟

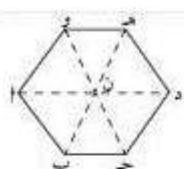
حل المسائل والتفكير المعملي



في الشكل المقابل، أثبت أن $\frac{ds}{dt} = \frac{lu}{lm}$
 أثبت أن $lu \cdot ds = lm \cdot tu$



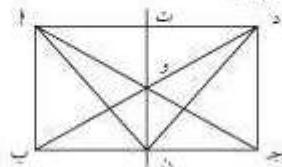
في الشكل المقابل:
 $lm \cong nh$, $uh \cong mu$, $nl \cong hn$
 أوجد أزواج الزوايا المتساوية للقياس.



في المثلث السادس المستقيم المقابل، أثبت تطابق المثلثين anw و ndh .

إستراتيجيات حل المسائل
<ul style="list-style-type: none"> ٠ اختر نمطاً ٠نظم فاما ٠ اعمل جدولًا ٠ جن وتحقق ٠ اعمل طريقة عكسية ٠ استخدم التفكير المعملي ٠ ارسم نموذجاً بيانياً ٠ حل مسألة بخط

٤) في جد مستطيل مركزه ون منتصف ج ب، بـ خط تمايز المستطيل. أثبت أن المثلثين anw و ndh متطابقان.



٢-٨

تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما Congruent Triangles with SAS

صلة الدروس: سبق أن تعرّفت إلى تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع، والآن سوف تعلم تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما.

سوف تعلم
• تطابق مثلثين بضلعين والزاوية
المحددة بهما

استكشف تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما

- الأدوات المستخدمة: مسطرة، ورق، مقص، منقلة.
- يرسم كل طالب مثلثاً طولاً ضلعين فيه ٤ سم، ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°.
 - يختار كل طالب زاوية مختلفة عن زميله.
 - يقص كل طالب المثلث الذي رسمه.
 - هل تتطابق المثلثات التي رسمها الطالب؟

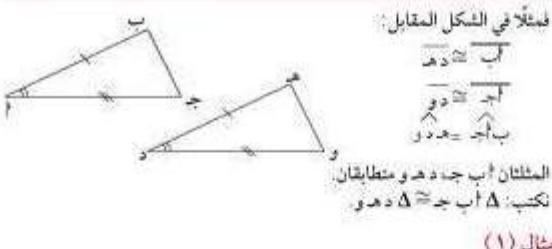
من الاستخدامات

- يستخدم التجارون الكثير من المثلثات المترابطة في تنفيذ الديكور.



تعلم تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما

تطابق المثلثان إذا تطابق ضلعين والزاوية المحددة بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر، وبغير عن ذلك بحاله من (ضلع، زاوية، خالص)



مثال (١)

أب ج متطابقان الضلعين. أقصى الزاوية بـ أبـ. أثبت أن المثلثين أبـ، أجدـ متطابقان.

الحل:
المعطيات: $A = A'$,
 $JG = JA$

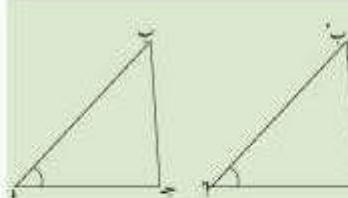
الطلوب: إثبات أن $JG \approx JA$

البرهان: $AJ = AJ$ (أبـ جـ متطابقان)
 $JG = JA$ (أبـ جـ متطابقان)

لوضع مشترك

تستنتج أن $JG \approx JA$ (ضـ ضـ ضـ)





حائل ان دخل

٤) في الشكل المقابل $\angle A = \angle C$ سبب ()

2 - 2

۴۰۰۰ = ۱۰۰۰ + ۳۰۰۰

البيت أن المثلث

٢٤

في الشكل المقابل إذا كان

من مس

مدد مختصر

أثبت أن المبشر

م.ن.د، م.س.ح. متطابقات

الطبعة الأولى

→ p = 28

المطلوب: إثبات تطابق

المطلوب: إثبات تطابق المثلثين مـ نـ دـ مـ جـ سـ

البرهان: مدن = مس

卷之三

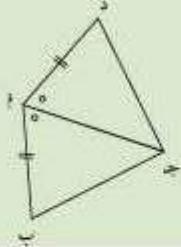
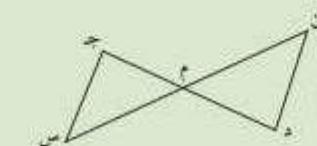
三

دیگر دلایل جو می‌باشد

حاول أن تحل

٢ في الرسم المقابل، أثبت تطابق المثلثين.

* في الرسم المقابل، أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.



مثال (٣)

أثبت أن $\triangle ABC$ متساوٍ زوياً إذا وفقط إذا كان $\triangle ABD$ متساوٍ زوياً.

البيانات: $\triangle ABD$ متساوٍ زوياً.

الطلب: إثبات أن $\triangle ABC$ متساوٍ زوياً.

البرهان:

- ن假設 $\triangle ABD$ متساوٍ زوياً.
- يتنازع قطرا المستطيل في وسطها $\triangle ABC$ متساوٍ زوياً.
- إذن $\triangle ABC \sim \triangle ABD$.
- إذن $\angle ABD = \angle CAB$.
- إذن $\angle ABC = \angle ABD + \angle CAB = \angle CAB + \angle CAB = 2\angle CAB$.
- إذن $\angle ABC = 2\angle CAB$.
- إذن $\triangle ABC$ متساوٍ زوياً.

حاول أن تحل

أثبت أن $\triangle ABC$ متساوٍ زوياً إذا وفقط إذا كان $\triangle ABD$ متساوياً.

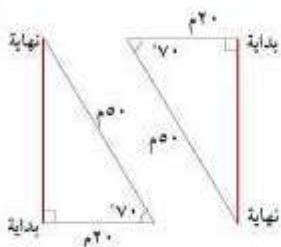
تحقق من فهمنك

- هل يتطابق مثلثان قائمه الزاوية في حالة (ضيق ضيق)؟
- كم زوجاً من المثلثات المتطابقة يمكن الحصول عليها باستخدام رؤوس ومركز متوازي أضلاع؟



المرشد خل المسائل (٢-٨)

المرشد
خل المسائل



سلك شخصان طريقتين مختلفتين حيث يمثل كل طريق بالخط الأحمر في الرسم المقابل. هذه النهاية استنتجوا أن لكلا الطريقين المسافة نفسها. أي حالة من حالات تطابق المثلثات يمكنهما التأكيد من صحة هذا الاستنتاج؟

فهم

ما هي أطوال أضلاع كل مثلث وقياسات زواياه؟

تحقق

هل الزوايا متطابقة؟ فسر

هل الأضلاع متطابقة؟ فسر

أين تقع الزوايا المتطابقة بالنسبة إلى الأضلاع المتطابقة؟

حل

هذه الحالة التي استخدماها لثبت أن المثلثين متطابقان؟

تحقق

كيف يمكن للشخصين أن يتحققوا من أن المسافة هي نفسها بطريقة أخرى؟

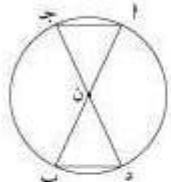
حل مسألة أخرى

استنتاج طالب أن ارتفاع المثلثين المتساوين في الرسم المقابل هو نفسه.

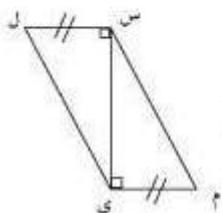
هذه الحالة التي استخدماها الطالب في استنتاجه؟



حل المسائل والتفكير المنطقي



- ن هو مركز الدائرة، \overline{AB} و \overline{CD} قطران
أثبت تطابق المثلثين $\triangle AOB$ و $\triangle COD$.



- أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$.

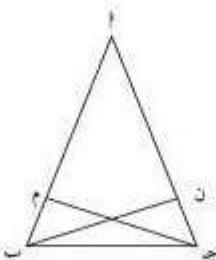
$$\text{أكمل: } \angle \hat{C} = \angle \hat{B} = \dots$$



- النقطة ر متصل كل من A بـ B، A بـ C.
أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$.

استراتيجيات حل المسائل

- اختر نمطًا.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وتعذر.
- أعمل بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم قليلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



- أثبت جد مثلث متطابق الضلعين ($\triangle ABD$ - $\triangle ADC$).
وضعت القطة م، ن بحيث يكون $A\hat{m} = A\hat{n}$.
أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$.



تطابق مثلثين بزوايتيهن وضلع واحد بين رأسيهما Congruent Triangles with ASA

سوف تتعلم
• تطابق مثلثين بتطابق زاويتين
و ضلع واحد بين رأسيهما.

من الاستخدامات
• يستخدم البلاطون المثلثات
المتطابقة في تنفيذ الفسيفساء.



لذاك
مجمع خيارات زوايا
المثلث يساوي 180°

استكشف تطابق مثلثين بتطابق زاويتين والصلع الواصل بين رأسيهما

- الأدوات المستخدمة: سطرة، ورق، مقص، مقلة
- رسم كل طالب مثلثاً مستخدماً البيانات التالية: طول أحد الأضلاع 4 سم ، وفيه زاوية من زواياه 45° ، 56° .
- يقص كل طالب المثلث الذي رسماه.
- يحاول الطالب مطابقة المثلثات التي حصلوا عليها. هل تتطابق كل المثلثات؟

تعلم تطابق مثلثين بتطابق زاويتين والصلع الواصل بين رأسيهما

يطابق المثلثان إذا تطابقت زوايان والصلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع الزاويتين والصلع الم対اظرة لها في المثلث الآخر. ونعبر عن ذلك بحالة (زا ز) (زاوية، صلع، زاوية).

أمثلة

- ١ في الرسم الشكلي، ثبتت زمي متوازي الأضلاع.
أثبت أن المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle EDC$ متطابقان

الحل
الخطوات: ثبتت زمي متوازي أضلاع
المطلب: إثبات تطابق $\triangle ABC$ و $\triangle EDC$.
البرهان: $\angle A = \angle E$ زوازي متبادلان داخلية
 $\angle B = \angle D$ زوازي متبادلان داخلية
 $\angle C = \angle C$ صلع مشترك
المثلثان متطابقان (زا ز)

حاول أن تعمل

- ٢ المثلثان أدجع لمهما مطابقاً الصاعدين
 $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$
أثبت أن هذين المثلثين متطابقان.



٢ أثبت تطابق المثلثين زرع، مربع د في الشكل أدناه إذا كان

$$n(\gamma) = n(\beta) \text{ و } n(\alpha) = n(\delta)$$

المطلوب إثبات تطابق زرع، مربع د

البرهان

$$n(\beta) = n(\gamma) \text{ فرض}$$

$$n(\alpha) = n(\delta)$$

$$n(\gamma) = 180 - [n(\beta) + n(\alpha)]$$

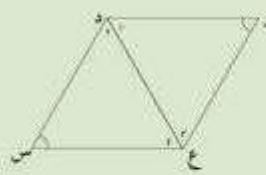
$$n(\delta) = 180 - [n(\beta) + n(\gamma)]$$

ومن تساوي $n(\beta) = n(\gamma)$

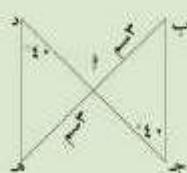
$$n(\gamma) = n(\delta) \text{ تستنتج أن } n(\gamma) = n(\delta)$$

إذا المثلثان زرع، مربع د متطابقان (ز. ض. ر.)

حاول أن تحل



* أثبت أن المثلثين زرع، مربع د في الشكل المقابل متطابقان



٣ سخذنا الشكل المقابل، أثبت تطابق المثلثين جدن، بكم

المعطيات: زرع ج متطابق الضلعين في ج ن = ب م

المطلوب: إثبات تطابق المثلثين جدن، بكم

البرهان

$$n(\gamma) = n(\beta) \text{ زرع ج متطابق الضلعين في ج}$$

جدن = بكم فرض

$$n(\beta) = n(\delta) = 90 \text{ العائد المبين في الرسم}$$

$$n(\gamma) = 180 - [n(\beta) + n(\alpha)]$$

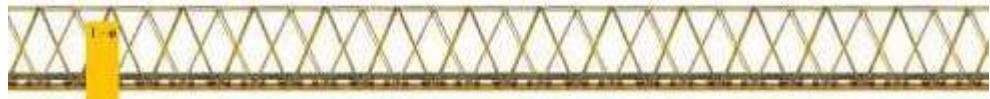
$$n(\gamma) = 180 - [n(\beta) + n(\alpha)]$$

$$\text{من } n(\gamma) = n(\beta) \text{ تستنتج أن } n(\gamma) = n(\beta)$$

إذا المثلثان جدن، بكم زرع (ز. ض. ر.)

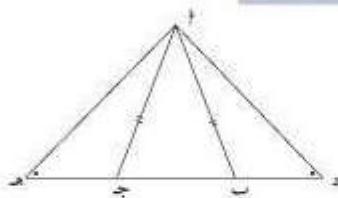
تحقق من فهمك

* إذا تطابقت ثلاثة زوايا في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر فهل يتطابق المثلثان؟ ارسم مثلثين لدعم إجابتكم.



المرشد حل المسائل (٤-٨)

٦٣



في الشكل المقابل
لـ $\triangle ABC$ (أدب) = $\triangle A'B'C'$ (مذبذب)
أثبت أن المثلث $A'B'C'$ متطابقان.

四

- ٦) الثالث في ج مطابق الفعلين إذا (.....) = (.....).

٧) ما عليك تبيه إليات نماطين؟

خطيب

٨) ماذا تعرف عن الزوايا الخارجية في الثالث في ج؟ أثبت ذلك.

二

ماذا تعرف عن الزوايا الخارجية في المثلث هل جـ؟ أبـ ذلك.

هل هناك معلومات أخرى تساعد في الحل؟

حل

卷之三

- ٩- ثابت أن $\Delta = \Delta'$
٨- بما أن $\Delta = \Delta'$ (جاء أعلاه) (رسالة رقم ٦) إذاً الحالة تسمى بالثابت تطابق المثلثين Δ و Δ' .

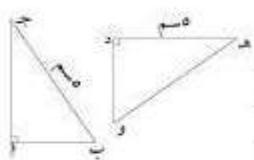
حل مسأله اخري

• أثبتت تطابق المثلثين المجدد، ثم ذُكر في الرسم أمثلة.

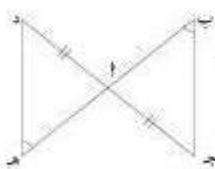


حل المسائل والتفكير المنطقي

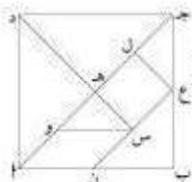
١ في الشكل المقابل لماذا لا يمكن أن يتطابق المثلثان $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ ؟



٢ أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ في الشكل المقابل.



٣ في شكل متوازي أضلاع مركب $EFGH$. أوجد أزواج المثلثات المتطابقة.



٤ التفرايم شكل هندسي مربع يقسم إلى مثلثات. تقطع المثلثات ويعاد تجميعها لشكل رسمونا جميلة، عد أزواج المثلثات المتطابقة في الشكل المقابل. هـ مركز المربع. عـ متصief بـ جـ دـ متصief بـ اـ لـ متصief جـ هـ، و متصief هـ اـ

إسهامات حل المسائل

- اختر نمطاً.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- أعمل بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم ثالثاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



تطابق مثلثين قائمي الزاوية Congruency of Right Triangles

صلة الدرس سبق أن عرّفت على حالات تطابق المثلثين، والآن سوف تعرف على حالة تطابق مثلثين قائمي الزاوية.

سوف تعلم
• تطابق مثلثين قائمي الزاوية

استكشاف

تطابق مثلثين قائمي الزاوية

الأدوات المستخدمة: ورق، مسطرة، فرجار، ملمس

- يرسم كل طالب زاوية قائمة.
- يعين الطالب بواسطة الفرجار القطعة جـ التي تتدلى إلى أحد الضلعين بحيث يكون طول أـجـ يساوي 5 سم.
- يرسم قوساً يقطع الضلع الآخر للزاوية في بـ، بواسطة الفرجار أيضاً انطلاقاً من النقطة جـ وينتهي قياسها 7 سم.
- يصل بين نقطتين بـ، جـ، ثم يقص المثلث الناتج.
- هل تطابق المثلثات التي تم رسمها؟

من الاستخدامات
• يستخدم الكشافة تطابق المثلثات
القائمة الزاوية عند تصميمهم



تعلم

تطابق مثلثين قائمي الزاوية

تطابق المثلثات قاعدة الزاوية التي رسماها الطلاب لكن هذا التطابق لا يصافى مع الحالات الثلاث لتطابق المثلثات التي تم التعرف إليها سابقاً.

تطابق مثلثان قائمة الزاوية إذا تطابق وتر وصلعه على أحد هما مع وتر وصلعه في المثلث الثاني



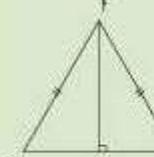
أمثلة

١) بـ جـ مثلك متطابق الضلعين ($\overline{AC} \cong \overline{AB}$) $\angle A = \angle C$

إثبات تطابق المثلثين $\triangle ABC \cong \triangle ACB$

الحل:

المعطيات: $AB = AC$, $\angle A$ قائم الزاوية في بـ



المطلوب: إثبات تطابق المثلثين $\triangle ABC \cong \triangle ACB$, ثواب

البرهان: $\triangle ABC$ قائم الزاوية في بـ أي $\angle A$

$\angle A = \angle C$ (تطابق الوترتين)

$\triangle ABC \cong \triangle ACB$

نتيجة أن $\triangle ABC \cong \triangle ACB$ (تطابق مثلثين قائمي الزاوية)



حاول أن تحل

٩) أثبت تطابق المثلثين $\triangle LOM$ و $\triangle MOL$ في الشكل المقابل.

المحتوى المنشورة على موقع مكتبة الزاوية

وَنَمَر

ایت آن تو دریم

المعنىات

وں تیم ر

المطلوب

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} g_{\mu\nu} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

卷之三

$$\left(\begin{smallmatrix} \hat{x} & \hat{y} \\ \hat{y} & \hat{x} \end{smallmatrix}\right) v = \hat{w} \Rightarrow \left(\begin{smallmatrix} x & y \\ y & x \end{smallmatrix}\right) v = w$$

$$T(\text{رمزي}) = T(\text{رمزي}) - n$$

ومن تساوى قياس الزاويتين \hat{a} ، \hat{b} نستنتج ان $\hat{c} = \hat{d}$

إذاً المثلثان متطابقان (تطابق مثلثين قائمي الزاوية).

حاول أن تعلم

الثالث أسباب عدم نجاح الضرائب (أ) - (ب)

أثبتت نظرية المثلثين بـ لـ جـ دـ وـ بـ في الشكل المقابل



مثال (٣)

في شكل الظاهر الورقي المقابل، أوجد زوجين متطابقين من المثلثات قائمة الزاوية.

الحل:

المعطيات:

$\angle A = \angle G$

$\angle B = \angle D$

$\overline{AB} \perp \overline{BD}$

المطلوب: إيجاد زوجين متطابقين من المثلثات قائمة الزاوية

البرهان:

في المثلثان $\triangle A B$ ، $\triangle D C$:

$\angle A = \angle D$ ١٩٠

$\angle B = \angle C$ مترافقاً

$\angle A B C = \angle D C B$

أي ضلع مترافق

إذا المثلثان $\triangle A B$ ، $\triangle D C$ قائمان الزاوية ومتطابقان.

ونبرهن بالطريقة نفسها أن المثلثين $\triangle B M$ ، $\triangle D N$ متطابقان.

حاول أن تحل

في الشكل المقابل، أوجد جد مسطigel مركب، أثبت أن $B D = D C$.

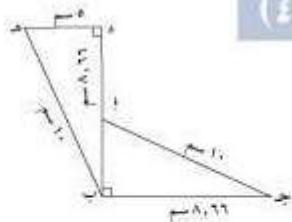
تحقق من نهملك

هل يمكن تطبيق حالات تطابق المثلثين إذا كان المثلثان قائمي الزاوية؟

إذا اختلف طولاً الوترين في مثلثين قائمي الزاوية، هل يمكن أن يتطابقا؟



المرشد لحل المسائل (٤-٨)



كم تبعد النقطة A عن النقطة B؟

أجب عن السؤال أعلاه مستخدماً الرسم المقابل.

الفهم

ما المطلوب إريك إيجاده؟

خطوات

- ١ ما الخاصية المشتركة بين المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$ ؟
- ٢ ما أطول أضلاع كل مثلث؟
- ٣ هل الورقة متطابقان في كلا المثلثين؟ قسر
- ٤ هل للمثلثين ضلعان آخران متطابقان؟ ما هما؟
- ٥ هل المثلثان $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$ متطابقان؟ حدد أي حالة استخدمت.

حل

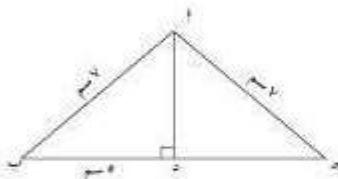
ما هو الضلع المتطابق مع \overline{AB} ? أوجد طوله.

تحقق

تحقق من أطوال الأضلاع \overline{AB} ، \overline{AC} مستخدمًا نظرية فياغورث.

حل مسألة أخرى

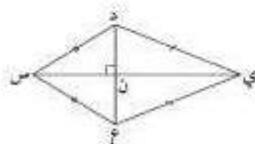
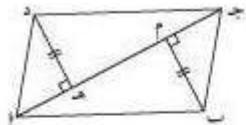
مستخدماً معطيات الشكل أدناه، أوجد طول \overline{BC} .



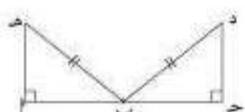
حل المسائل والتفكير المنطقي

فيما يلي جملة متوازي أضلاع

مستخدماً معلومات الشكل المقابل، أثبت تطابق المثلثين $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



* التفكير الناقد: يمثل الشكل الرياضي المقابل شكل طافرة ورقية اذكر جميع ازواج المثلثات قائمة الزاوية المستطابقة في الشكل وبين حالة التطابق

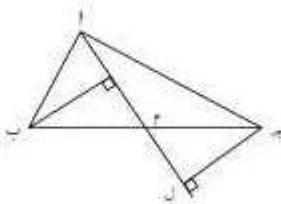


* في الشكل المقابل $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
فيما يلي زاويتان فائضتان ، ب متصف بـ $\angle A$.
أثبت أن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

* بين الشكل المقابل قطعي أرض ملاصقين: $AB = AD$. إذا كانت M منتصف AB ، فاني قطعة منها مساحتها أكبر؟
فشر إجابتك.

إستراتيجيات حل المسائل

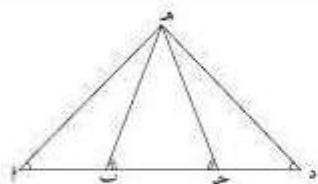
- اختر بخطأ.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن ومحزن.
- أعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم قليلاً يائياً.
- حل مسألة أبسط.



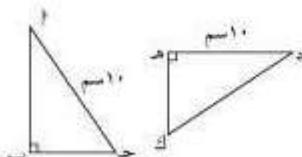
اختبار الوحدة الثامنة

- ٤) مستخدماً الرسم المقابل، أي من الجمل التالية صحيحة؟ فسر

 - أ) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ odus متساوي الساقين
 - ب) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ و $\angle A \cong \angle D$ و $\angle B \cong \angle E$
 - ج) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ و $\angle A \cong \angle D$ و $\angle C \cong \angle F$
 - د) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ و $\angle A \cong \angle D$ و $\angle B \cong \angle E$ و $\angle C \cong \angle F$

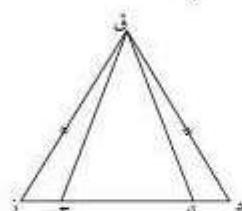


- ٧- هنا يتعلّم المُثّانُ أب جد هـ دـ ٩٥ فـ



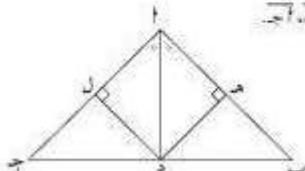
- أثبت أن المقطعة s تصف $\frac{d}{dx}$

- ٤) إذا كان σ (في دك) = σ (في زاح)
 σ (في لدك) = σ (في حزرك)
 في دك = في زاح
 (أ) أثبت أن σ دح = لدك.
 (ب) أثبت أن المثلث لدك في متطابق الضلعين في زاح.



- ٤- في الشكل المقابل:**

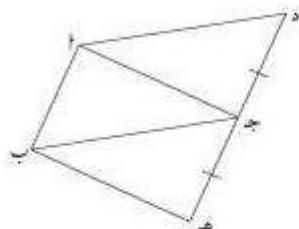
- (ب) خصم النقطة م تنتهي إلى آد. أثبت تساوي البعدين م والقطعين آد. آد.



٣) أب جد متواري أضلاع

نأخذ هـ ننتهي إلى دـ جديهـت بـ جـ هـ دـ بـ

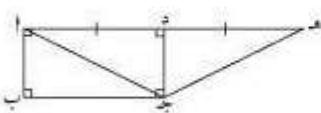
أثبت أن: $\Delta ABC \cong \Delta DHE$



٤) أب جد مستطيل

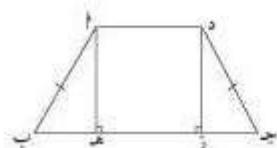
نأخذ هـ على أذيجـت دـ هـ بـ

أثبت أن: $\Delta DHE \cong \Delta ABC$



٥) أب جد شبيه منحرف متاظيق القطعين

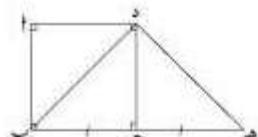
أثبت أن: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EH}$



٦) أب جد مربع

القطـاطـاتـ بـ، دـ عـلـىـ اـسـتـقـامـةـ وـاحـدـةـ يـجـعـتـ جـدـ هـ = جـدـ بـ.

أثبت أن: $\Delta DHE \cong \Delta ABC$

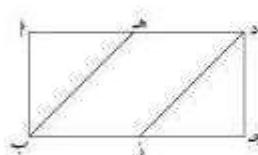


٧) أب جد مستطيل

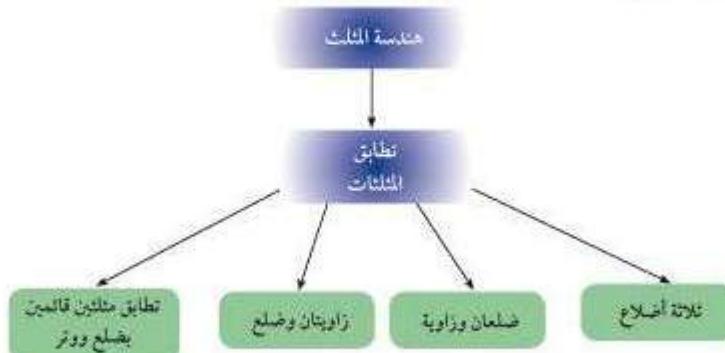
هـ مـتـصـفـ أـدـ

زـ مـتـصـفـ جـ دـ

أـثـبـتـ أـنـ $\Delta DHE \cong \Delta ABC$



مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة



الوحدة الثامنة (١): تطابق المثلثات

يتطابق مثلثان عندما:

- يتطابق ثلاثة أصلع في مثلث مع الأصلع المناظرة له في المثلث الآخر.
- يتطابق ضلعان والزاوية المحددة بهما في مثلث مع نظائرهم من المثلث الآخر.
- يتطابق زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في مثلث مع نظائرهم في المثلث الآخر.
- يتطابق ضلع ووتر في مثلث قائم الزاوية مع نظائرهم في مثلث آخر.

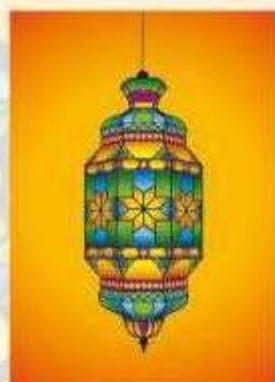
الوحدة النinth

الأشكال الرباعية

Quadrilaterals

الفنون

تبيّن هذه الصورة مصباحاً من التراث الإسلامي الخاص بشهر رمضان الكريم، وقد زين بالملون ورسمت عليه أشكال هندسية، معظمها مربعات.



العلم

يتألف علم دولة الكويت من أشكال مختلفة من الرباعيات الملونة (الأخضر، والأبيض، والأسود، والأحمر)، يعبر كل لون عن معنى سام يدل على شرخ هذه الدولة.



رياضة

الشكل الرياضي المماسية

الشكل الرياضي هو مطلع له أربعة أضلاع

ثانية المتزلف هو شكل رباعي له عن الأقل زوج واحد من الأضلاع المترادفة

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي ، كل زوج من أضلاعه المقابلة متوازية

المربع هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية الطول، أو هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متقابلان متعاكسان

المستطيل هو شكل رباعي ، قيس كل زاوية من زواياه ٩٠°، أو هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

المربع هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية الطول وكل زاوية من زواياها قياسها ٩٠°، أو هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متقابلان متعاكسان وإحدى زواياه قائمة

ملعب كرة المضرب مستطيل الشكل . يبلغ طوله ٢٣,٧٧ مترًا (٢٦ ياردة) وعرضه ٨,٢٣ مترًا (٩ ياردات). توسط للملعب شبكة ترتفع ١,٠٧ م عند الطرفين و١,١٤ م في الوسط . لملفقة المتنفذة في المباريات الدولية مواصفات دقيقة: لوحها أصفر أو أبيض، يزدوج طول قطفيها بين ٦,٣٥٠ و ٦,٨٨٠ سم، وزنهما بين ٧,٥٦ جراماً و ٥٨,٥ جراماً.



علوم

اعتبر الملح عصرًا آمنًا لدى الإنسان منذ آلاف السنين لكنه يأخذه عدد فرحة للحفاظ على جودة طعامه. فين هذه الصورة شكل مركب الملح وهو على شكل نظام باليوري سكوب.



مشروع الوجهة

في هذا المشروع، سوف تقوم بصنع طائرة ورقية مستخدمنا بعض الأوراق والمشابك. سوف تستكشف أولاً تأثير الوزن والشكل على درجة هذه الطائرة على الطيران، ومن ثم سوف تقوم بتصميمها وصنعها. سوف ترى كيف أن الهندسة الصناعية تحمل طائرتك مبنية. تتحقق الفرق عند لجاج طائرتك في الطيران وعند نشلها.

التركيز على حل المسائل

عزم أي معلومات إضافية تحتاج إليها في كل مسالة. إذا كانت كل المعلومات اللازمة متوفرة، فقم بحل المسالة.



- ١ تزيد مها شراء بعض الأعلام المستطيلة وجدت منها عدّة أكبر من عليها المثقل وبعض الآخر مثقل تزيين حوار هذه الأعلام، حيث يبلغ ثمن العلم الواحد ٤ دنانير وثمانين ريال الواحد من العلم الأكبر ٩ دنانير وثمانين ريال وثمانين دينار. إذا كان لدى مها ١٠ دنانير، فهل تستطيع شراء علمين؟

- ٢ يساوي بعدها العلم المقضى عند مها 100×100 سم. إلى كم دينار تحتاج لها شراء هذا العلم مع الآخر مثقل؟

العنصر
الناتج
عندما تحظى بحل خطوط المسألة، يجب أن تتأكد من أنك تعرف جميع المعلومات الضرورية لحلها. في بعض الأحيان يفقد المسالة إلى ملحة (معلومات) مهمة.



الأشكال الرباعية Properties of Quadrilaterals

الوحدة
النinth (٩)

الأشكال الهندسية من حولك

أنت نظرت من حولك، سوف ترى أشياء عديدة لها
أشكال هندسية
رباب مثلك سطح الشكل، وبعضاً لوالده
مربعة الشكل، والأضواء فيه دائرة الشكل
إذا أردت أن تذهب إلى الحديقة أو إلى أحد
الملعب يمارسة رياضتك الفضولية، سوف تصادف
أيضاً أشكالاً هندسية متنوعة لذلك ولكن ترى
الأشياء على صورة هذه الأشكال، يجب عليك
أولاً أن تعرف الأشكال الهندسية البسيطة وبعضاً
من خصائصها المميزة.

- ١) اذكر بعض الأشياء وحدد شكلها الهندسي
- ٢) هل من الممكن أن يكون شيء ما عددة
أشكال هندسية في الوقت نفسه؟ أعدد أمثلة

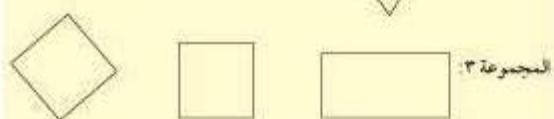
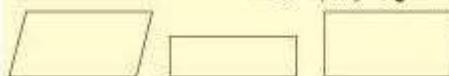
١-٩

خواص الأشكال الرباعية Properties of Quadrilaterals

«**صلة الفرس**» سبق أن تعلمت الأشكال الرباعية، والآن سوف تتعلم تصنيفها.

استكشف الأشكال الرباعية

في كل من المجموعات أدناه هناك شكل رباعي لا يتبع إلى المجموعة بخاصية معينة. حدد هذا الشكل وفتر سب احتبارك.



سوف تعلم
• تصنيف الأشكال الرباعية

من الاستخدامات

• يستخدم المهندسون
المدنيون الأشكال الرباعية
عند رسم مخططات الابنية



المصطلحات الأساسية

Trapezoid • شبه المترif

Parallelogram • متوازي الأضلاع

Rhombus • مربع

Rectangle • مستطيل

Square • مربع

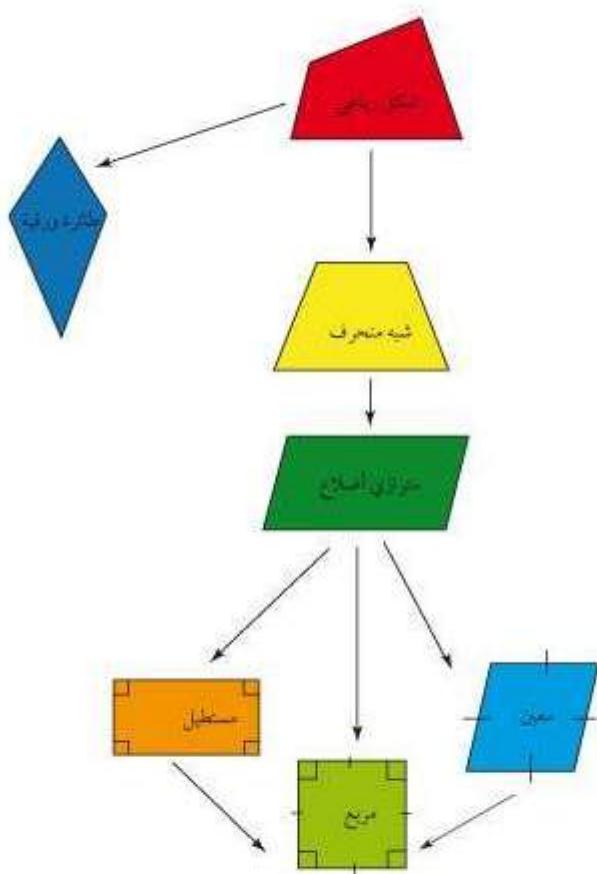
Kite • طائرة ورقية

تعلم الأشكال الرباعية

الشكل الرباعي هو مقلع له أربعة أضلاع. توجد عدة أنواع خاصة من الأشكال الرباعية منها: شبه المترif، متوازي الأضلاع، المربع، المستطيل، التрапز، ولكن منها مجموعة مختلفة من الخصائص، حيث يمكن تصنيفها بأكثر من طريقة.



يمدد المخطط أدناه العلاقة بين الأشكال الرباعية.



تعريفات الأشكال الرياضية ومميزاتها

اسم الشكل	رسم الشكل	تعريف الشكل	خواص الشكل
متوازي الأضلاع		الأضلاع الم対بالة متوازية	- الأضلاع الم対بالة متطابقة - يتقاطع القطran في منتصفها - نقطه تقاطع قطره هي مركز تمازن له - كل زاويتين متقابلتين متساويتين في القياس - كل زاويتين متتاليتين متكمالتين
المربع		أضلاعه الأربع متطابقة	- متوازي أضلاع له ضلعان متباينان متقابلان - القطران متعمدان ويتقاطعان في وسطها
المستطيل		رباعي زواياه الأربع قائمة	- متوازي أضلاع له زاوية قائمة قطران متطابقان ويتقاطعان في منتصفها
المرربع		زواياه الأربع قائمة وأضلاعه متطابقة	- متوازي أضلاع له ضلعان متباينان متقابلان وزواياه قائمة - معن له زاوية قائمة - مستطيل له ضلعان متباينان متطابقان -قطران متطابقان ومتعمدان ويتقاطعان في منتصفها
شبه المتصرف		له زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية	الزوايايان المجاوران لساق واحدة هما متكمالتان
الطايرة الورقية		زوجين من الأضلاع المجاورة متطابقة	قطران متعمدان



مثال (١)

أوجد قيمة المغير في المربع المقابل، ثم أوجد طول ضلعه.

الحل:

$$2s + 3 = s + 5 \quad \text{خاصية متوازي الأضلاع في المربع}$$

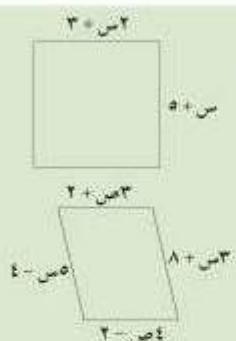
$$s + 5 = 5 \quad \text{إضافة الممكوس الجمعي لـ } s$$

$$s = 2 \quad \text{إضافة الممكوس الجمعي لـ } 2$$

$$\text{إذاً طول ضلع المربع} = 7 - 5 + 2 = 4 \quad (2 \times 2 + 3)$$

حاول أن تحل

أوجد أطوال أضلاع متوازي الأضلاع في الرسم المقابل.



مثال (٢)

ينظم نادي البيئة في المدرسة «يوم الطائرة الورقية». صمم ربيع طائرته كما هو مبين في الشكل المقابل. أوجد مساحة الورق اللازم لصنع الطائرة.

الحل:

يُشَكِّلُ الشكل إلى ٤ مثلثات قائمة الزاوية، كل مثلثين منها متطابقان.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{مساحة الورق} = 3 + 2 + 5 = 10 \text{ وحدة مربعة}$$

مثال (٣)

افتتحت عزّة لأختها الصغرى طائرة ورقية. ساعد عزّة في معرفة أطوال أضلاع الطائرة إذا كان مجدها يساوي ١٩٠ سم.

الحل:

$$s + s + 2 + 5 + s + 5 = 190$$

$$6s + 10 = 190$$

$$6s = 180$$

$$s = 30 \quad \text{أطوال أضلاع الطائرة هي } 30 \text{ سم، 65 سم}$$

حاول أن تحل

أوجد أطوال أضلاع طائرة ورقية مجدها ٨٤ سم ويزيد طول الضلع الأكبر ١٢ سم عن طول الضلع الأصغر.

تحقق من فهمك

● ارسم شكل رباعي لا يكون مستطيلًا. قشر.

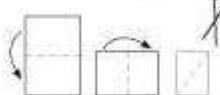
● هل شبه المترافق هو متوازي أضلاع؟ قشر.





المرشد حل المسائل (١-٩)

تاویل ورقة مستطيلة الشكل واطوها إلى نصفين أفقی ثم عمودیاً (انظر الشكل المقابل). قص الورقة بعد مطويها، كما هو في الشكل المقابل. ما الشكل الذي تحصل عليه بعد قص الورقة
وعند فتحها؟ الشرح



الإجابة

ما معلميات المسألة؟

ما المطلوب إياك إيجاده؟

خطوات

- ما الشكل الذي تحصل عليه بعد عطي الورقة للمرة الأولى؟
- ما الشكل الذي تحصل عليه بعد عطي الورقة للمرة الثانية؟

حل

- هل الشكل الذي ستحصل عليه هو مثلث؟
- هل أضلاع الشكل متطابقة؟ فتر.
- ما الشكل الذي تحصل عليه؟ فتر.
- هل يتغير الشكل (إذا تم قص الورقة ونف القطر الآخر) فتر.

تحقق

نجد الخطوات المطلوبة مستخدماً ورقة مربعة وقطرة ومقصاً لتحقّق

حل مسألة أخرى

كرر الخطوات مستخدماً ورقة مربعة الشكل. ما الشكل الذي تحصل عليه.



متوازي الأضلاع Parallelogram

ملة المدرس سبق أن صفت الأشكال الرباعية، والآن سوف تستكشف متوازي الأضلاع

استكشاف متوازي الأضلاع

- ارسم مستقيمين متوازيين مستخدماً المثلث القائم والمسطرة، ثم اقطعهما بقاطع
- ارسم مستقيمين متوازيين بخطها القاطع مستخدماً المثلث القائم والمسطرة.
- أي نوع من المضلومات ترى؟
- كم زوجاً من المستقيمات المتوازية في هذا المضلوم؟
- قارن أطوال كل زوج من أزواج المستقيمات المتوازية.
- ماذا تستطيع أن تستنتج عن نوع المضلوم؟

سوف تعلم
التعرف إلى متوازي الأضلاع

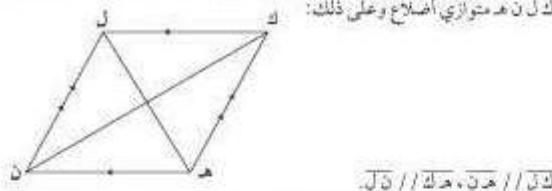
من الاستخدامات
• معظم الأشكال التي تراها في
الجسور الحديدية هي على
شكل متوازي الأضلاع



تعلم خواص متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متساوين متوازيان

كل زوج من ضلعين متوازيين يحدهما خطان متوازيان وعلي ذلك:



في متوازي الأضلاع، مجموعقياس كل زاويتين متواليتين 180° .

المصطلحات الأساسية

متوازي الأضلاع
Parallelogram

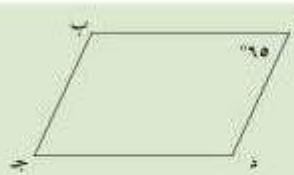
زوايا متساوية
Consecutive angles

زوايا متقابلان
Opposite angles

معلومات مفيدة
ملاحظة: تستخدم الرمز // بدلاً
من مواز



مثال (١)



لـ بـ جـ دـ مـ تـ و~ زـ اـ ضـ لـ ا~ عـ . بـ (أـ) = ٦٥ - ٥٩٥
أـ وـ جـ دـ (بـ) ، بـ (دـ)

الـ مـعـلـيـاتـ . لـ بـ جـ دـ مـ تـ و~ زـ اـ ضـ لـ ا~ عـ

بـ (أـ) = ٦٥ - ٦٥ = ٠

الـ مـطـلـوـبـ : لـ بـ حـادـ قـاـسـ الزـاوـيـنـ بـ ، دـ

الـ حـلـ :

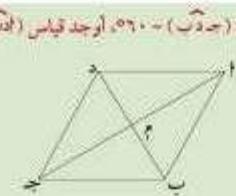
$$\text{بـ (بـ)} = ٥٩٥ - ٥٦٥ = ٣١٥ \quad \text{خـاـصـيـةـ الـرـوـابـيـاـ الـمـسـتـقـلـةـ فـيـ مـتـوـزـيـ الـأـضـلـاعـ}$$

$$\text{بـ (دـ)} = ٥٩٥ - ٥٩٠ = ٥٥$$

حاـوـلـ أـنـ تـحـلـ

* في مـتـوـزـيـ الـأـضـلـاعـ لـ بـ جـ دـ بـ (أـ) = سـ ، بـ (بـ) = طـ ، أـ وـ جـ دـ (جـ) ، بـ (بـ)

مثال (٢)



فـيـ مـتـوـزـيـ الـأـضـلـاعـ السـقـابـلـ ، إـذـاـ كـانـ بـ (بـ جـ) = ٥١٣٠ - ٥٦٠ ، بـ (جـ دـ) = ٥٦٠ ، أـ وـ جـ دـ قـاـسـ (بـ جـ)

الـ مـعـلـيـاتـ . لـ بـ جـ دـ مـ تـ و~ زـ اـ ضـ لـ ا~ عـ

بـ (بـ جـ) = ٥١٣٠ - ٥٦٠ = ٥٧٠

بـ (جـ دـ) = ٥٦٠ - ٥٦٠ = ٠

الـ مـطـلـوـبـ : لـ بـ حـادـ قـاـسـ (بـ جـ)

الـ حـلـ :

$$\text{بـ (بـ)} = \text{بـ (بـ جـ)} = ٥١٣٠ - ٥٦٠ = ٥٧٠ \quad \text{خـاـصـيـةـ الـرـوـابـيـاـ الـمـسـتـقـلـةـ فـيـ مـتـوـزـيـ الـأـضـلـاعـ}$$

$$\text{بـ (بـ)} = \text{بـ (جـ دـ)} - \text{بـ (جـ دـ)} =$$

$$٥٦٠ - ٥١٣٠ =$$

$$٥٧٠ =$$

حاـوـلـ أـنـ تـحـلـ

* في المـثالـ (٢) أـ وـ جـ دـ (بـ جـ)



مثال (٣)

في متوازي الأضلاع المقابل، أوجد قيم المجهولين s ، $ص$

الحل:

خاصية تبادل الأضلاع
المقابلة في متوازي الأضلاع

$$3s - 5 = 2s + 4$$

$$3s - 2s = 4 + 5$$

$$s = 9$$

خاصية تبادل الأضلاع
المقابلة في متوازي الأضلاع

$$2s + 5 = s + 6$$

$$2s - s = 6 - 5$$

$$s = 1$$

حاول أن تحل

أوجد قيم s ، $ص$ في متوازي الأضلاع المقابل

مثال (٤)

أب جد متوازي أضلاع مركب
أكمل رسم متوازي الأضلاع الـ جد.

الحل:

المعطيات: أب جد متوازي أضلاع مركب.
ل نقطة خارج متوازي الأضلاع
المطلوب: رسم متوازي الأضلاع الـ جد.
الحل: سخذنا المسقطة والمرجان، ضع النقطة و بحيث تكون ممتتصف لـ و
رسم المثلث الـ جد.
م متصف لـ ج (خاصية قطري متوازي الأضلاع)
م متصف لـ و
إذا جد متوازي أضلاع. (بتعامد القطرين في متصصتها).



حاول أن تحل

* أثبت أن المضلع لهي و هو أيضاً متوازي الأضلاع

مثال (٥)

ارسم متوازي الأضلاع د و ل ع حيث

$$\text{و } \text{ل} = 7 \text{ سم، و } \text{د} = 4 \text{ سم، و } \angle(\text{د، دل}) = 57^\circ.$$

الحل:

ارسم قطعة مستقيمة دل طولاً 7 سم بواسطة سطرة مرفقة.

استخدم المثلثة لرسم دل و دن بحيث يكون دل و دن $= 57^\circ$.

ضع النقطة د على دن بحيث يكون دن = 4 سم

مستخدماً القرص، ارسم قوساً من مركز دل و طول نصف قطره 4 سم، ثم ارسم

قوسًا من مركز د و طول نصف قطره 7 سم، بحيث يتقاطع القوسان في نقطة.

أكمل رسم المضلع دل و دن

حاول أن تحل

* ارسم متوازي الأضلاع دل و دن ع حيث

$$\text{و } \text{د} = 8 \text{ سم، و } \angle(\text{د، دل}) = 130^\circ, \text{ و } \angle(\text{د، دن}) = 50^\circ.$$

تحقق من نفسك

* هل كل شكل رباعي له زاويتان متساویتان هما المطلوب نفسه.

في متوازي الأضلاع

■ كل ضلعين متساوين متوازيان.

■ كل ضلعين متساوين لهما الطول نفسه.

■ كل زاويتين متساوين متساویاتان في القياس.

■ كل زاويتين متساوين متساویاتان.

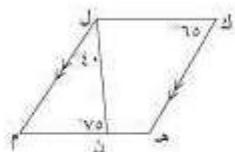
■ يتقاطع قطر متوازي الأضلاع في نقطة منتصفها.

* إذا تقاطع قطر شكل رباعي في نقطة منتصفها، فهل يكون هذا الشكل متوازي الأضلاع؟ اشرح.

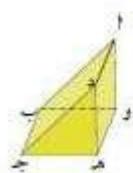


حل المسائل والتفكير المطابقي

٤ أثبت أن الشكل LJM هو متوازي الأضلاع.



٥ ما عدد متوازيات الأضلاع التي تراها في الرسم؟



٦ التحدى: أرسم الشكل الرباعي ثالث بجديت (حدائق رؤوسه هي كالتالي: (أ) ٢٠، (ب) ٤٢، (ج) ١٤، (د) ٣٠ وبيان نوعه. اشرح

٧ وبرت سالم وأخيه مروان قطعة أرض كما في الشكل المقابل.

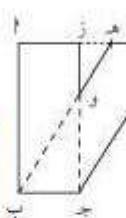
اقتصر سالم أن تقسم القطعة إلى قسمين (أ) هو

(ج) والقطعة (ز) (ب ج)

ويتقى القطعة المثلثة (ز ج ب) مشتركة وتستخدم كحديقة

تزرع زهوراً.

هل الاقتراح سالم منصف؟



استراتيجيات حل المسائل

- اختر نمطاً
- نظم قائمة
- اعدل جدولًا
- حلّ وتحقق
- اعمل بطرقة مكتبة
- استخدم التفكير المطابقي
- ارسم شيئاً بانياً
- حلّ مسألة أبسط



الكشف عن متوازي الأضلاع

Exploring A Parallelogram

- سوف تعلم
- * كيفية إثبات أن رباعي هو متوازي أضلاع من استخدامات
- * يستخدم صانعو الدرجات الهوائية فكرة متوازي الأضلاع عند دوران السلسلة المعدنية على ترس السرعة

استكشف

إيجاد متوازي الأضلاع

الأدوات المستخدمة: ملصق، مشابك ورق، قطبان خشبية

استخدم قطبان خشبية على أن يكون كل زوجين منها متطابقين



اربط أطراف هذه القضبان ببعضها كي تشكل رباعي حيث أضلاعه المقابلة متطابقة

ما شكل الرباعي الذي حصلت عليه؟

إذا غيرت قياس الروابي في هذا

الرباعي، ما الشكل الذي تحصل عليه؟

تعلم

إيجاد متوازي الأضلاع

كل رباعي حيث أضلاعه المقابلة متوازية يكون متوازي الأضلاع يمكن إيجاد متوازي الأضلاع برباعي واحدة من خمس خصائص في الرباعي وبالتالي عندما يصبح لدينا متوازي أضلاع تكون الخصائص الباقية صالحة للاستخدام ونستطيع تحليقها.

إذا طبق كل زوجين متطابقين في رباعي يكون لدينا متوازي أضلاع

مثال (١)

لدينا (أب جد) رباعي حيث $\overline{أب} \parallel \overline{جـ}$ $\overline{جـ} \parallel \overline{بـ}$

البت أن (أب جد) متوازي أضلاع

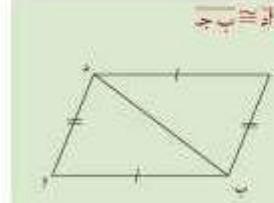
المطلوب:

$\overline{أـ} \parallel \overline{جـ}$

$\overline{بـ} \parallel \overline{ـجـ}$

المطلوب: أب جد متوازي أضلاع

البرهان:



$\overline{ab} \parallel \overline{cd}$ (فرض)
 $\overline{ab} \perp \overline{ef}$ (فرض)
 $\overline{cd} \perp \overline{ef}$ (منطق)
 لذا يكون المثلثان متطابقين بحسب حالة (ض، ض، ض)
 ومنه نستنتج
 $d(a/b) = d(d/b) \Rightarrow \text{لذا } \overline{ab} \parallel \overline{cd}$
 $d(d/b) = d(b/c)$ (منطق)
 $\overline{cd} \parallel \overline{ab}$
 بما أن الأضلاع المقابلة هي
 متوازية فيكون $\overline{ab} \parallel \overline{cd}$
 متوازي أضلاع

حاول ان تحل

لدينا \overline{ab} جد متوازي أضلاع \overline{cd} هي امتداد مع \overline{ef} بحيث أن $\overline{cd} \parallel \overline{ef}$.
 أثبت أن $\overline{ab} \parallel \overline{cd} \Rightarrow \overline{ab} \parallel \overline{ef}$ استناداً إلى أن \overline{ab} جد متوازي أضلاع
 إذا توافر مثلثان متطابقان في رباعي وتطابقاً، فيكون لدينا متوازي أضلاع

مثال (٢)

لدينا $(ab\parallel cd)$ رباعي حيث
 $\overline{ab} \parallel \overline{dc}, \overline{ab} \perp \overline{ef}$
 أثبت أن $(ab\parallel cd)$ متوازي أضلاع
 الحل:
 المعطيات: $\overline{ab} \parallel \overline{dc}$
 $\overline{ab} \perp \overline{ef}$
 المطلوب: $(ab\parallel cd)$ متوازي أضلاع
 البرهان:
 نأخذ المثلثان: $\triangle abf$ و $\triangle dcg$
 $\angle b \cong \angle g$ (فرض)
 $\angle b \cong \angle g$ (مشترى)
 $d(b\angle g) = d(g\angle b)$ (زاوية مبادلة داخلية)
 لذا يكون المثلثان متطابقين بحسب حالة (ض، ض)

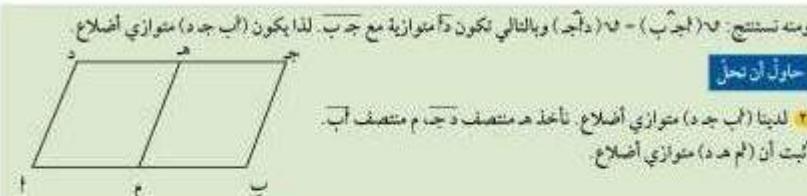
نعم؟

هل

إذا نساوى قياساً زاويتين
 مبادلتين داخلتين يكون
 المستقيمان متوازيين
 (ج) ——————
 (ج) ——————
 (ج) —————— (ج)
 (ج) —————— (ج)
 (ج) —————— (ج)



حاول أن تحل



إذاً نساوي في كل زوج من الزوايا الم対ن في رباعي تكون لدينا متوازي أضلاع

مثال (٣)

لدينا $(AB\parallel CD)$ رباعي حيث

$\angle A = \angle C$

$\angle B = \angle D$

أثبت أن $AB\parallel CD$ متوازي أضلاع

الحل

المعطيات: $\angle A = \angle C$

$\angle B = \angle D$

المطلوب: $(AB\parallel CD)$ متوازي أضلاع

البرهان:

$\angle A + \angle B = 180^\circ$

(زاوجان متكمتان على مستقيم واحد) (١)

$\angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360^\circ$ (مجموع قياس زوايا رباعي)

$\angle A + \angle D + \angle B + \angle C = 360^\circ$ (قوس)

$\angle A + \angle C = 360^\circ - \angle B - \angle D$ (بالتعويض)

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ (بالثلثة على ٢)

إذ: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ (المعادلة (١))

نتيجة أن: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ وبالتالي $AB\parallel CD$

وبالطريقة نفسها ثبت أن: $AC\parallel BD$ لذا يكون $(ABCD)$ متوازي الأضلاع

حاول أن تحل

أوجد قيمة س، صن في الرباعي $(AB\parallel CD)$ ليصبح متوازي أضلاع حيث:

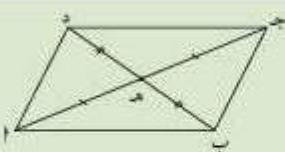
$\angle A = 2(\text{مس} + 10)$, $\angle C = 3(\text{مس} - 10)$

$\angle B = 5(\text{مس} + 5)$, $\angle D = 6(\text{مس} - 20)$



إذا تطابق قطر رباعي في منتصف، فيكون الرباعي متوازي أضلاع

مثال (٤)



لدينا $(أب جد) رباعي حيث$

$\text{هـ} \cong \text{هـ} \text{، هـ} \cong \text{هـ}$

أثبت أن $(أب جد) متوازي أضلاع$

ناتج المثلثين: $ب \cong ج \cong د$

الحل

المعطيات

$\text{هـ} \cong \text{هـ} \text{، هـ} \cong \text{هـ}$

المطلوب

$(أب جد) متوازي أضلاع$

البرهان:

$\text{هـ} \cong \text{هـ} \text{ (فرض)}$

$ب \cong ج \cong د \text{ (فرض)}$

$ب = ج = د \text{ (المقدار)} \quad \text{(متطابقان بالرأس)}$

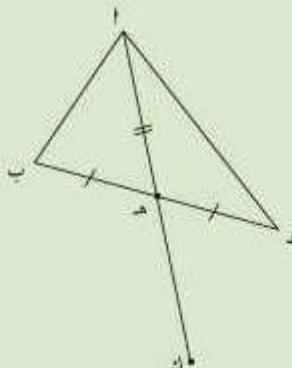
فيكون المثلثان متطابقين بحسب الحالة (ضـ زـ ضـ)

ومنه نستنتج أن $ب \cong ج \cong د \text{ (هـ)} \text{ و وبالتالي}$

$ب \cong ج \text{ (لـ و ايضا هـ} \cong \text{هـ)}$

إذا $(أب جد) متوازي أضلاع.$

حاول أن تحل



لدينا $(أب ج) مثلث هـ نقطة منتصف بـ جـ.$

$هـ \cong \text{هـ} \text{ أثبت أن } \text{هـ} \cong \text{هـ}$

أثبت أن $(أب ك ج) متوازي أضلاع$

إذا تكاملت زاويتان متطابقتان مع زاوية في رباعي يكون لديها متوازي أضلاع

مثال (٥)

لدينا $(أب جد) رباعي حيث$

$ب = ج \text{ (من) ، } ج = د \text{ (من) ، } د = ب \text{ (من)}$

أثبت أن $(أب جد) متوازي أضلاع$



الحل:

المعطيات:

$$\angle (ج) = ص$$

$$\angle (أ) = م$$

$$\angle (ب) = 180 - ص$$

الطلوب:

(أب جد) متوازي أضلاع

البرهان:

نأخذ $\angle (أ) = ص$ فيكون لدينا:

$$ص + من + 180 = من + ص - 360 \rightarrow (مجموع قياس الزوايا في الرباعي)$$

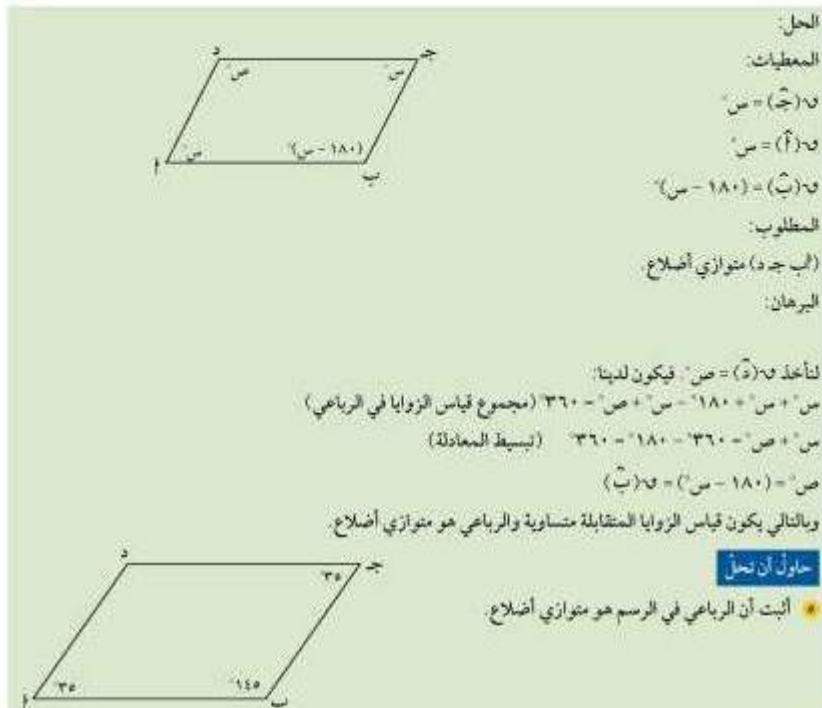
$$من + ص - 360 = 180 - 180 - 360 \rightarrow (تبسيط المعادلة)$$

$$ص = 180 - من = ق (ب)$$

وبالتالي يكون قياس الزوايا المتناسبة متساوية والرباعي هو متوازي أضلاع.

حاول أن تحل

أثبت أن الرباعي في الرسم هو متوازي أضلاع



تحتني من فهمك

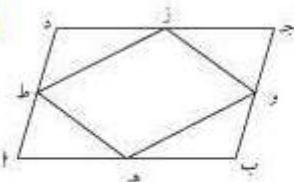
هل متوازي ضلعين متقابلين وتطابق الضلعين الآخرين المتقابلين في رباعي يمكنني لأن يكون لدينا متوازي أضلاع؟ فسر.

هل تتطابق القطرين في متوازي قطر واحد من رباعي يمكنني لأن يكون لدينا متوازي أضلاع؟ دعم إجابتك برسم.

هل تتطابق ضلعين متقابلين في رباعي يمكنني لأن يكون لدينا متوازي أضلاع؟ فسر.



المرشد في المسائل (٣-٩)



(أ) جد متوازي أضلاع
هـ، زـ، طـ متصطف الأضلاع

أـ، بـ، جـ، دـ، ذـ بالنتائج أثبت أن: هـوزـ طـ متوازي أضلاع.

الهم

ما نوع الرياحي لـ جـ؟

ما موقع القاططـ هـ، زـ، طـ على القطع المستقيمة أـ، بـ جـ جـ دـ ذـ

خطوه

ما العلاقة بين جـ، جـ؟ والعلاقة بين جـ، بـ جـ؟

ما العلاقة بين جـ(أـ)، جـ(بـ)، جـ(جـ)؟ والعلاقة بين جـ(أـ)، جـ(بـ)، جـ(جـ)

حل

أثبت تعابق المثلثين $\triangle HZG$ ، $\triangle HZB$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للقطعين ZG ، ZB ، طـ HZ ؟

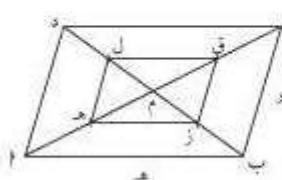
أثبت تعابق المثلثين $\triangle HZB$ ، $\triangle HZE$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للقطعين ZB ، ZE ، طـ HZ ؟

استخدم نتائج ٥ - ٦ لتثبت أن HZ طـ متوازي أضلاع.

تحقق

استخدم مسطرة أو فرجاز لإيجاد أطوال HG ، ZG ، ZB ، طـ HZ وتأكد من أن كل ضلعين متساوين لهما الطول نفسه.

حل مسالة أخرى



لدينا HZ جـ جـ متوازي أضلاع حيث M نقطة تقاطع قطرية تأخذ HZ ، ZC ، C نقاط متصطفة HZ ، GD ، GD بالنتائج.

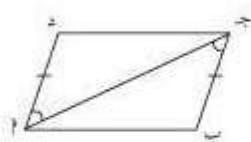
أثبت أن HZ طـ متوازي أضلاع



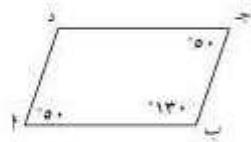
حل المسائل والتفكير المطابقي

استخدم الدلائل في كل صورة لتبين ما إذا كان الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. اشرح (جايتك).

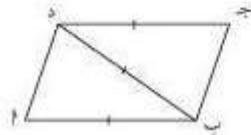
(ب)



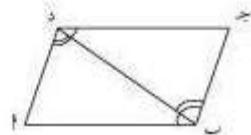
(ج)



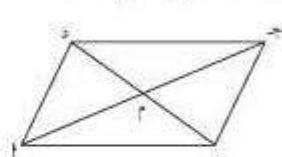
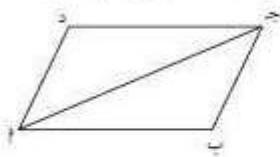
(د)



(هـ)



التحدي: اشرح كيف يمكنك إثبات أن الرباعي أب ج د متوازي أضلاع باستخدام المعلمات.
أ- المثلثان: د م ج، ب م ؟
ب- الشكالن: دأب ب ج؟



الكشف عن متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة Exploring Special Cases of Parallelogram

صلة المدرس سبق أن تعرّفت خواص متوازي الأضلاع، والآن سوف تعرّف الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع ▶

استكشاف الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع

- الموازيم: شبكة من رباعيات، مربعات، متوازيات، مسطرة، مسطرة أهل ضعن مجموعة مع اثنين من رياضيات لاستكشاف خصائص كل من المسطر والمربع والمربع.
- بنهاية كل واحد من المجموعة شكلاً من هذه الأشكال الثلاثة ويرسمه على ورقة شبكية من رباعيات.
- مستخدماً على الورقة أو المسطرة والمسطرة، يقياس كل عنصر في المجموعة أضلاع الشكل ويقارن ما بينها، كذلك يقيس الزوايا ويقارن ما بينها.
- استخدموا الناتج الذي حصلتم عليه لإكمال الجدول أدناه.

المربع	المربع	المربع	المربع	متوازي الأضلاع	الخصائص
					كل الأضلاع متطابقة
				✓	الأضلاع المتقابلة متطابقة
				✓	الأضلاع المتقابلة متوازية
				✓	قياسات الزوايا المترابطة متساوية
					كل الزوايا قائمة
				✓	متقاطع الأربعاء في منتصفها
					القطران متطابقان
					القطران متعامدان
					كل قطر ينصف الزوايا بين المتقابلتين

سوف تعلم
• الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع
• خواص كل من المسطر، المربع، المعين

من الاستخدامات
• استخدمت أنواع مختلفة من متوازيات الأضلاع عند تصميم القلعة والقصور القديمة.



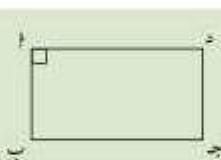
المصطلحات الأساسية
Rectangle • مستطيل
Rhombus • معين
Square • مربع



تعلم الحالات الخاصة لتواري الأضلاع

يكون متوازي الأضلاع مستطيلا إذا كانت إحدى زواياه قائمة

مثال (١)



(أ) $\angle A = \angle C = 90^\circ$

إثبات أن $ABCD$ مستطيل

الحل: المعطيات

(ب) $\angle A = \angle C = 90^\circ$

الطلوب

$\angle B = \angle D = 90^\circ$

البرهان:

$\angle A + \angle B = 180^\circ$ خاصية الزوايا المترابطة في متوازي الأضلاع

$\angle A + \angle B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle C + \angle D = 180^\circ$ خاصية الزوايا المترابطة في متوازي الأضلاع

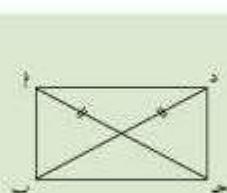
ومنه نستنتج أن $ABCD$ مستطيل

حاول أن تحل

• (أ) $\angle A = \angle C = 90^\circ$ إثبات أن $ABCD$ مستطيل

يكون متوازي الأضلاع مستطيلا (فإن تعابق قطرها)

مثال (٢)



(أ) $AC = BD$

إثبات أن $ABCD$ مستطيل

الحل: المعطيات

(ب) $AC = BD$

البرهان:



المطلوب: $(ab\text{-}cd)$ مستطيل

البرهان:

في المثلثين ab و cd أوجه:

$ad \approx cd$ (مشترك)

$ab \approx ab$

$b\bar{a} \approx \bar{a}c$ (فرضاً)

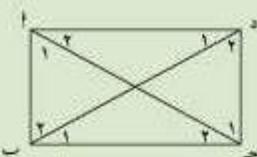
المثلثان متطابقان وفقاً للحالة (ض، ض، ض) وهذه $c(b) = c(\bar{a})$

نثبت بالطريقة نفسها أن المثلثين ab و dc جد متطابقان وهذه $c(b) = c(\bar{a})$

$c(b) + c(\bar{a}) = 180^\circ$ خاصية الزوايا المترابطة في متوازي الأضلاع

$c(b) + c(b) + c(\bar{a}) + c(\bar{a}) = 180^\circ$

$c(b) + c(b) + c(b) + c(b) = 180^\circ$ (بالتعريف)



$c(b) + 2c(b) = 180^\circ$

$c(b) + c(b) = 90^\circ$

ومنه $(ab\text{-}cd)$ مستطيل

حاول أن تحل

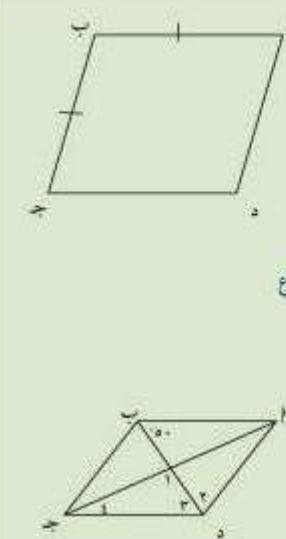
• $(ab\text{-}cd)$ متوازي أضلاع يتقاطع قطراء في m

$\overline{bc} \approx \overline{ad}$ استخدم تطابق المثلثات بحيث أحد رؤوسها لإثبات أن $(ab\text{-}cd)$ مستطيل

يكون متوازي الأضلاع معنّا إذا تطابق شملان متجاوران في



مثال (٣)



(أب جد) متوازي أضلاع حيث $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

ثبت أن (أب جد) معين

الحل:

المعطيات: (أب جد) متوازي أضلاع

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

المطلوب: (أب جد) معين

البرهان: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ وجداً

$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ وجداً

$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ (فرض)}$

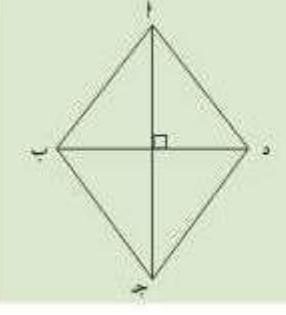
إذن $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ دائمة (أب جد) معين

حاول أن تحل

* أوجد قياسات الزوايا $1, 2, 3$ في المربع المقابل

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا تعايد قطره.

مثال (٤)



(أب جد) متوازي أضلاع $\angle ABD = \angle CBD$

ثبت أن (أب جد) معين

الحل:

المعطيات: (أب جد) متوازي أضلاع

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

المطلوب: (أب جد) معين

البرهان:

لتكن M نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع



في المثلثان $\triangle ABD$ و $\triangle ABC$

لهم ضلع مشترك

$AB = AB$ - $BC = BC$ -

$\angle A = \angle A$

بنطاق قطراً متوازي الأضلاع في متصفحها

المثلثان $\triangle ABD$ و $\triangle ABC$ متطابقان وفق الحاله (ض، ز، ض)

نستنتج أن $AC = BD$

ويساً أن $AC = BD$ ، $AB = BC$ و $BD = DC$

وذلك لأن $AB = BD$ معين

حاول أن تجعل

* $AB = BD$ متوازي أضلاع حيث $\angle A = \angle D$

استخدم المتصفح المعمودي للكم قظر لإثبات أن $(AB = BD)$ هو معين

يمكون متوازي الأضلاع مربعاً إذا تطابق ضلعان متقابلان متساويان فيه وكانت إحدى زواياه قائمة.

مثال (٥)

($AB = BD$) متوازي أضلاع حيث $\angle A = \angle C$ - 90° . ثبت أن $(AB = BD)$ مربع

الحل:

المعطيات: ($AB = BD$) متوازي أضلاع

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

المطلوب: ($AB = BD$) مربع

البرهان:

($AB = BD$) متوازي أضلاع

$\angle A = \angle C$ إذا هو $AB = BD$ معين

$C(BD) = 90^\circ$ إذن ($AB = BD$) هو مستطيل

ومما سبق نستنتج أن $AB = BD = DC = CA$ - $\angle A = \angle C = 90^\circ$



وبالتالي ($b - d$) هو مربع.

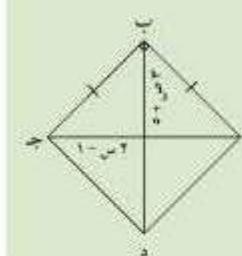
يكون متوازي الأضلاع مربعا إذا تطابق قطراء وتعامدا.

الحل:

إذا تطابق قطراء متوازي الأضلاع فيصبح مستطيلا، وإذا تعامد قطراء فيصبح معيناً ومنهما يصبح مربعا.

حاول أن تحل

في متوازي الأضلاع المقابل $b = d - 14$. أوجد قيم m ، n .



تحقق من فهمك

- بين صحة أو خطأ العبارات التالية:
- جميع المربعات هي مستطيلات.
 - شبه المترافق هو متوازي أضلاع.
 - المعين يمكن أن يكون طائرة ورقية.
 - بعض متوازيات الأضلاع هي مربعات.
 - الأشكال الرباعية هي متوازيات أضلاع.



حل المسائل والتفكير المعملي

٤) اذكر ما إذا كانت كل خبرة من العبارات التالية صحيحة أم خطأ:

- ١) كل متوازي أضلاع هو معين.
- ٢) كل معين هو مربع.

٥) لمتوازي أضلاع زاوية قياسها 45° ، أو جد قياسات الزوايا الأخرى.

٦) أوجد طول ضلع:

- ١) مربع محيطه ٢ متر.
- ٢) معين محيطه ٤ أمتار.
- ٣) مستطيل محيطه ٦ أمتار وطول أحد أضلاعه متر واحد.

٧) صنف كل مضلع:

- ١) زواياه قائمة وأضلاعه غير متساوية.
- ٢) له زوج واحد من المستويات المقابلة المتوازية.

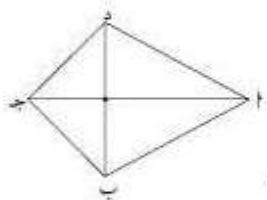


اختبار الوحدة التاسعة

هل توازن \overline{AM} لاعل صحة كل من العبارات التالية:

- (أ) إذا توازى ضلعان في مضلع رباعي كان شبه متعرف.
- (ب) قطر متوازي أضلاع متساوي الطول ومتناصفان.
- (ج) إذا كان لضلع رباعي مركز تناول كان متوازي أضلاع.
- (د) قطر مستطيل هما محوراً تناول له.

هل الشكل الرباعي $ABCD$ جد المقابل معن؟ لماذا؟



في $ABCD$ مثلث متطابق الضلعين، رأسه؟

- (أ) لرسم الشكل، تم عين النقطة O صورة النقطة A بالانعكاس في \overline{BD} .
- (ب) يبرهن أن أضلاع رباعي AB جد متساوية الطول.
- (ج) ما نوع الشكل الرباعي في $ABCD$ ؟ لماذا؟

أثنى معيناً في $ABCD$ على أن يكون $AB = 5$ سم، $BC = 7$ سم، ثم عمل إنشاءه.

ارسم دائرة D مرتكزة O ، ثم ارسم فيها نقطتين متعامدين C ، H .

- (أ) هل CH جد متوازي أضلاع، لماذا؟
- (ب) هل CH مستطيل، لماذا؟
- (ج) ما نوع الشكل الرباعي $CHBD$ ؟

لقد الإنشاء الثاني:

- (أ) ارسم AB بطول 5 سم.
- (ب) عين M منتصف AB .

(ج) ارسم CH الذي متضيقها H بطول 5 سم، على أن يكون $CH \parallel AB$.

- (د) ارسم الشكل الرباعي $CHBD$.
- (هـ) ما نوع الشكل الرباعي $CHBD$ ؟ لماذا؟

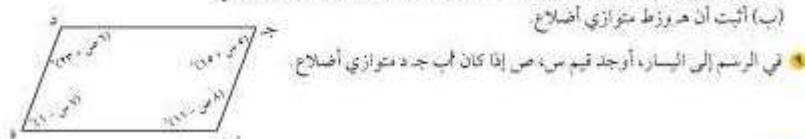
ارسم مستطيلاً $ABCD$ جد مرتكزة O ، ثم عين النقطة H على أن يكون AB بـ H متوازي أضلاع.

- (أ) ما نوع الشكل الرباعي $ABHD$ ؟ عمل إيجابك.
- (ب) ماذا يمكنك أن تقول عن AB ، H ؟ لماذا؟

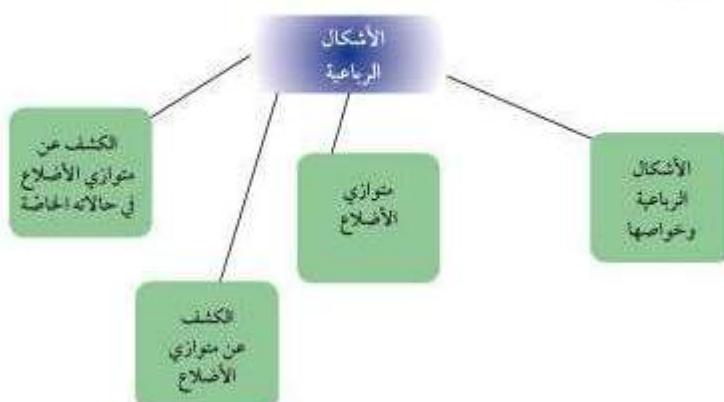
ارسم المعين $ABCD$

- (أ) عين على الرسم المقابل $ABCD$ ، Z ، ط متصفات $ABCD$ ، Z ، B ، C ، على التوالي.

(ب) أثبت أن HZ متوازي أضلاع.



مخطط تنظيمي للوحدة التاسعة



الوحدة التاسعة (٢): الأشكال رباعية

- الشكل رباعي هو مضلع له أربعة أضلاع.
- توجد خمسة أنواع خاصة من الأشكال رباعية: شبه المترافق - متوازي الأضلاع - المستطيل - المربع - المتعين.
- متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.
- في متوازي الأضلاع مجموع قياس أي زاويتين متقابلتين = ١٨٠°.
- كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتان في القياس.
- كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متساويان في الطول ونقطاً متوازي الأضلاع ينصف كل منها الآخر.
- يكون رباعي متوازي أضلاع إذا توفر فيه أحد الشروط التالية:
 - (أ) متوازي الأضلاع المتقابلة.
 - (ب) تطابق الأضلاع المتقابلة.
 - (ج) متوازي ضلعين متقابلين وتطابقهما.
 - (د) تساوي القياس لزوايا المتقابلة.
 - (هـ) تقاطع القطرين في منتصف كليهما.
 - (و) تكامل زاويتين متقابلتين لهما القياس نفسه مع زاوية ثالثة.
- هناك ثلاث حالات خاصة من متوازيات الأضلاع وهي:
 - مستطيل: متوازي أضلاع زواياه قائمة.
 - المربع: متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول ويكون التقاطران متعامدين.
 - المتعين: متوازي أضلاع زواياه قائمة وأضلاعه متساوية في الطول.

الوحدة العاشرة

العد والاحتمال Counting and Probability

العلوم

طبقاً لتقدير وكالة ناسا لعلوم الفضاء، فإن ترجيح تصادم الأرض بأحد الكويكبات أو المذنبات التي يزيد قطرها من كيلومتر واحد في القرن الحادي والعشرين يصل إلى ١ من ١٠٠٠



الفنون والأداب

لفع النافورة الموسيقية في المرقاب بمدينة الكويت وتحت الرابعة من توقيتها في العالم من حيث الصخانة. خلال فصل الصيف، وفي كل ليلة، يمكنك السجع بمعندها الخلاب وصوت موسيقاها المنعش



الدراسات الاجتماعية



تقدر منظمة الأمم المتحدة أن سكان الكويت سيلفون خمسة ملايين و٢٤٠ ألفاً بحلول العام ٢٠٥٠، وتوقعت أن يرتفع معدل العمر إلى ٨٧ عاماً وتنصل نسبة من هم فوق الثمانين عاماً إلى ٤٪ من عدد السكان في سنة ٢٠٥٠.

الشكل رياضية أساسية

يمكنك إيجاد عدد التوأمة المختلطة لسلسلة من الأحداث باستخدام **مخطط التجدد البيانية** أو باستخدام **مبدأ العد**.

التدليل هي الطرائق الممكنة لتنظيم مجموعة من المناصر أو الآلياء، مع مراعاة الترتيب. التراخيص هي الطرائق الممكنة لتنظيم مجموعة من المناصر أو الآلياء حيث يمكن أن يكون الترتيب أمرًا غير مهم.

ترجم حدوث حدث ما هو نسبة عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث إلى عدد الطرائق التي لا يمكن أن يقع بها الحدث. الاحتمال الظري لحدث ما هو النسبة بين عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث إلى المجموع الكلي لعدد التوأمة الممكنة.

إن مجموعة التوأمة الممكنة لحدث ما تسمى **فضاء العينة** الذي يستخدم لإيجاد احتمال هذا الحدث.

شعوب العالم

لو تم اختيار شخص من العالم أجمع بطريقة عشوائية، فإن احتمال أن يكون الشخص صينيًّا هو $\frac{1}{18}$. إذ إن عدد سكان الصين يبلغ 1 ٢٦٩٣٨٥ ١٠٠ مليون، وبلغ عدد سكان العالم ٦ ٨٨٠٣٦٠ ٥٠٠ مليون في عام ٢٠١٠.



تسليمة

إذا ثابرت عن التعلم في هذا الكتاب يشتمل جيد، فإن ترجيح تجاهك بطريق في امتحان الرياضيات هذا العام هو ٩٩ - ١٠٠.

مشروع الوحدة

في هذا المشروع، سوف تقوم بتصميم محربة لمحاكاة آداء للاعب لمهمة، مثل النسبة المئوية للمرمية الحرة للاعب، ككرة السلة أو الرمية الحرة غير المباشرة، إنما المشروع يعتمد على مطلب رياضي آثار أدوات، انتباعك.

التركيز على حل المسائل



١ في عام ١٩٩٥، أظهرت دراسة عن الدراسات، أن الفتيات المراهقات يشاهدن التلفزيون بمعدل ١٦٠ دقيقة مشاهدة في اليوم، في حين يشاهد الشباب، في العمر نفسه، التلفزيون حوالي ١٢٥٪ من وقت مشاهدة الفتيات. كم دقيقة بالغريب في اليوم يشاهد فيها الشباب التلفزيون؟
الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

٢ تفضي النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر معظم الوقت في مشاهدة التلفزيون. يبلغ متوسطهن من مشاهدتهن اليومية ١٩٩٪ من وقت مشاهدة الفتيات المراهقات. كم عدد الدقائق تفريتها التي يقضيها النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر في مشاهدة التلفزيون في يوم واحد؟
الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

لكل مسألة من المسائل التالية إجابة ولكن الإجابة ليست صحيحة تماماً اذكر ما إذا كانت الإجابة قوية بشكل كافٍ أو " أقل بكثير" أو "أكفر بكثير" من الإجابة الصحيحة. ثم اشرح لماذا.



التحقق من صدقية الإجابة حتى لو استخدمت آلة حاسبة لساعدتك في حل المسألة، يعني أن تتحقق من أن إجابتك معقولة، يمكنك استخدام التقدير والتدنيه لساعدتك.

١ في عام ١٩٩٦، أظهرت دراسة عن مشاهدة التلفزيون أن شخص يشاهدون برامج التسويق والغموض، ٧٪ تفريها من هؤلاء المشاهدين من المراهقين بين سن ١٢ إلى ١٧ سنة. كم مراهقاً تفريها، شاهد برامج التسويق والغموض؟
الإجابة: ٦١٧٦٠٠٠

٢ أظهرت الدراسة أن ٢٧٢١٠٠٠ شخص آخر يشاهدون برامج التكوميديا أكثر من برامج التسويق والغموض، حوالي ٥٪ من مشاهدي البرامج التكوميدية تبلغ أعمارهم ١٨ سنة أو أكثر. كم شاباً يعمر ١٨ سنة أو أكثر من هؤلاء المشاهدين، يشاهدون برامج التكوميديا؟
الإجابة: ٥٤٠٠٠٠



الوحدة العاشرة (١)

العد Counting

في يوم من الأيام
سوف تظهر
بصماتي ...



ذكر كاتب القصص البوليسية أثر كالونون دويل، في إحدى دراسات، على لسان بطل روايته شارلوك هولمز إنه لاحظ حسبم أن تضع نظرية قبل أن تجمع كل البراهين فيها يجعلك تصدر حكمك مبكرًا! استمع الناس بقراءة القصص البوليسية منذ أن قدم الكاتب أثر كالونون دويل شخصية شارلوك هولمز. فإنه من الملى أن تحاول حل مشكلة لغز ما مع أو أسرع من التحري السري كثي هو الحال في رواية «الآلة ماربل» للكاتبة أجاثا كريستي. في الحياة الواقعية، تشكل بصمات الأصابع أحد المفاتيح الأكثر أهمية للتحري السري. تكل شخيص له بصمات أصابع مختلفة عن أي شخص آخر ولا يتذكر، لذلك فإن تطابق بصمات الأصابع مع أحد المتهمين في جريمة ما يعد برهانًا قويًا. يستخدم خبراء بصمات الأصابع نظامًا تصنيفيًّا مبنيًّا على ٣ أنماط أساسية.

إلى جانب هذا النظام الثلاثي يوجد نظام التعرف على بصمات الأصابع الآلي عن طريق الحاسوب، ويستخدم هذا النظام في مقارنة البصمة بـ ٦٠٠٠ من سجلات الأحوال الشخصية المخزنة في الجهاز. إن الرياضيات المستخدمة في التنظيم والعد التي سوف تسكنها في هذا الدرس هي جزء مهم من هذا النظام.

١. انظر إلى أحد أطراف أصابعك عن قرب. صب أي أنماط تراها في بصلة إصبعك.
٢. بالإضافة إلى البصمات، ما هي الدلائل التي يطلع إليها المحققون؟
٣. لماذا تمدد أن خبراء بصمات الأصابع احتاجوا إلى ابتكار نظام لتصنيف بصمات الأصابع؟

طرائق العد
Counting Methods

«صلة الدرس سابق أن اكتسبت بخبرة في كتابة قوائم منظمة، والآن سوف ترى كيف أن القوائم المنظمة يمكن أن تساعدك في العد بسهولة».

طباعة المد

لقد تم اعتماد مشروع لبيع الفعّالات خلال المهرجان السنوي في المدرسة. عليك الآن وضع خطة لتنفيذ المشروع

- ١- تكتب قائمة بأصناف المطابز التي تسرعها للبيع
 - ٢- ما هي قياسات قطع المطابز التي مستعملتها؟
 - ٣- ما عدد عناصر القرميد المولج بالتحضير والبيع؟
 - ٤- يسمح المكان المخصص لتصفية المطابز بتصنيع ١٨ نوعاً فقط.
 - ٥- تلزم جدولًا بين أصناف المطابز وقياساتها.
 - ٦- ما هي الصور أو الرسوم التي تستحصلها مع الجدول على ورقة قائمة المطابز؟

علم طرائق المذ

عرض نادي الرياضة في المدرسة للبيع بقيمة من ٣ لوان (الأزرق، الأحمر، الأخضر)،
وقياسين (الصغير، المتوسط)، ومن نوعين من القماش (قطن، البوليستر).
يمكنك كتابة قائمة منتظمة بعد أن تراقب العيوب الممكنة.

لون القبعة	قياس القبعة	نوع القباش
الزرق	صغير	قطن
الزرق	صغير	بوليستر
الزرق	واسط	قطن
الزرق	واسط	بوليستر
آخر	صغير	قطن
آخر	صغير	بوليستر
آخر	واسط	قطن
آخر	واسط	بوليستر
أخضر	صغير	قطن
أخضر	صغير	بوليستر
أخضر	واسط	قطن
أخضر	واسط	بوليستر



الصطدريات الأساسية

- مخطط الشجرة والبيان
 Tree Diagram
 ناتج
 Outcome
 مبدأ العد
 Counting Principle



يمكنك أن ترى أنه إذا كان هناك 3 ألوان وقياسان (٢) وتسعان (٢) من الفواكه، فإن ذلك يعني أنه يوجد ١٢ طريقة من ألوان وقياسات وفيما يلي التفاصيل.
توجد طرقتان مماثلة أخرى بعد المعلومات الموضحة في هذا الجدول، إحداها أن تستخدم خلط الشجرة اليسائية حيث يوضح هذا المخطط كل الإمكانيات أو كل التواريخ في موقف معين معلم.

مثال (١)

استخدم خلط الشجرة اليسائية لتوضح كل التواريخ الممكنة من ٣ ألوان للطبخات (أزرق، أحمر، أخضر) وقياسين (صغير، وسط) وتسعان من الفواكه (قطن، بولستر).



٤- تبع شركة للمستحضرات الغذائية
تسعان من العصائر: برتقال ونهاج
يمكنك أن تطلب عبوات صغيرة
ومتوسطة وكبيرة من كل نوع
استخدم خلط الشجرة اليسائية
لتوضح كم نوعاً مختلفاً من العصير
يمكن أن تطلب

في المثال (١)، الشجرة اليسائية فيها ٣ فروع وكل فرع فيه غصنان (٢)، وكل غصن فيه نوعان (٢)، لاحظ أن عدد الطرق الممكنة هو $12 = 2 \times 2 \times 3$.
 3 فروع في غصنين (٢) في نوعين (٢) يساوي 12 طريقة.
 $12 = 2 \times 2 \times 3$

تلخص هذه الفكرة في مبدأ العد

مبدأ العد

هي عملية تكون من خطوتين مستقلتين، إذا كان عدد طرائق إجراء الخطوة الأولى n ، وعدد طرائق إجراء الخطوة الثانية m ، فإن عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو $n \times m$.



أمثلة

- ١ مدرسة لديها ٣ معلمين لسادة الرياضيات و ٤ سيدات اللغة الإنجليزية و ٢ سيدات العلوم. باستخدام مبدأ العد، أوجد كم مجموعة مختلفة من المعلمين يمكن أن تقوم بتدريس طالب ما المواد الثلاث.

الحل:

$$\text{اضرب عدد الاختيارات لكل نوع من المعلمين} \\ ٣ \times ٤ \times ٢ = ٢٤$$

يوجد ٢٤ مجموعة مختلفة من المعلمين.

- ٢ ما عدد القطاير التي يمكنك طلبها عندما تختار نوع الحبوب والمكونات من القائمة إلى اليسار؟
استخدم مبدأ العد.

قائمة الطعام

المكونات	نوع العباد
لحم بقر	دقيق
دجاج	فاصو
سمك	جزر أبيض
لسان	شوفان
خنزير	جوز أخضر

حاول أن تحل

- ٣ مدرب كرة يذكور فريقه من ٤ مدافعين و ٤ لاعبي وسط وبهاجين (٢). باستخدام مبدأ العد، أوجد كم مجموعة مختلفة من ٣ لاعبين يمكن للمدرب استخدامها في هذه المواجهة الثلاثة.
- ٤ قرر صاحب المطعم إضافة الزعتر إلى قائمة المكونات. كم أصبح عدد القطاير التي يقدمها المطعم؟

تحقق من فهمك

- ١ في خلط الشجرة البيانية في المثال (١)، هل يمكنك أن تحصل على عدة خلطات من التواليج لو أن الفروع كانت تتمثل أطوار الشعر والأغصان تمثل ألوان الشعر؟ اشرح.
- ٢ صفت موقفاً يكون فيه استخدام مبدأ العد أكثر فائدة من خلط الشجرة البيانية، آخر يكون فيه استخدام خلط الشجرة البيانية أكثر فائدة.





المرشد لحل المسائل (١-١٠)

يقدم أحد المطاعم خلال وجبة الغداء بعض أنواع الحساء أو لاء، ثم أحد أنواع الأطباق. في يوم الاثنين كان نوع الحساء دجاجاً أو طماطم، أما أنواع الأطباق فهي قطع شاردية أو قطع ديك روبي أو قطع دجاج، ما عدد أنواع الوجبات المولدة من صحن حساء وطبق واحد التي يمكن اختيارها من هذه القائمة؟

أفهم

- ١ طبع خطأ تحت المطلوب إليك إيجاده في هذه المسألة.

حيط

- ٢ ما الطريقة التي تستخدمها لإيجاد عدد الطرائق الممكنة للاحتجارات؟

- ٣ حفظ الشجرة التالية:
١ قائمة ملحة.
٢ الاحتجارات الثلاثة السابقة كلها ممكنة.
٣ مبدأ العد.

حل

- ٤ استخدم طريقة العد لتبين التواليات الممكنة.

- ٥ كم عدد الوجبات التي يمكن اختيارها؟

تحقق

- ٦ كيف يمكنك استخدام مبدأ العد للتحقق من أن جميع التواليات الممكنة قد تم عدّها؟

حل مسألة أخرى

- ٧ مطعم يقدم طرائق مختلفة في الوجبة الواحدة:
أولاً: حساء، دجاج أو حساء خضار أو حساء طماطم.
ثانياً: طبق دجاج أو أرانب أو خبز.
كم عدد الوجبات المختلفة التي يمكن اختيارها؟



حل المسائل والتفكير المنهجي

الملقط: أنت تجري اختبار صواب - خطأ. في الاختبار توجد ٣ أسئلة وتزجد طریقان للإجابة إما بالصواب (ص) وإما بالخطأ (ع).

١ اكتب الإمکانات للنتائج في ذلك الاختبار. كم عدد تلك النواتج؟ وما هي؟

٢ يفرض أن الإجابات الصحيحة هي خ خ ص ويعني السؤال الأول خ، السؤال الثاني ص، السؤال الثالث ص. ما العدد من هذه النواتج تحصل على ٣ (جابات صحيحة؟ إجابتين صحيحتين؟ إجابة واحدة صحيحة؟

٣ الدراسات الاجتماعية: بعد الإعلان عن طلب وظائف، تقدم ٨ أشخاص لوظيفة إدارية، ٥ أشخاص للعمل على الحاسوب، ٣ أشخاص مبرمجي حاسوب. كم عدد المطائق المختلفة لاختيار شخص واحد لكل وظيفة؟



التفكير الناقد: مهرج له ٣ قبعات أحدها حمراء والثانية صفراء والثالثة زرقاء؛ عينان ينظران، عينان بلا نظارات، شفتان تظهر منها الأسنان، شفتان مضمومتان، شفتان مختلفتان يظهر منها اللسانخارجا، زوج أحذية أحضر وزوج زهري وأخر أسود، ألغان مختلفان. كم عدد الأشكال المختلفة التي يظهر بها ذلك المهرج؟

إسهامات حل المسائل

- اختيار سهل.
- تعلم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- أعمل بطريقة عكست.
- استخدم التفكير المنهجي.
- لرسم تمثيلاً بيانيًّا.
- حل سأله أبسط.

التفكير الناقد: لديك ثلاثة صناديق برئائل أمامك. (ص) فرصة لاختيار برئالة من الصندوق الأول، (ع) فرصة لاختيار برئالة من الصندوق الثاني.

١ ما عدد المطائق الممكنة لاختيار ذلك البرئال؟

٢ أعطني خلائلاً (ص)، (ع) إذا كان هناك ٤ طرق للاختيار



التباديل والترتيبات Permutations and Arrangements

«صلة الدرس» سبق أن تعلمت كيفية إيجاد عدد النواتج لأحداث متتالية، والآن سوف تبحث في حالات يمكن فيها ترتيب الأحداث منها. ▶

استكشف التباديل

- أنت تحفظ لوضع لائحة من ثلاثة أنواع من الفعاظر لمعرضها أيام منصة بيع الفعاظر بمكتبة مختلفة يمكن أن تكتب أسماء الفعاظر تحت بعضها في اللائحة؟
- اكتب أسماء ثلاثة أنواع من الفعاظر، كل اسم على بطاقة ورتبها بكل الطرق الممكنة. (سوف تحتاج إلى عدة بطاقات لكل اسم).
- خذ البطاقات ورتبها في صورة مخلط الشجرة البانية لعرض كل الإمكانيات، ثم سجل نتائجك مرة أخرى وعد البطاقات.
- بعد أن اخترت اسم النوع الأول من الفعاظر، كم اختياراً يصبح لديك لكتابة اسم النوع الثاني؟
- بعد كتابة الأسماء، كم اختياراً يبقى لك لكتابة اسم النوع الثالث؟
- كيف يختلف هذا الموقف عن الطرائق التي استكشفتها حتى الآن؟

نعم التباديل

عندما ترتيب مجموعة من الكتب على رف، فإن كل كتاب يتضمن بقليل من إمكانيات وضع الكتاب الذي يليه، عندما يكون من المهم ترتيب بنود ما في ترتيم معون، فيمكنك تسمية كل ترتيبة بالتباديل.

عند إيجاد عدد التباديل، إن حقيقة أن يكون لديك اختيار أول بواحد عند كل مرحلة من القراء هو أمر مهم.

- سوف تتعلم عدد الطرائق التي يمكن أن تظم بها بنوداً ما.
- استخدام مطربوبات ناتج الضرب لإيجاد عدد الترتيبات.
- من الاستخدامات تستخدم التباديل عند ترتيب مجموعة مختارة من المصور الفوتografية في اليوم.



المصطلحات الأساسية

- التباديل Permutation
- Factoriel
- مطربوب Factorial



مثال (١)

سوف يقوم أحمد وبشير و محمد بتقديم تقارير لهم في مادة الرياضيات . كم عدد الترتيبات التي يمكن أن يقدم بها الطلاب التقارير الثلاثة؟

الحل:

توجد ٣ امكانيات للترتيب الأول . وبمحضه أن يقدم الطالب الأول تقريره ، فإنه يبقى اختباران للقدم التقرير الثاني (كما هو موضح بالفروع) أخيراً، يبقى شخص واحد لتقديم التقرير الثالث، كما هو موضح بوجوده شخص واحد لكل فرع



توجد ٦ تباديل مختلفة للتقارير أي أن عدد التباديل = ٦

لاحظ أنه يوجد ٣ جمل ، كل جمل له فرعان وكل فرع له غصن واحد ويتجزء عن ذلك . $3 \times 2 \times 1 = 6$ تباديل يمكن أن يساعد مبدأ العد في تحديد عدد التباديل الممكنة في موقف معين

مثال (٢)

تتكون عائلة قياد من أربعة أفراد يكم طريقة مختلفة يسكن أن ينثروا جميعاً في حفل لافتتاح مسورة لهم؟

الحل:

توجد ٤ اختبارات ممكنة للشخص الأول من اليسار و ٣ اختبارات للموضع الثاني و اختياران للثالث والشخصباقي عليه أن يقف في أي من بين

يحسب مبدأ العد بـ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ طريقة تصفيف بها عائلة قياد لأخذ الصورة

حاول أن تحل

قام خمسة طلاب (أ، ب، ج، د، ه) بمحضه ملئ الفصل . ما عدد التباديل التي يمكن أن يكون الطلاب قد قدموها بما يحثون إلى معلمهم

هل لاحظت تبعاً معياناً في عمليات الضرب في المثالين (١)، (٢)؟

العامل متعدد بقدر ١ في كل مرة، وذلك لأنه في كل خطوة يقل عدد الاختبارات بقدر ١ . توجد طريقة أخرى لكتابية $4 \times 3 \times 2 \times 1$ وهي ١٤ وتقراً مضرب ٤.

الرمز يدل على الكلمة "مضروب":

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 \text{ حيث } n \in \mathbb{N}$$



مثال (٣)

أوجد كل مضرب

١٥

الحل: $١٥ = ٤ \times ٥ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ١ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ١$

١٨

الحل: $١٨ = ٤ \times ٧ \times ٨ = ٤ \times ٣ \times ٦ \times ٧ \times ٨ = ٤ \times ٣ \times ٦ \times ٧ \times ٨$

٤٠٣٢٠

١٢٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

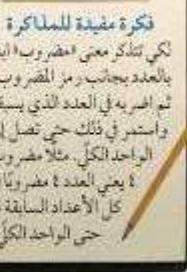
٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠

٦٠٣٠



الخواص: تتجدد ٩ امكانات (١ - ٩) للرقم الأول. افترض أنك اختبرت ٧ للرقم الأول.

لأنه يحول إمكانات أفراد المجتمع إلى موارد قابلة للاستغلال.

١٣- المعاشرة هي المعاشرة المفتوحة، وهي معاشرة مفتوحة لا يكتفي بها المعاشر.

وهي تختلف في المقدار والشكل، فمثلاً في حجم الماء المفقود من سطح الأرض

Digitized by srujanika@gmail.com

جاءتكم بخواص

اونیورسٹی کا مضمون

• 112 113 114

٤- وجدة المدرسة الأولى، وجدة، الدوحة، قطر، كافة للمدرسة، رقم، استخدام أعداد

مكتبة كلية التربية الأساسية بجامعة حلب

222

10

• 35% of the 18-24 year old population in the UK are not in work, study or training.





المرشيد لحل المسائل (٢-١٠)

أكمل الجدول التالي الذي يمثل المعادلة $س = س_١ + س_٢$. ثم ارسم الشكل البياني للنتائج. ماذا تلاحظ على زيادة نواتج المضروب؟

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	س
										س = س_١ + س_٢

النهم

٤ ما المطلوب إريك لإيجاده في المسألة؟

خطف

٥ ما الذي تحتاج إليه لإيجاد س؟

٦ جمع كل الأعداد الكلية من ١ إلى س.

٧ ضرب جميع هذه الأعداد من ١ إلى س.

حل

٨ أكتب ناتج كل مضروب في الجدول.

٩ ارسم مخططًا بيانيًّا لتنتوتج على شبكة المربعات.

١٠ ماذا تلاحظ بالنسبة إلى زيادة المضروب؟

تحقق

١١ ما النسبت الذي تلاحظه وساعدك في التحقق من المضروب؟

حل مسألة أخرى

١٢ على شبكة المربعات، ارسم المثلث الذي يمثل المعادلة $س = (س - ٣) + س$. مستخدماً قيم س من ٤ إلى ٧.

١٣ هل المخطط الذي رسمته للتحقق يمكن مقارنته بالمخطط الموجود سابقاً؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ حل المسائل: وجد غیر سری أن آثار الجريمة من الممكن أن تكشف الفاعل عن طريق بصمات الدین او عن طريق آثار الأقدام او جمع بعض عينات من الشعير أو جمع بعض عينات من الثياب. يکم طریقة يمكن أن يؤدي ذلك العمل؟

٢ الرياضة: في أولمبياد عام ١٩٩٦، في نسخة سباق الجري للسيدات، كانت الميداليات (ما ذهبية أو فضية أو برونزية)، وكانت الفائزات الأوليات من اليابان، ومن إثيوبيا، ومن روسيا (ليس بهذا الترتيب).
نظم قائمة بالنتائج الممكنة لإيماء هذا السباق.

٣ في الحادث طلاب المدرسة، قرر خالد وجاسم تصميم علم المدرسة، بحيث يتكون من ثلاثة قطع أفقية. وكان اختيارهم للقطع من الأخضر، والأبيض، والأحمر، والأصفر.
كم عدد الطرازيون الممكنة لتصميم هذا العلم من هذه القطع، بحيث تكون القطع كلها من ألوان مختلفة؟ (لاحظ أن العلم من الألوان أحمر، أبيض، أحمر مختلف عن العلم من الألوان أحمر، أبيض، أحمر).

٤ اختر طریقة الخل: يوجد ٤ رجال و ٤ نساء يعملون في أحد المراكز التجارية. ويشرّط وجود رجل وامرأة في كل مكان للبيع
١ ما عدد الإمكانيات المختلفة المرتيبة للأزواج؟

٢ ما عدد الإمكانيات المختلفة المرتيبة للأزواج؟

٣ ما هي الأزواج المختلفة لرجل وامرأة والتي يمكن عملها؟

٤ ما الإمكانيات المختلفة لـ (٤) أزواج مرتبة من رجال ونساء في المركب؟

٥ العلوم: يسرر عدد كبير من الخبراء في قطع من صلب واحد، أو جد عدد الطرازيون التي تسير بها القطعان ذات الأعداد التالية
١ في قطع من الأختام عدده ١٥.

٦ في قطع من الأيقار عدده ٢٢.

٧ اذكر جميع الطرازيون المختلفة لترتيب الحروف آب، جداً من دون تكرار الحروف.

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر سطح.
- قسم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المعمق.
- ارسم شيئاً ب شيئاً.
- حل مسألة أبسط.



٣-١٠

اختيار مجموعة Choosing a Group

حلقة الدرس سبق أن وجدت عدد التباديل حيث يكون ترتيب مجموعة من العناصر منها، والآن سوف نستكشف طرائق حساب عددها لاختيار أشياء يكون الترتيب فيها أمرًا غير مهم.

استكشف اختيارات مجموعة

ترى إذا كان هناك دولين من بين الدول المبينة في الجدول تكتابه تقرير عن المياه الداخلية فيها، (يعتمد الاختصار المبين في الجدول).

- ١) حسب الأئمة بأزواج الدول بحيث تكون إحداها أستراليا (س)
- ٢) أكمل الجدول بأزواج الدول بحيث تكون إحداها كندا (ك).
- ٣) لا تكتب "ك، س" لأنك سبق كتابتها في ١.

الدولة	المساحة المائية (كم²)
أستراليا (س)	٦٨٩٢٠
كندا (ك)	٧٥٥١٧٤
أثيوبيا (ث)	١٢٠٩٠١
فنزويلا (ف)	٣١٤٤٠٢
لبنان (ل)	٥٩٠٤٩

تعلم اختيار مجموعة

عندما كنت بحاجة إلى مسائل تتضمن تباديل، كنت تفهم بترتيب العناصر. الآن سوف نحسب عدد الطرائق التي يمكن أن تختار بها بعض عناصر من بين مجموعة أكبر.

الترتيب في هذه الحالة ليس مهمًا.

إن اختيار مجموعة من العناصر حيث لا يكون الترتيب مهمًا في الاختيار يسمى ترافق الزوج "ك، س" أوستراليا - كندا هو نفسه الزوج "ك، س" كندا - أستراليا لأن ترتيب العناصر غير مهم. بينما العدد الذي رمزه ٣٧ مختلف عن العدد الذي رمزه ٧٣ لأن ترتيب العناصر مهم.

سوق تعلم

- * كيف تحسب عدد الطرائق لاختيار بعض العناصر من بين مجموعة أكبر عندما لا يكون الترتيب أمرًا مهمًا.

من الاستخدامات

- * يختار المدربون التواقيع عندما يبدأون في تشكيل فريق.



المصطلحات الأساسية

الترافق Combination





المرشد حل المسائل (٣-١٠)

افرض أنه يمكنك اختبار ١ أو ٢ أو ٤ من أنواع الفاكهة التالية: موز، برتقال، فراولة، تفاح. كم عدد السلطات التي يمكن تكوينها من الفاكهة؟

أفهم

- ١ كم عدد الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟
- ٢ اذكر أسماء الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟

خطّط

- ٣ اذكر الإمكانيات المختلفة لاختيار فاكهة واحدة، امزال موز (م)، برتقال (ب)، فراولة (ف)، تفاح (ت).

٤ اذكر الإمكانيات المختلفة لاختيار إذا كان الاختيار لا يثنى من الفاكهة.

٥ اذكر الإمكانيات المختلفة لاختيار إذا كان الاختيار له ٣ حبات فاكهة.

٦ اذكر الإمكانيات المختلفة لاختيار إذا كان الاختيار له ٤ حبات فاكهة.

حل

- ٧ كم عدد طرائق الاختيار المختلفة؟

تحقق

- ٨ هل يمكنك استخدام خلط الشجرة الزيانية للتحقق من إجابتك؟

حل سالة أخرى

- ٩ افرض أنه يمكنك اختيار ١ أو ٢ أو ٣ أنواع مختلفة من الجبن (بيضاء أو رومي أو شيدر)، كم طريقة يمكن الاختيار بها؟

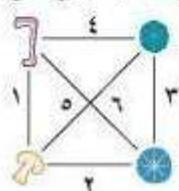


حل المسائل والتفكير المنطقي

١ حل المسائل: في محل تبيع الزهور، يوجد ٦ أنواع مختلفة منها لعمل يافة، والزهور بيزرها بالموسم (أ، ب، ج، د، هـ). أوجد عدد الطرق التي مختلفة لعمل يافة من ٣ أنواع مختلفة من الزهور.

٢ حل مراكز تجارية في إحدى المدن هي: الحريقة، الوقايم، الإخلاص، الزادعة، الصدق. إذا أراد شخص أن يشتري من ٣ من هذه المراكز، احسب عدد الطرق المختلفة للشراء.

٣ التفكير الناقد: بين الشكل المماضي عدد طرق اختيار لعبتين من الألعاب الموجودة في الشكل وذلك برسم جميع القطع المستقيمة في الشكل التي يمكنك تصفيتها.



إذا كان لديك ٥ ألعاب، استخدم الطريقة نفسها لاختيار لعبتين من الألعاب الخمس.

٤ التواصل: يريد محمد أن يقضى إجازته مسافراً في زيارة ثلاث من الدول الآتية: الأرجنتين، البرازيل، الصين، الإكوادور، البربر، المجر.

٥ كم عدد الطرق المختلفة للرحلات التي يزورها إذاً راعي الترتيب؟

استراتيجيات حل المسائل

- الاعتراض.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولأ.
- عن ومحقق.
- أعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- رسم فحلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

٦ كم عدد الطرق المختلفة للرحلات التي يزورها إذاً راعي الترتيب؟

٧ ما العدد الأكبر للطرق التي هي في (أ) أو (ب)؟ اشرح مستخدماً أحسن الرياضي.



لا توقف ... استمر ...!

ما هي لعبتك المفضلة؟ هل تحصل لعبة الشطرنج أو لعبة «الداما» أو قد تحصل أن تلعب لعبة مثل «المونوبولي» حيث يمكن أن تصبح كل مهاراتك وحذفك برمبة حجر الترد (الزعر) غير المخطوطة؟ يلعب الناس الألعاب يدخل فيها الحظ منذ مئات السنين. فاللهمات التي على أوجها تقاطع وجدت في مقابر المصريين القدماء، ووجد حجر زرد يعود إلى ٢٥٠٠ سنة مضت في الصين. سواء أكنت تلعب الشطرنج، الطاولة، الدومينو، الشطرنج، التعلم أم غيرها، فإن الفوز أو الخسارة يعتمد جزئياً على الفرصة. ومع استكشافك للفرصة والاحتمال، سوف تفهم بشكل أفضل رياضيات الألعاب.

١. سُم لعبتك المفضلة هل تعتمد أكثر على الحظ أم على المهارة؟
٢. ما العدد أو الأعداد التي قد تستخدمها لوصف فرصة كأن تحصل على صورة عند رمي القطعة تقويم معدنية؟ كيف فررت أن تخاف هذا العدد (أو الأعداد)؟

الترجيح والعدالة Odds and Fairness

موقف تعلم
• إيجاد ترجيح وقوع حدث ما.

من الاستخدامات
• يحتاج مربو الطيور إلى أن يعرفوا ترجيحات ظهور صفات وراثية معينة لدى صغار الطيور.



- العب بالمحبات**
- الأدوات المستخدمة: مكعبات مرقمة سوف تلعب مع زميلك لعبه من العاب الفرسن والبلك قواعد هذه اللعبة:
- حدد أي منك سوف يلعب على أساس الناتج «الزوجي» ومن سوف يلعب على أساس الناتج «الفردي».
 - تبادلا الأدوار في رمي المكعبات في كل رمية، أرجذ ناتج ضرب الرقمين الظاهرين على المكعب، إذا كان ناتج الضرب رقم فردية فإن اللاعب الفردي يربح نقطة، وإذا كان ناتج الضرب رقم زوجيًّا فإن اللاعب الزوجي يربح نقطة.
 - كرر رمي المكعب حتى يكون لكل لاعب ١٠ رميات، اللاعب الفائز هو الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط.
 - كسر اللعبة عدة مرات، تبادل مع زميلك في كل مرة من يكون الفردي ومن يكون الزوجي.
 - إذا كنت تستطيع أن تخذل بين أن تكون اللاعب الزوجي أو اللاعب الفردي، أهيا تخذل؟ ولماذا؟
 - هل تتحقق أن يفوز اللاعب الفردي في هذه اللعبة؟ شرح
 - هل هذه اللعبة عادلة؟ اشرح لماذا نعم أو لماذا لا

المصطلحات الأساسية	
Experiment	تجربة
Random Experiment	تجربة عشوائية
Event	حدث
Odds	ترجيح
Fair Games	ألعاب عادلة

الرجيم والعدالة

عندما نسمع كلمة تجربة، قد تذكر في مختبر العلوم. في موضوع الاحتمالات، التجربة العشوائية يمكن أن تكون أي شيء يتضمن قرصة، مثل رمي قطعة نقود معدنية أو رمي مكعب مرقم. (حجر الرد)

نتيجة التجربة العشوائية تسمى الناتج. عند رمي قطعة نقود، فإن الناتج الممكن هي صورة أو كتابة.



أمثلة

سُمّ التوافع الممكنة في كل من التجارب العشوائية التالية:

- ❶ رمي مكعب مرقم بالأرقام من ١ إلى ٦.
الحل: التوافع الممكنة هي الحصول على أحد الأرقام: ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١.
- ❷ سحب قرص واحد من حقيبة تحتوي على أقراص حمراء وبيضاء وزرقاء.
الحل: التوافع الممكنة هي سحب قرص أحمر أو قرص أبيض أو قرص أزرق.

المحدث (الحادية) هو أي ناتج (أو مجموعة من النواتج) يقع في دائرة اهتمامنا. يمكننا استخدام الكلمة ترجيح لوصف فرصة حدوث حدث ما.

ترجح حدث ما خواصه عدد نواتج حصول الحدث إلى عدد نواتج عدم حصوله.

أمثلة

أوجد ترجح كل حدث.

- ❶ ظهور الرقم ٢ عند رمي حجر نرد.
الحل: توجد طريقة واحدة فقط لوقوع الحدث وهو أن يظهر الرقم ٢. ظهور الأرقام الخمسة (٦، ٥، ٤، ٣، ١) هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.
أي أن ترجح ظهور الرقم ٢ عند رمي مكعب مرقم هو $\frac{1}{5}$.
- ❷ سحب قرص أزرق من حقيبة تحتوي على قرصين (٢) أزرق اللون و٨ أقراص حمراء اللون و٤ أقراص بيضاء اللون.
الحل: توجد طريقةان يقع بها هذا الحدث وهي سحب قرص أزرق من قرصين. الأقراص التسعة الأخرى هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.
أي أن ترجح سحب قرص أزرق هو $\frac{2}{9}$.

حاول أن تحل

❸ أوجد ترجح كل حدث.

- ❹ ظهور الصورة عند رمي قطعة ناشرة معدنية.
- ❺ ظهور ٢ أو ٥ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

في بعض الألعاب يبدأ اللاعبان بقوى متساوية.
أما في بعضها الآخر يكون أحد اللاعبين أضعف.



اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج حصول الحدث مساوياً لعدد نواتج عدم حصوله تسمى لعبة عادلة.
أي أن اللعبة التي يكون ترجح الفوز فيها متساوياً (إنكافقاً للفرص). لجميع اللاعبين تسمى لعبة عادلة.



أمثلة

في كل من الألعاب التالية، حدد ترجح الفوز لكل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

- ١) تبادل كل من عائشة، وهند، ويساء، وباطنة تدوير المؤشر الموجود بالشكل المقابل. تحصل كل لاعبة على بطاقة إذا توقيت المؤشر عند الحرف الأول من اسمها.

- الحل: ترجح فوز أي لاعبة في كل دوران للمؤشر هو $\frac{1}{3}$ لذلك فإن اللعبة عادلة.



- ٢) يلعب كل من حمد، وسليمان، وخالد لعدة المكعبات المرقمة من ١ إلى ٦. يحصل حمد على بطاقة إذا ظهر على المكعب الرقم ١، ويحصل سليمان على بطاقة إذا ظهر على المكعب رقم زوجي، ويحصل خالد على ٣ نقاط إذا ظهر على المكعب الرقم ٣ أو الرقم ٥.

الحل: الجدول التالي يوضح ترجح فوز كل لاعب. اللعبة ليست عادلة.

اللاعب	أرقام المكعب	أرقام الفوز	ترجح الفوز
حمد	١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦	١	١:١
سليمان	٢، ٤، ٥	٢، ٤، ٥	٣:٣
خالد	١، ٣، ٤، ٥، ٦	٣، ٥	٤:٢

يختلف ترجح الفوز بين لاعب وأخر لذلك اللعبة غير عادلة.

حاولي أن تحل

١) في كل لعبة، حدد ترجح فوز كل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

- ١) ترمي بوف ولily قطعة نقود معدنية. تفوز بوف ببطاقة إذا ما ظهرت الصورة، وتفوز ليلى ببطاقة إذا ما ظهرت الكتابة.

- ٢) يدور سالم ونافذ المؤشر الدوار. يفوز سالم ببطاقة إذا توقيت المؤشر في منطقة مظللة ويفوز نايف ببطاقة إذا توقيت المؤشر في منطقة غير مظللة.

- ٣) ترمي محمد المكعب المرقم من ١ إلى ٦. إذا ظهر عدد زوجي عند رمي المكعب يفوز محمد ببطاقة. إذا ظهر عدد أولي يفوز طارق ببطاقة. إذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ يفوز وليد ببطاقة.

حق

من فهيك

- ١) إذا كان العددين في نسبة الترجح متساوين، فكيف يمكنك وصف فرص وقوع حدوث ما؟

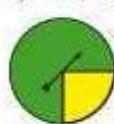
- ٢) هل يمكن احتيال حدوث حدث ما أكبر إذا كان ترجح حدوثه $\frac{1}{2}$ أو $\frac{1}{3}$ ؟ اشرح



المرشد خل المسائل (٤-١)



في إحدى المسابقات يوجد مؤشر يمكنه الدوران بسهولة عند مرور قرص دائري م分成 إلى جزءين أحدهما ملون باللون الأخضر والثاني ملون باللون الأصفر (إذا حرك المؤشر وتوقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب ٦ نقاط وإذا حرك المؤشر وتوقف عند اللون الأحمر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. والفائز من الفريقين الذي يصل أولاً إلى ٦٠٠ نقطة. هل هذه المسابقة عادلة؟ نشر إجابتك.



نعم

١ ما هو اللون الأكثر احتمالاً أن يقف عند المؤشر؟ اشرح.

خطأ

٢ يفرض أن القرص الدائري قسم إلى أرباع، كم ربما في كل قسم من الأحمر ٣ الأصفر

٤ كم من المرات يمكنون فيها القسم الأخضر أكبر من القسم الأصفر؟

٥ كيف يمكن مقارنة عدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأخضر عن عدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأحمر؟

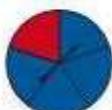
حل

إذا توقف المؤشر عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب ٦ نقاط، أما إذا توقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. هل هذه المسابقة عادلة؟ حدد إجابتك.

تحقق

٦ اكتب ترجيح الفوز وعدد النقاط على صورة نسبتين. هل ذلك يمكن تناصياً؟

حل مسالة أخرى



٧ إذا توقف المؤشر عند اللون الأحمر، فربح الفريق الآخر ٨ نقاط، أما إذا توقف عند اللون الأزرق، فربح الفريق الأزرق نقطتين. هل هذه اللعبة عادلة؟ نشر إجابتك.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ الدراسات الاجتماعية: في انتخابات إحدى الدول كان عدد الناخبين أدلى بأصواتهم ١٠٤ ملايين نسمة من ١٧٠ مليون نسمة لهم حق الالتحاظ ما هو ترجيح ذهاب من لهم حق الالتحاظ إلى صناديق الالتحاظات؟

٢ في إحدى الألعاب توجد ١٣ بطاقة حراء، ١٣ بطاقة سوداء، ١٣ بطاقة برقانة اللون، وبطاقات على كل منها مرسوم صورة رجل. كل بطاقة من البطاقات الحمراء، الورقاء، السوداء، البرقانية مرتبطة من ١ - ١٣، إذا سُحبت بطاقة واحدة فما ترجح ظهور بطاقة:

١ زرقاء؟ ٢ عليها صورة رجل؟

٣ زرقاء أو حراء؟ ٤ عليها العدد ٩٤؟

٥ ليس عليها صورة رجل؟ ٦ عليها مضاعفات العدد ٩٣؟

٣ المجلة: الخيلان والنمور لعبة تلعب في الهند، أحد اللاعبين يكون معه ٣ قطع من النمور والأخر معه ١٥ قطعة من الخيلان. النمور تستبعد الخيلان بالفقر فوقها والخيلان تستبعد النمور بمحجزها. هل هذه اللعبة غادلة؟ لماذا نعم ولماذا لا؟

٤ التواصل: اختر صفة من كتاب أو جريدة. انظر إلى أول ٥٠ حرفاً تظهر في الصفحة؟
١ كم عدد الحروف المقاطعة؟ كم عدد الحروف غير المقاطعة؟

٥ ما ترجح أن يكون اختيار حرف عشوائياً يعطي حرفاً متعيناً، وما ترجح أن يعطي حرفاً غير متعيناً؟

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر نمطاً.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وخفق.
- أعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم قلباً بيضاء.
- حل مسألة أبسط.

٦ هل تعتقد أنها تكون مشابهة في أي لغة أخرى؟ اشرح



٥-١٠

فضاء العينة Sample Space

«صلة الدرس» يتيح أن تدرّس على طرائق العد، والآن سوف تجد فضاء العينة أي كل تواريخ الحدث.

المية			
استكشاف			
الطلبات من فضلك يوجد في أحد مطاعم الكريت ثلاثة أبواب رئيسية وهي الكتاب، والدجاج، ومايك لات بحرية ١ يمكن طريقة تستطيع أن تخسر طبقاً إذا دخلت هذا المطعم بمفرده؟ ٢ يمكن طريقة بخسار كل مكما طبقاً إذا ذهبت إلى المطعم مع زميلك؟ حدد عدد الاختيارات مكملاً الجدول أدناه			
دجاج	كتاب	مايك لات بحرية	أنت
			زميلك
			مايك لات بحرية
			كتاب
			دجاج

* لنفترض أنك ذهبت مع أخيك وزميلك إلى المطعم. ما عدد الاختيارات؟ وذكر بطريقة تلخص عدد الاختيارات من دون اللجوء إلى قائمة أو جدول.



سوف تعلم

- إيجاد فضاء العينة واستخدامه مع مبدأ العد.

من الاستخدامات

- يستخدم متهمون فضاء العينة مثلاً لمعرفة عدد كل الوجبات التي يقدمها المطعم للأخيار منها.



الصطلاحات الأساسية

- فضاء العينة
Sample Space
- مبدأ العد
Counting Principle

عندما تكون في مطعم متخصص بالسلطات، وأمكانك الاختيارات بين أنواع مختلفة من الأطباق والمشروبات والتزييل. قد تزيد معرفة كل الطرق الممكنة للشكولات التي يمكنك استخدامها.

إن مجموعة كل التواريخ الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى **فضاء العينة** فضلاً عن إثناء قطعة تعود مرة واحدة، فإن التواريخ الممكنة هي ظهور صورة (ص) أو ظهور كتابة (ك) ويمكن فضاء العينة هو {ص، ك} وعدد التواريخ يساوي ٢ . يمكنك استخدام جدول لإيجاد فضاء العينة.



مثال (١)

١ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متاليتين وحدد عدد النواتج الحال

فضاء العينة - $\{(ك, ك), (ك, ص), (ص, ك), (ص, ص)\}$
عدد النواتج ٤

٢ اكتب فضاء العينة لتجربة رمي ثلاثة قطع نقود مختلفة مرة واحدة وحدد عدد النواتج الحال

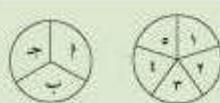
فضاء العينة $\{(ص, ص, ص), (ص, ص, ك), (ص, ك, ص), (ص, ك, ك), (ك, ك, ك), (ك, ك, ص), (ك, ص, ك), (ك, ص, ص)\}$
عدد النواتج ٨

حاول أن تحل

٣ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حبصير ترد، ثم إلقاء قطعة نقود الحال

مثال (٢)

إذا تم تدوير الدوارات المتالين، في عدد النواتج الحال



الدورة المترية الدورة المترية
٣ ٣
عدد الأنجيارات ٥ ٥
عدد النواتج ١٥

حاول أن تحل

٤ إذا تم تدوير دوارات رقميin مثل الدوارة أعلاه (مثال ٢)، في هو عدد النواتج؟

مثال (٣)

كن جدولًاكي توجد فضاء العينة لرمي مكعبين مرقطين من ١ إلى ٦ مملوئين، أحدهما أزرق والأخر أحضر اكتب النواتج الحال

كأزواج مرتبة، وحدد عدد النواتج مستخدماً مبدأ العد الحال

أزرق	أحمر
١	(١,١)
٢	(١,٢) (٢,١)
٣	(١,٣) (٢,٢) (٣,١)
٤	(١,٤) (٢,٣) (٣,٢) (٤,١)
٥	(١,٥) (٢,٤) (٣,٣) (٤,٢) (٥,١)
٦	(١,٦) (٢,٥) (٣,٤) (٤,٣) (٥,٢) (٦,١)

عدد نواتج الرمية الأولى = ٦

عدد نواتج الرمية الثانية = ٦

عدد النواتج = $6 \times 6 = 36$



حاول أن تحل

أعط فضاء العينة لرمي هرم من مرقم كل منها من ١ إلى ٤ أحدهما أحمر اللون والأخر أصفر اللون يمكنك أيضًا تلبي فضاء العينة بواسطة مخطط الشجرة اليدوية، حيث يمثل كل عصبة من الشجرة خياراً واحداً

مثال (٤)

رحلة النهر تريد أن تقوم برحلة عبر النهر ويوجد نوعان من المراكب لختار بينهما: مركب يسير بواسطة محرك أو مركب يسير بواسطة التجديف. يمكنك أيضًا الاختيار من بين ثلاثة جداول صغير في ثلاثة اتجاهات: شمالاً أو غرباً أو شرقاً ما هي فضاء العينة لرحلتك؟ اصنع مخطط الشجرة اليدوية لكل إنتاج المسكة.

الحل:



حاول أن تحل

افتراض أن خياراتك قد أضيفت إلى المراكب في المثال (٢)، وهو الطوف. اصنع مخطط الشجرة اليدوية كي تظل فضاء العينة.

يوجد في المثال (٤) خيارات للمركب وثلاثة خيارات للاتجاهات.

إذًا، هناك $3 \times 2 = 6$ خيارات ممكنة. وقترح هذا طريقة سهلة لإيجاد عدد النواتج الممكنة باستخدام مبدأ العد.

تحقق من فهمك

١ ما عدد النواتج الممكنة لرمي قطعة تقرير معدنية أربع مزارات؟



١٩٣

المرشد محل المسائل (٥-١٠)



لدي أحد أربعة بطلوريات (أبيض، أزرق، أخضر، رمادي) ولدي أيضاً أربع قمصان لها الألوان نفسها.
ما عدد أزواج البطلوريات والقمصان المختلفة لدى أحد؟

الفهم

١ حوط المعلومة التي مستحتاج إليها في محل

خطط

٢ كم بطلورى مختلفاً هناك؟

٣ كم قبيضاً مختلفاً هناك؟

٤ مستخدماً مبدأ العد كم (بطلورى، قبيضاً) مختلف الألوان يملك أحد؟

حل

٥ كم زوج (بطلورى، قبيضاً) من اللون نفسه يملك أحد؟

٦ إذاً لدى أحد البطلورين الأبيض، فما عدد الأزواج (بطلورى أبيض، قبيضاً) التي يملكها؟

تحقق

٧ كيف تجد عدد أزواج (البطلوريات، القمصان) بطريقة أخرى؟

حل مسألة أخرى

٨ لدى يوسف ٣ أزواج من الأحذية (أبيض، بني، أسود) و٤ أزواج من الجوارب (أبيض، بني، أسود، أزرق). كم زوجاً من (الأحذية، الجوارب) لدى يوسف؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ أقفيت قطعة قلوود معدنية ثلاثة مرات.

اصنع مخططاً الشجرة اليابانية تبين كل النواج الممكنة حول كيفية إلقاء القطعة النقدية.

٢ يحضر أحد الأفران فطائر ثلاثة أحجام مختلفة: صغيرة ومتوسطة وكبيرة، وأربعة مكونات مختلفة: الدجاج، والسلك، واللحم، والفطر. ما عدد أنواع الفطائر المختلفة المتوفرة؟ اكتب فضاء العينة بصورة مجموعة أزواج مزدوجة.

٣ يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر للغداء، وعصيرًا من بين ثلاثة أنواع من العصائر. ما عدد الطرائفي الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها؟

إستراتيجيات حل المسائل

- اختر نمطًا.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- اعمل بطاقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم ثلاثة أيام.
- حل مسألة أبسط.



٦-١٠

الاحتمال Probability

صلة المدرس أتيت أن استخدمت الترجيح في وصف إمكانية وقوع حدث ما، والآن سوف تستخدم الاحتمال لوصف وقوع حدث ما.

- سوف تتعلم
- إيجاد احتمال وقوع حدث ما.

- خط الاحتمال**
- أرسم خططًا خط الاحتمال كما بالشكل
-
- استخدم حذفك لتقدير احتمال وقوع كل حدث من الأحداث التالية، ثم مثل كل حدث على خط الاحتمال.
- ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية.
 - ظهور العدد ٣ عند رمي حجر نرد.
 - ظهور الصورة أو الكاتب عند رمي قطعة نقود معدنية.
 - سحب فرس آخر من طيبة مليئة بأفراس حضراء وبضماء.
 - صباح يوم الخميس يكون مشمساً.
 - ظهور عدد فردي عند رمي حجر نرد.
 - مشاهدة قطار ما هذا الأسبوع.
 - سفرك إلى القمر في حياتك.
 - شرح كيف حددت موقع هذه الأحداث على خط الاحتمال؟ هل حدثت أي من تلك الأحداث عند تقطة المتصف؟ إذا كان الأمر كذلك، فما هي من تلك الأحداث حدثت؟ ولماذا؟

- من الاستخدامات
- يستخدم علماء الجيولوجيا (علم طبقات الأرض)
 - الاحتمال لوصف إمكانية حدوث زلزال بالخطأ خلال عدد معين من السنوات.



الصطلاحات الأساسية Probability • الاحتمال

عندما تلعب لعبة تضمن قرص، فأنت تفكّر في إمكانية وقوع الأحداث المختلفة: هل تجاوز برمي حجر نرد مرة إضافية إذا كان مجموع الأعداد التي سوف تظهر ١٢ سوف يحملك من الآثار في رحلة ترفيه المشاركة فيها؟ ما هي فرصة توقيف المؤشر الدوار عند المطلقة المكتوب عليها «خط انتقال القرص» في الشكل أدناه، يمكنك أن تستخدم الاحتمال لتحديد أعداد تغير عن هذه الفرض.



تذكر
الحدث المؤكد هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة المترتبة.
الحدث المستحيل هو الحدث الذي لا يقع أبداً عند إجراء التجربة المترتبة.



إن احتفال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها هذا الحدث بعدد الوائح الممكنة، ونعبر عن الاحتفال بكسر اعتمادي كالتالي:

$$\text{احتفال (حدث)} = \frac{\text{عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد الوائح الممكنة}}$$

يمكن التعبير عن الاحتفال أيضاً في صورة نسبة مئوية أو كسر عشري أو نسبة

لذا ذكر
عند تحويل كسر اعتمادي
إلى كسر عشري، القسم
يسطّع على المقام

أمثلة

أوجد احتفال كل حدث في صورة كسر اعتمادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

١ ظهور عدد زوجي عند رمي مكعب مرمي من ١ إلى ٦

الحل: توجد ٦ نواتج

يمكن أن يقع هذا الحدث بثلاث طرائق: عدد ظهور ٢ أو ٤ أو ٦

عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث
احتفال (ظهور عدد زوجي) = $\frac{3}{6}$ عدد الوائح الممكنة

$$\text{ل (ظهور عدد زوجي)} = \frac{3}{6} = 50\% = \frac{1}{2}$$



٢ توقف المؤشر الدوار عند «صاعات الفرصة»

الحل: أحد القطاعات الأربعية المتساوية يمثل «صاعات الفرصة».

$$\text{ل (صاعات الفرصة)} = \frac{1}{4} = 25\% = \frac{1}{4}$$

٣ عدم توقف المؤشر الدوار عند «صاعات الفرصة»

الحل: توجد ثلاثة قطاعات من الأربعية لا تمثل «صاعات الفرصة»

$$\text{احتفال عدم توقف المؤشر عند «صاعات الفرصة»} = \frac{3}{4} = 75\%$$

المسائل **الحل** **السؤال**
إذا كان احتفال حدث هو 50% فإنه يكون له فرص متساوية محدودة أو عدم حدوثه من المقدار الذي ذكر ذلك عند التحقق من أن احتفالاً ما معقول.

حاول أن تحلل

أوجد احتفال كل حدث في صورة كسر اعتمادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

١ توقف المؤشر الدوار المبين في منطقة «مقلنس».

٢ ظهور عدد أولي عند رمي مكعب مرمي من ١ إلى ٦

٣ سحب حبة زهرية اللون من حلبة تحتوي على ٣ حبات

زهرية وجبة صفراء وسبعين لرجوانيتين و٤ حبات خضراء.

في المثالين (٢) و(٣)، لاحظ أن مجموع احتمالات وقوع حدث ما واحتمالات عدم وقوعه يساوي واحداً (١٠٠%). بما أن الحدث إما أن يقع أو لا يلتحق فإن هذه الملاحظة صحية دائماً.

يمكنك أن تستخدم ترجيحات حدث ما لإيجاد الاحتمال والعكس بالعكس.



أمثلة

٤ إذا كان ترجيح حدت ما هو ٣٠، أوجد احتمال هذا الحدث

الحل: العدد الأول في الترجيح يدل على أن الحدث يمكن أن يقع بثلاث طرق. العدد الثاني يدل على أنه لا يمكن للحدث أن يقع بعشر طرق. لذا فإنه يوجد $3 - 10 - 13 = 100$ ناتيجاً ممكناً. احتمال وقوع هذا الحدث = $\frac{3}{100}$

٥ في إحدى الألعاب، يقوم اللاعبون بسحب بطاقات من داخل حلبة مكتوب على كل منها أحد حروف الهجاء، من بين مائة بطاقة. تردد ٤٢ بطاقة عليها حروف علة. ما احتمال أن يكون أول حرف يجري سحبه هو حرف علة؟ ما ترجيح وقوع هذا الحدث؟

الحل: بما أن ٤٢ من ١٠٠ من ١٠٠ من بطاقة هي بطاقات مكتوب عليها حروف علة، لذا فإن $\frac{42}{100}$ (حرف علة) = $\frac{42}{100} = 0.42$.

وحيث إن $100 - 42 = 58$ ، لذا فإن ٥٨ بطاقة ليست من حروف علة.
بالتالي فإن ترجيح سحب حرف علة هو $0.58 : 58\%$.

حاول أن تحل

٦ إذا كان ترجيح حدت ما هو ٧، فما هو احتماله؟

٧ في لعبة مائة للكل في الحال (٦)، تردد بطاقة واحدة عليها حرف ن. ما احتمال أن يكون على أول بطاقة سحبها حرف ن؟ ما هو ترجيح هذا الحدث؟

احتمال وقوع حدث مستحيل يساوي صفرًا واحتمال وقوع حدث مؤكد يساوي ١



مثال (٦)

أوجد احتمال ظهور الحرف ط عند رمي مكعب رقم من ١ إلى ٦

الحل:

حيث إن ط لا يوجد على أي وجه من أوجه المكعب الرقم، لذا فإن ظهور الحرف ط يتعذر حدوثه مستحيلاً ويكون $L(ط) = 0$.



مثال (٧)

كتبت الأسماء: حبيا ونوف وعند رغبة ودعت كل اسم على ورقة، وضفت الأوراق في كيس دون النظر في الكيس ثم مسح ورقة ما احتفال ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف؟

الحل: إن كل الأسماء في الكيس مؤلفة من ٣ أحرف فإن الحدث «ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف» هو حدث مؤكد لأن (ظهور اسم من ٣ أحرف) = ١

حاولي أن تحلل

كانت أسماء طلاب الصف الثامن كل اسم على ورقة ووضفت الأوراق في كيس، إذا اختيارت ورقة دون النظر في الكيس، فما احتفال

● أن تحمل الورقة اسم طالب في الصف الثامن؟

● اسم معتمد الصف؟

تحقق من فهمك

● لماذا ناتج جموع احتفال حصول حدث ما واحتفال عدم حدوثه يساوي $9/100$

● كيف تجد ترجيح حدث ما إذا علمت احتفال حدوثه؟ فسر طريقتك.





المرشد لحل المسائل (١٠-١)

أي من الترجيحات يعني على أنها احتيال ٤٪٢٥

٤٪١٦ ٣٪١٧ ٣٪١٨

أفهم

٤٪٢٥ أي تسرّع عن

٤٪٢٥ ما معنى الاحتمال

٤٪٢٥ أيها يصنف كافية لإيجاد احتمال وقوع حدث ما؟

٤٪٢٥ عدد طرائق وقوع حدث: عدد الطرائق المختلفة غير المسكونة الواقع

٤٪٢٥ عدد الطرائق المختلفة التي يقع بها الحدث: عدد الطرائق الممكنة الواقع.

خطط

٤٪٢٥ ما معنى العدد الأول عندما نعطي الترجيح؟

٤٪٢٥ ماذا يعطى العدد الثاني عندما نعطي الترجيح؟

٤٪٢٥ عندما نعطي الترجيح، كيف تزداد عدد الطرائق الممكنة المحددة؟

٤٪٢٥ نجمع العددين. ٤٪٢٥ نضرب العددين.

٤٪٢٥ ملئ الترجيحات التالية بـ احتيال وقوع حدث:

٤٪١٦ ٣٪١٧ ٣٪١٨

حل

٤٪٢٥ ما الاختيار الصحيح؟

تحقق

٤٪٢٥ كيف تحدد الاحتيال عندما يكون الترجيح معلوماً؟

حل مسألة أخرى

٤٪٢٥ أي من الترجيحات التالية يعطى قيمة الاحتيال ١٠٪ نفسه؟

٤٪١٦ ٣٪١٧ ٣٪١٨ $\frac{1}{5}$



حل المسائل والتفكير المنطقي

أكمل الجدول التالي:

التربيع	احتياط عدم وقوع الحدث	احتياط وقوع الحدث	رقم
		$\frac{1}{4}$	١
		$\frac{1}{8}$	٢
٦٤			٣
	$\frac{1}{2}$		٤

التفكير الناقد: اذكر حدثاً يساوي احتياط وقوعه ١، واذكر حدثاً آخر يساوي احتياط وقوعه صفر.

١ التواصيل: بين في كل حالة إن كان الاحتياط يكتب بصورة كسر اعتبادي أو كسر عشري أو صورة نسبة مئوية؟ اشرح إجابتك.

٢ احتياط (اصابتك بالإلتواءات) على الشفاء

٣ احتياط أن تحصل على الرقم ١ أو الرقم ٣ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

٤ احتياط أن تطرد عدداً.

٥ لدى وفاء قبض أزرق، وقبض أحمر، وقبض أصفر، ولدي سعاد قبض أخضر، وقبض آخر، وقبض أبيض. أنا قبيط، فلنذهب قبض أحمر، وقبض أزرق، وقبض بنسجي. مشغول كل فناء عشراتي قبضاً لتربيه. أوجد احتياط أن تختار:

٦ كل فناء لوناً مختلفاً

٧ كل فناء قبضاً أحمر.

٨ كل فناء اللون نفسه.

٩ ثباتان اللون نفسه، أنا الشفاء الثالثة تختار لوناً مختلفاً.

إستراتيجيات حل المسائل
• اختر نحطاً.
•نظم قائمة.
• أعمل جدولًا.
• حزن وتحقق.
• أعمل بطريقة عكبة.
• استخدم التفكير المنطقي.
• ارسم تمثيلاً بيانياً.
• حل مسالة أسط.



اختبار الوحدة العاشرة

استخدم جدول البيانات. أوجد الاحتمال التجاري لكل حدث في صورة كسر اعماقي وكس عشري ونسبة مئوية.

اللون	القلم	النكران
٦	ذهب	١ (ذهب)
٢	أخضر	٢ (أخضر)
٣	أبيض	٣ (برتقالي)
٥	أسود	٤ (أزرق)

- ١ (ذهب)
- ٢ (أخضر)
- ٣ (برتقالي)
- ٤ (أزرق)

٤ التحقق من الحوامة: تشخص على أحده المصائح ٨٠ بطارية فوجدو أن في أربع منها عطل تصميمي.
إذا اختبرت بطارية عشوائية، فما احتمال أن يكون فيها عطل تصميمي؟

لديك أوعية أقطابها متدرجة كما هو مبين أدناه. افترض أنك رميت كرة ووقعت في إحدى هذه التختات. أوجد كل احتمال.



- ١ (عدد أكبر من ٤)
- ٢ (عدد زوجي)
- ٣ (٤)
- ٤ (٧)

لديك كيس يحتوي على ٦ بليات زرقاء، وبليتين خضراء، وتلات بليات حمراء، وبلية بيضاء. تختار عشوائياً بلية من هذا الكيس. أوجد كل احتمال.



- ١ (زرقاء)
- ٢ (بيضاء)
- ٣ (ليست خضراء)
- ٤ (حمراء)

٥ (خضراء ثم حمراء بعد إعادة المختبراء)

٦ (حمراء ثم زرقاء بعد عدم إعادة المختبراء)

٧ (أوجد عدد الشاهدات خارجين من الأحرف: هـ، جـ، لـ، ةـ)

(ب) أوجد عدد التواقيع خارجين من الأحرف: هـ، جـ، لـ، ةـ.

لقد كتب كل حرف من حروف كلمة الـ اسـ سـ ثـ مـ اـ رـ يـ عـ لـ بـ طـ اـ قـ، ثم خلطت هذه البطاقات جيداً ووضعت في

علبة. ما احتمال اختيار (أ)، ثم اختيار (م) (إذا كانت العلبة الأولى قد أعيدت قبل اختيار الثانية)؟

٩ الكتابة في الرياضيات: افترض أنك رميت نعلمة تفرد عدّة مرات وسجلت النتائج. إذا ظهرت الكتابة في ٩ محاولات من أصل ٢٠ حاوية. لما ترجح ظهور كتابة؟

يمثل الجدول أدناه بعض ألوان السيارات وطرازها. افترض أن فرصة اختيار أي لون أو طراز هي نفسها.

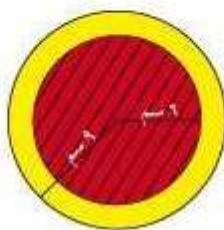
اللون	الطراز
فضي	عادية
رمادي	مكشوفة
أبيض	ذات دفع رباعي

ما فضاء العينة؟

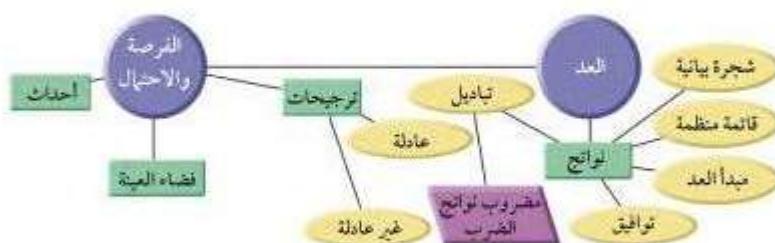
أوجد احتمال أن تختار عشوائياً سيارة فضية وعادية.

أوجد احتمال أن تختار عشوائياً سيارة صفراء ومكشوفة.

حطت طيارة على الرصبة أدناه. ما احتمال أن تخط في المكانة المظللة؟



مخطط تنظيمي للوحدة العاشرة



الوحدة العاشرة (أ): العد

- يمكنك عد التواتج الممكنة لسلسة من الاختيارات بتنظيم قائمة أو صنع خلطة الشجرة البيانية أو استخدام مبدأ العد.
- التباديل هي التنتويات الممكنة لمجموعة من العناصر. يمكنك استخدام مبدأ العد أو المضروبات لإيجاد عدد التباديل.
- التواقيف هي اختيارات عناصر بحيث لا يكون الترتيب مهمًا.

الوحدة العاشرة (ب): الفرصة والاحتمال

- في الاحتمال، التجربة هي أي شيء يتضمن فرصة الناتج الممكنة لتجربة هي التواتج. الحدث هو أي ناتج (أو مجموعة من التواتج) يمكنه وقوعها.
- نرجح وقوع حدث ما هو نسبة عدد الطراائق التي يمكن أن يقع بها حدث إلى عدد الطراائق التي لا يمكن أن يقع بها.
- في اللعبة العادلة (متكافئة الفرص)، يكون لكل اللاعبين الترجيح نفسه للتوفيق.
- الاحتمال أو الاحتمال النظري، حدث ما يحسب كالتالي:

$$\text{احتمال (حدث)} = \frac{\text{عدد الطراائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد كل التواتج الممكنة}}$$

- الحدث المستحيل يكون احتماله صفرًا، الحدث المؤكد يكون احتماله ١.
- إن مجموعة كل الناتج الممكنة في تجربة تدعى فضاء العينة.

طرح سلسلة الدراسات موقفي، حلقة ثانية، ودرس فرض علم
كثرة، وهي تعرّف المهارات الأساسية، والمعنى العددي، وعلم النباتي،
والجغرافية لدراسة الجزر، والهندسة، وهي مهارات التصرّف الشفهي
والكتابي، ومهارات التفكير في الدراسات، وهي تكامل مع المواد
الدراسية الأخرى، فتكتور جزءاً من قلعة الدارسة، مهاراتها يغطي المراحل
على امتداد القراءهم وتحجيمهم على حس المعرفة

تكون المقدمة من:

- كتاب الطالب
- كتاب المعلم
- كراس الممارسين
- كراس الممارسين مع الإجابات



9 789953 463780

