



الرياضيات

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

كتاب الطالب

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القحطان (رئيساً)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. حسين علي عبدالله

الطبعة الأولى

١٤٢٣ - ١٤٢٢ هـ

٢٠١٢ - ٢٠١١ م

فريق عمل دراسة ومواهمة كتب الرياضيات للصف التاسع

أ. جميلة محمد البيدان (رئيساً)

أ. منى فتحى عاشور

أ. حسن نوح المها

أ. غدير عيسى الشطري

أ. عبد الرزاق على البغلى

دار التراثيون House of Education ش.م.م. وبرسون إبجوكتشن ٢٠١١

© جميع الحقوق محفوظة : لا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو تصويره أو تحريره أو تسجيله
بأي وسيلة دون موافقة خطية من الناشر .

الطبعة الأولى ٢٠١١



صاحب السمو^م صاحب الامر^م الملك^م سلطان^م
 Amir of the State of Kuwait



سمو الشيخ ناصر الجابر الصباح

في عهده دولة الكويت

مقدمة

في ضوء ما شهدته السنوات الأخيرة من طفرة هائلة في المستحدثات التكنولوجية المرتبطة ب مجال التعليم، كان على منظومة التعليم بمسنوياتها وعناصرها المختلفة بدولة الكويت أن تتأثر بهذا التطور، فحرضت وزارة التربية على تطوير مناهج العلوم والرياضيات ليصبح قادرة على استيعاب المتغيرات التربوية والعلمية الحديثة.

ولما كان من الضروري أن يعيش المتعلم المعلومات المتدايرة من مصادر تزعر عن الحصر، وأن يستعد لداء دور فاعل في أي موقع من مواقع العمل الوطني، وبصنع مع آفائه حياة الأمان والقدرة والنمو، فيتحقق للوطن المكانة التي يرجوها بين دول العالم،

وكان على النظم التعليمية أن تعيد النظر في المناهج لإعداد الأبناء بالكفايات اللازمة والمهارات المتعددة المستجيبة لكل تغيير في هذه الحياة.

عندئذ كفل المنهج الجديد تغيير دور المتعلم نتيجة لهذه المستحدثات، ليخرج من حيز التلقى إلى دائرة المتفاعل الناشط، والمشاركة في المواقف التعليمية، عندما يبحث ويقارن ويستسيط ويعامل بنفسه مع المواد التعليمية حتى يسهم في تحقيق الاكتفاء الذاتي لوطنه اقتصادياً واجتماعياً وثقافياً، وسد حاجاته من العمالة الوطنية في مختلف المجالات.

لقد أتاح المنهج الجديد للعلوم والرياضيات للمتعلم الارتباط بالبيئة من خلال طبيعة الأنشطة التعليمية، واقتسب الطالب مهارات التعلم الذاتي وغرس حب المعرفة وتحصيلها استجابة لأهداف المنهج الرئيسية.

ولقد اتّحذم التغيير أهداف المنهج ومحنته وأنشطته، وطرائق عرضها وتقديمها وأساليب تقويمها، ضمن مشروع التطوير.

وكلن اختيار هذه السلسلة من المناهج بصورة تتماشى مع الاختيارات التربوية الحديثة في التعليم والتعلم، وتراعي المعايير الدولية في تعليم العلوم والرياضيات، وإن كانت هذه السلسلة لم تغفل دورولي الأمر في عملية التعليم، فإنها ركزت على دور المعلم، حيث يسهل عملية التعليم، لطلابه ويصمم بيته التعليم، وبشخص مستويات طلابه، ويسهل لهم صعوبات المادة العلمية، فتزداد معايير الجودة التعليمية، وإن نطرح بين أيديكم هذه المجموعة من كتب العلوم والرياضيات الجديدة التي تتضمن كتاباً للمتعلم وأخر للتعلم، وكراسة للأنشطة، من إعداد نوي الكفايات العالمية والمهارات المتطرفة، أملأ في الوصول إلى الغايات المرجوة من أقرب طريق إن شاء الله.

الوكليل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

أ. مردم محمد الوتيد

المحتويات

١٢	الوحدة السادسة: العلاقة والتطبيق (الدالة)
١٣	مشروع الوحدة
١٥	الوحدة السادسة (ا): العلاقة
١٦	١- حاصل الضرب الديكارتي
١٩	٢- مفهوم العلاقة
٢٣	الوحدة السادسة (ب): التطبيق (الدالة)
٢٤	٣- التطبيق (الدالة)
٢٨	٤- أنواع التطبيق (الدالة)
٢٢	٥- الدوال الخطية
٣٦	٦- الدوال التربيعية
٢٠	٧- نظريات الشابه
٤٨	الوحدة السابعة: الهندسة
٤٩	مشروع الوحدة
٥١	الوحدة السابعة (ا): الهندسة الإحداثية في المستوى
٥٢	١- البعدين نقطتين على محور
٥٦	٢- البعدين نقطتين في المستوى
٦٠	٣- إحداثي منتصف قطعة مستقيمة في المستوى
٦٣	الوحدة السابعة (ب): هندسة التحويلات
٦٤	٤- التحويلات والتطابق
٦٨	٥- تحويلات وتشابه
٧٢	٦- التناول
٧٦	٧- نقطة المستوى

المحتويات

٨٤	الوحدة الثانية: هندسة المثلث
٨٥	مشروع الوحدة
٨٧	الوحدة الثانية (٢): هندسة المثلث
٨٨	١- م نهاية المثلث وأنواعه
٩٢	٢- خصائص القطعة المستقيمة الواقلة بين معينين في المثلث
٩٦	٣- خصائص المتوازق المترافق للوتر في مثلث قائم الزاوية
١٠٠	٤- محاور أضلاع المثلث
١٠٤	٥- خصائص المتصفات الداخلية لرواياي المثلث
١٠٨	٦- خصائص أعمدة المثلث
١١١	٧- خصائص القطع المتوصلة للمثلث
١١٨	الوحدة التاسعة: النسبة والتناسب
١١٩	مشروع الوحدة
١٢١	الوحدة التاسعة (١): التناسب
١٢٢	١- النسبات والنسب المتساوية
١٢٦	٢- ارتباط النسبات والرسومات البيانية
١٣٠	٣- حل النسبات
١٣٤	٤- استخدام معدلات الوحدة
١٣٨	٥- حل المسائل باستخدام المعدلات والنسبات
١٤٢	٦- التفاضل ومقاييس الرسم والمناذج
١٤٦	الوحدة التاسعة (ب): فهم النسب المئوية
١٤٧	٧- النسبة المئوية والكسر العشري والكسر الاعتيادي
١٥٢	٨- حل مسائل باستخدام النسب المئوية

المحتويات

١٥٦.....	٩ - تطوير النسب المئوية
١٦٤.....	الوحدة التاسعة (ج): حل المسائل باستخدام النسب المئوية
١٦٩.....	١٠ - النسب المئوية الترايدية
١٧٥.....	١١ - النسبة المئوية للتناقض
١٧٩.....	١٢ - تطبيقات على تغير النسبة المئوية
١٧٦.....	الوحدة العاشرة: العد والاحتمال
١٧٧.....	مشروع الوحدة
١٧٩.....	الوحدة العاشرة (أ): العد
١٨٠.....	١ - الشجرة البيانية وبدأ العد
١٨٢.....	٢ - التبادل والتربيبات
١٩١.....	٣ - التوازيق والمجموعات
١٩٧.....	الوحدة العاشرة (ب): القرصنة والاحتمال
١٩٨.....	٤ - الاحتمال
٢٠٣.....	٥ - الاحتمال التجريبي والاحتمال الهندسي
٢٠٨.....	٦ - الاحتمال المشروط
٢١٣.....	٧ - الحدث التابع والحدث المسقى

الوحدة السادسة

العلاقة والتطبيق (الدالة)

Relation and Mapping (Function)

شعوب العالم

في البدء كان سوّاً مثـانـاً العـالـمـ بـطـئـاً جـداً، وـمعـ
مرـورـ الزـمـنـ بـدـائـاتـ وـقـيـرـةـ السـوـ تـكـسـعـاـ عـشـيـنـاـ فـيـنـاـ
لـصـبـحـ عـدـدـ سـكـانـ الـعـالـمـ قـرـابةـ المـلـيـلـاـرـ نـسـمةـ
فـيـ بـدـاـيـةـ الـقـرـنـ الـتـاسـعـ عـشـرـ. وـمعـ نـهاـيـةـ الـقـرـنـ
الـعـشـرـينـ تـخـطـيـرـ عـذـاـ عـدـدـ 6ـ مـلـيـلـاـرـ، لـذـلـكـ
هـنـاكـ عـلـاقـةـ بـيـنـ الـقـرـةـ الـزـمـيـنـ وـعـدـدـ السـكـانـ.

الرياضية

ستعرف بعضاً مباريات الفورمولا ١، أيامية
لل一趟 على من صفر إلى 100 km/h في 3 s و 8 s ،
لوقت من صفر إلى 200 km/h في 6 s و 8 s ،
من صفر إلى 300 km/h في 11 s . فهذه العلاقة تمثل
الوقت والسرعة التصورى لتلك السيارات. إن
التوفيق بين الوزن الحقيقي والقوة والأداء
العامى للإطارات يعطى مباريات الفورمولا
الأداء المميز.



أفكار رياضية أساسية

حاصل الضرب الديكارتي $S \times S$ هو مجموعة كل الأزواج المربعة (A, B) حيث A ينتمي إلى S ، B ينتمي إلى S .
العلاقة Δ من $S \times S$ هي مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي $S \times S$:
التطبيق علاقة تربط كل عنصر في S (المجال) بعنصر واحد في S (المجال المقابل) ومدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر المجال.

الدالة الخطية هي دالة تمثيلها البياني خط مستقيم

الدالة التربيعية هي دالة حيث القوة الأولى للمتغير هي ٢. ويكون تمثيلها البياني قطعاً مكافياً

الدالة الأسية هي دالة يكون الأساس لها متغير.

علوم

يمثل الدم نسبة ٨٪ من وزن الإنسان. وتبلغ كثافة الدم ١٠٦٠ كيلو جراماً بالملتر المكعب. يتألف الدم من البلازما بنسبة ٥٥٪ وكريات الدم الحمراء بنسبة ٤٤٪ والبيضاء والصفائح الدموية بـ ١٪. وهناك علاقة بين عمر الإنسان وكتلة الدم في جسمه.



الاقتصاد

يعتبر سوق صرف الأموال أكبر وأنشط سوق في العالم. نستطيع أن نميز نوعين من سعر الصرف: **المحرك** عندما تكون العملة خاسعة للسوق **والثابت** عندما تثبت قيمة العملة بالنسبة إلى عملة أخرى أو بالنسبة إلى مجموعة من العملات أو بالنسبة إلى سعر الذهب.

مشروع التوحيد

سوق تنتهي في هذا المشروع عن تكاليف أو خدمات تضمن دفعات ابتدائية محددة تضاف إليها دفعات تبع نظامينا



فرقة المسألة

عندما تقرأ مسألة ما، ربما ترتكب كثيرة المعلومات الواردة فيها. يمكن أن يساعد تجزيئ تلك المعلومات إلى أجزاء صغيرة على فهم المسألة بشكل أفضل. فكل أسطواني تكون ورقة من تهديد لكل جزء من المسألة.

التركيز على حل المسائل

اقرأ كل مسألة وأجب عن الأسئلة.

- ١) زباري حمد وناصر للغور بالمرتبة الأولى بحساب متوسط علاماتهم في المسابقة احتفظوا بأمثال مدة استخدامها. ولكن المعلم سوف يستبعد أدنى علامة من المسابقة. كاتب نتائج حيد كالي، ١٥، ١٤، ١٣، ١٢، ١١، ١٠، ٩، ٨، ٧، ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١، ٠. ونتائج ناصر هي: ١٥، ١٤، ١٣، ١٢، ١١، ١٠، ٩، ٨، ٧، ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١، ٠. من المذاكر في هذه المسابقة؟
(أ) ٣٠ ثانية
(ب) ٣٠ دقيقة
(ج) ٣٠ دقيقة
(د) ٣٠ دقيقة
٢) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لأحمد؟
٣) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لناصر؟
٤) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لحسين؟
٥) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفاطمة؟
٦) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟
٧) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لشيماء؟
٨) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟
٩) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفاطمة؟
١٠) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لشيماء؟
١١) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟
١٢) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفاطمة؟
١٣) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لشيماء؟
١٤) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟
١٥) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفاطمة؟
١٦) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لشيماء؟
١٧) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟
١٨) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفاطمة؟
١٩) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لشيماء؟
٢٠) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الحري بالسبة لفهد؟

**الوحدة
السادسة
(٤)**

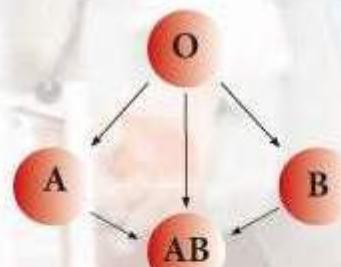
**العلاقة
Relation**

التبرع بالدم

التبرع بالدم هو عملية سحب الدم لتجهيزه ونقله إلى من هو بحاجة إليه. يمثل المترعون المصدر الوحيد لجميع فئات دم الإنسان القابلة للنقل. يستدل جسم الإنسان الشائع من البلازمما (السائل) خلال ٢٤ ساعة بعد التبرع، ويعرض كريات الدم الحمراء والخلايا الأخرى بين ستة وثمانية أسابيع. يمكن شخص ناسج ذو صحة جيدة من التبرع بوحدة كاملة من الدم مرة واحدة كل ثمانية أسابيع.

خلال عملية نقل الدم، يجب الأخذ بعين الاعتبار عاملين اثنين: فصيلة الدم (A,B,AB,O) وعامل (Rhوسوس) (Rh⁻, Rh⁺)

يسجن أن يتم عملية نقل الدم بين أشخاص من فصيلة الدم نفسها، لتجنب المعارض السلبية. ولكن من الممكن أيضًا استخدام البيان السهمي المقابل لمعرفة كيفية نقل الدم من فصيلة إلى أخرى عند الحاجة.



- كون جدولًا تبين في العلاقة بين الفئات المترددة والفصائل السالبة.
- إسأل أصدقائك عن فصيلة دمهم، ومثل علاقة تبين صيغة نقل الدم في ما ينكم (دون الأخذ بعين الاعتبار العامل (Rhوسوس)).

١-١

حاصل الضرب الديكارتي Cartesian Product

◀ صلة المدرس درست في السابق الأزواج المرتبة. في هذا الدرس سوف تعرف حاصل الضرب الديكارتي. ▶

الشكليف الأزواج المرتبة

لدى محلات مال مشكيلة كبيرة من القهوة التي تتميز بألوان وقياسات مختلفة.

١) اذكر خمسة ألوان مختلفة لديك.

٢) اذكر ثلاثة قياسات مساعدة.

٣) ما عدد القياسات المختلفة التي يمكنك أن تختارها لكل نوع من الألوان؟

٤) ما عدد الألوان المختلفة التي يمكنك أن تختارها لكل قياس؟

٥) اصنع جدولًا كالتالي: (في الصيغة الأولى، اكتب الألوان المختلفة التي اخترتها في العمود الأول، اكتب القياسات المختلفة التي اخترتها؛ وأكمل الجدول بكتابية التشكيلات المختلفة التي يمكنك أن تحصل عليها).

٦) ما عدد التشكيلات المختلفة التي حصلت عليها؟

تعلم حاصل الضرب الديكارتي

تعلم أن الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) $S \times T$ هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (s, t) حيث المسقط الأول $s \in S$ ، والمسقط الثاني $t \in T$ أي أن:

$S \times T = \{(s, t) | s \in S, t \in T\}$

مثال (١):

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $T = \{4, 5, 6\}$. اكتب الحاصل الديكارتي $S \times T$. ثم مثلك

مخطط سهمي ونحوطي بياني

الحل

$$S \times T = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$$

سوف تعلم
كيفية إيجاد حاصل
الضرب الديكارتي.
كيفية تمثيل حاصل
الضرب الديكارتي
بالمخططات السهمية
والبيانية.

من الاستخدامات
يستخدم مصممو الأقمشة
حاصل الضرب الديكارتي
لمعرفة عدد نساج الفي歉
وفق الألوان والتقويم
المتنوعة.



المصطلحات الأساسية
زوج مرتب

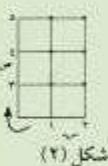
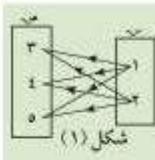
Ordered Pair
حاصل الضرب الديكارتي
Cartesian Product

مخطط سهمي
Arrow Diagram

مخطط بياني
Graph



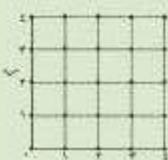
لرسم المخطط الشهي لأي علاقة:
 نرسم شكل فن لكل من المجموعتين S ، M ونكتب العناصر في شكل فن الناتب، ومن ثم نصل عناصر S بالعناصر في M والتي تربط معها بعلاقة



شكل (١) هو المخطط الشهي للحاصل الديكارتي $S \times M$ يمكن تمثيل الحاصل الديكارتي $S \times M$ بمخطط يالي على النحو التالي:
 تمثل عناصر S ، عناصر M على المحورين الأفقي والرأسي على التوالي، ثم تمثل عناصر الحاصل الديكارتي $S \times M$ كمسار في الشكل (٢).

حاول أن تحل

- ١ من مثال (١) أوجد الحاصل الديكارتي $S \times M$ ، ثم منه بمخطط يالي



$$\{x \in S = \{1, 2, 3, 4\} \mid x \in M\}$$

فأكمل الديكارتي $S \times M$ بذكر الصفة المميزة لم يذكر العناصر، ومثل $S \times M$ بمخطط يالي

الحل

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

بالصفة المميزة

$$S \times M = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1),$$

يذكر العناصر $S \times M = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$



حاول أن تحل

- ٢ يوضع المخطط البياني التقابل حاصل الضرب الديكارتي $L \times M$ أكتب $L \times M$ بذكر العناصر

تحقق من فهمك

- ١ هل عدد عناصر الحاصل الديكارتي $S \times M$ يساوي عدد عناصر الحاصل

الديكارتي $S \times M$ ؟

- ٢ هل حاصل الضرب الديكارتي للمجموعات إيدالي؟

ملاحظة

إذا كان عدد عناصر S هو m وعدد عناصر M هو n . فإن عدد عناصر $S \times M$ $= m \times n$ عدد عناصر $S \times M$ $= m \times n$



حل المسائل والتفكير المطابقي

١ إذا كانت $m = \{1, 2, 3\}$ ، $n = \{4, 5, 6\}$ ، فأي العبارات التالية صحيحة؟ نسر (جاءتك

(أ) $\exists m \times n$

(ب) $\exists (m, n) \times m \times n$

(ج) $\exists m \times m \times n$

(د) $\exists (m, n) \times m \times n$

(ه) $\exists (m, n) \times m \times n$

(و) $\exists m \times m \times n$

٢ إذا كانت $m = \{1, 2, 3\}$ ، $n = \{1, 2, 3\}$

له = (أ) $\exists b \in m$ ، $b > 2$ حيث m = مجموعة الأعداد الصحيحة.

(أ) اكتب كلاماً من المجموعتين m ، n يذكر العناصر

(ب) اكتب $m \times n$ يذكر العناصر

٣ إذا كانت $L = \{1, 2, 3\}$

له = (أ) $\exists b \in m$ ، $1 < b < 3$

(أ) فاكثب كلاماً من L يذكر العناصر

(ب) اكتب $L \times L$ يذكر العناصر

(ج) اكتب $L \times L$ يذكر العناصر

امثلة لโจالات حل المسائل

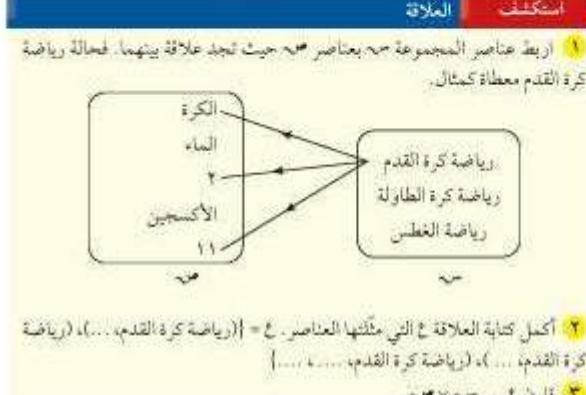
- ابحث عن النط.
- نظم قائمة
- اعمل جدولًا.
- محن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المطابقي
- ارسم شيئاً بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

٥-١

مفهوم العلاقة The Concept of Relation

◀ صلة الدرس في الدرس السابق، تعرفت المهاصل الديكارتي، في هذا الدرس سوف تعرف مفهوم العلاقة.

- سوف تعلم
- مفهوم العلاقة.
- إيجاد العلاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى، وتشيلها بمخطط سهمي أو بياني.
- إيجاد العلاقة على مجموعة (من مجموعة إلى نفسها) وتشيلها بمخطط (سهمي أو بياني).
- من الاستخدامات يستخدم الأطيار مفهوم العلاقة لكن يتضمنا بمخططين بسيطين (إمكانية نقل الدم من فئة إلى أخرى أو من شخص إلى آخر).



تعلم مفهوم العلاقة

◀ لكن S ، M ، $S \times M$ مجموعات غير مخلتين تكون \neq علاقة من S إلى M عندما تكون S مجموعة جزئية من المهاصل الديكارتي $S \times M$. تعرّف عن ذلك $\neq S \times M$ تكون \neq علاقة على S إذا كانت $\subseteq S \times S$.

- المصطلحات الأساسية**
- ◀ علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى
 - Relation from a Set to Another
 - ◀ علاقة على مجموعة
 - Relation on a Set



مثال (١)

اللبن

$$S = \{4, 3, 2\}, M = \{9, 10, 6, 5, 4\}$$

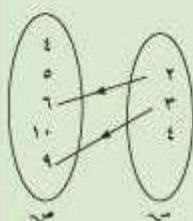
(أ) إذا كانت \cup علاقة الثالث، من S إلى M ، فاكتب ع بذكر العناصر.

(ب) مثل \cup بمخطط سهمي، وبمخطط بياني

الحل

(أ) حيث أن \cup ثالث 6 و 3 (ثالث 9)

$$U = \{1, 6, 2\}, \{9, 3\}$$



حاول أن تحل

$$1 \quad \text{اللبن } S = \{4, 3, 2\} \quad M = \{10, 8, 6, 4\}$$

معلومة مفيدة

عندما نقول أن \cup علاقة ثالث

نعني أنه في كل زوج مرتب

الستط الأول ثالث الستط

الثاني

(أ) إذا كانت \cup علاقة «نصف» من S إلى M ، فاكتب ع بذكر العناصر.

(ب) مثل \cup بمخطط سهمي و بمخطط بياني



مثال (٢)

لتأخذ المجموعة

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(أ) اكتب علامة مربع العدد من سه إلى سه يذكر العناصر.

(ب) مثل ع بمحظط سهمي ومحظط بياني

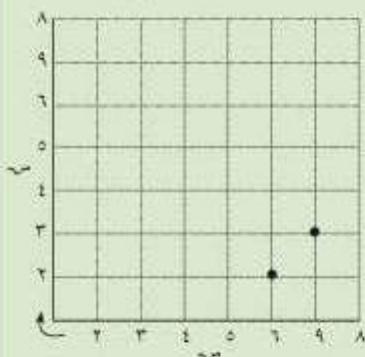
الحل

(أ) حيث أن $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ مربع العدد $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(ب) محظط سهمي:



محظط بياني



حاول أن تحل

٢ لتأخذ المجموعة $S = \{\text{محمد}, \text{عبدالله}, \text{مروان}, \text{احمد}, \text{عصام}, \text{فادي}\}$

(أ) اكتب علامة «الحرف الأول هو نفسه» من سه إلى سه يذكر العناصر.

(ب) مثل ع بمحظط سهمي ومحظط بياني

تحقق من فهمك

١ هل يمكن تحديد الحاصل الديكارتي منه \times صيغة علامة من سه إلى سه؟

٢ هل يمكن تحديد أكثر من علامة من مجموعة إلى أخرى؟



حل المسائل والتفكير المعملي

- ١ إذا كانت كل من x, y, z ، غير علامة على مهـ = {٣, ٤, ٥, ٦}، فمثل كلام منها يدخلها بخطها بيـ.
- (أ) $y = \{(٤, ٥), (٤, ٦)\}$, $x = \{(٣, ٤), (٣, ٥)\}$, $z = \{(٢, ٣), (٢, ٤)\}$
- (ب) $y = \{(٤, ٥), (٤, ٦)\}$, $x = \{(٣, ٤), (٣, ٥)\}$, $z = \{(٢, ٣), (٢, ٤)\}$
- (ج) $y = \{(٤, ٥), (٤, ٦)\}$, $x = \{(٣, ٤), (٣, ٥)\}$, $z = \{(٢, ٣), (٢, ٤)\}$

- ٢ إذا كانت مهـ = {أ, ب, ج}, صـ = {١, ٢, ٣} فأي المجموعات الآتية يمثل علاقة من مهـ إلى صـ؟ ارسم بخطها بيـ لها:
- (أ) $y = \{(١, ١), (١, ٢), (٢, ١), (٢, ٢)\}$
- (ب) $y = \{(١, ٣), (٢, ٣), (١, ب), (٢, ب), (جـ, ١), (جـ, ٢), (جـ, ٣)\}$
- (ج) $y = \{(١, ٣), (٢, ٣), (ب, ٣), (جـ, ٣)\}$

إستراتيجيات حل المسائل

- ٣ في ما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة على المجموعة:
مهـ = {٨, ٧, ٦, ٥, ٤, ٣, ٢} اكتب كل علاقة يذكر معاشرها:
- (أ) $y = \{(٦, ب) : أ \in مهـ, ب \in صـ\}$
- (ب) $y = \{(أ, ب) : أ \in مهـ, ب \in صـ, ب = ٢\}$
- (ج) $y = \{(أ, ب) : أ \in مهـ, ب \in صـ, ب = \frac{١}{أ}\}$
- ابحث عن المعرف.
 - نظم قائمة.
 - اعمل جدولـ.
 - حزن وخفقـ.
 - اعمل بطريقة عكسـية.
 - استخدم التفكير المعمليـ.
 - ارسم بخطها بيـ.
 - حل مـالة أـسـطـ.

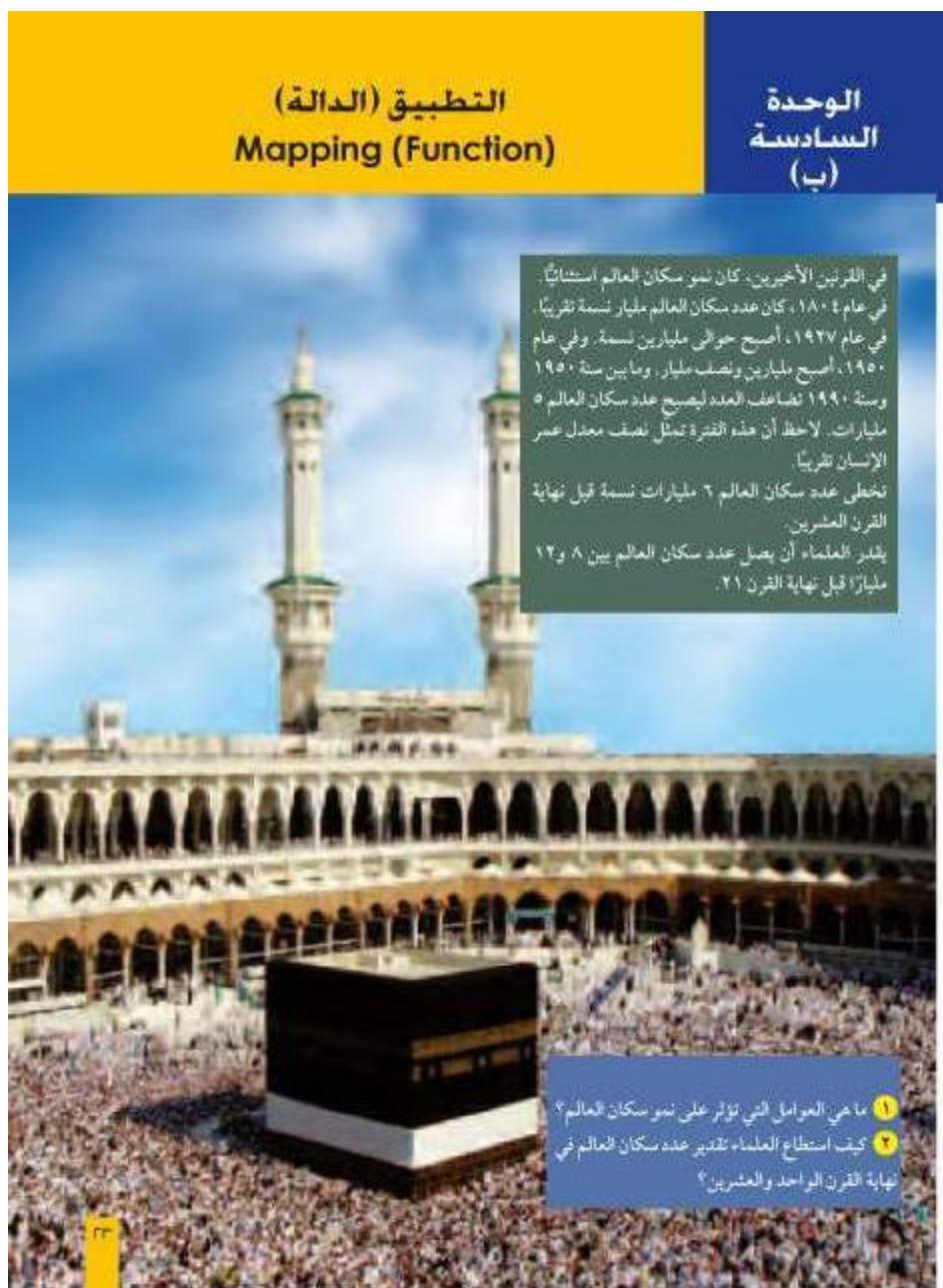


**الوحدة
السادسة
(ب)**

**التطبيق (الدالة)
Mapping (Function)**

في الثررين الأخيرين، كان نمو سكان العالم استثنائياً. في عام ١٨٠٠، كان عدد سكان العالم ملبارن نسبة تقريباً في عام ١٩٢٧، أصبح حوالي ملبارن نسبة. وفي عام ١٩٥٠، أصبح ملبارن ونصف ملبار، وما بين سنة ١٩٥٠ وسنة ١٩٩٠ تضاعف العدد ليصبح عدد سكان العالم ^٥ ملبارات. لاحظ أن هذه الفترة تتطل بصف معدل عمر الإنسان تقريباً. تخطى عدد سكان العالم ٦ ملبارات نسبة قبل نهاية القرن العشرين. يقدر العلماء أن يصل عدد سكان العالم بين ٨ و ٩ ملباراً قبل نهاية القرن ٢١.

- ١ ما هي العوامل التي تؤثر على نمو سكان العالم؟
- ٢ كيف استطاع العلماء تقدير عدد سكان العالم في نهاية القرن الواحد والعشرين؟



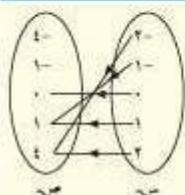
٣-٦

التطبيق (الدالة) Mapping (Function)

صلة الدرس درست حاصل الضرب الديكارتي، ودرست العلاقة التي هي مجموعة جزئية من الماصل الديكارتي، وكيفية تمثيل كل منها بالخطط التهبي والخطط البياني، والتطبيق هو نوع خاص من العلاقات له أهمية بالغة في دراسة الرياضيات والعلوم الأخرى، وكذلك في التطبيقات الحياتية اليومية.

- سوف تعلم مفهوم التطبيق
- تعين التطبيق من بين عدة علاقات
- كيفية التعبير الرمزي عن التطبيق.

استكشاف العلاقات بين العناصر



يمثل الخطط التهبي العلاقة بين عناصر من المجموعة س وعناصر من المجموعة م.

- أكتب الجدول التالي بدءاً
- إذا كان هناك علاقة بين العنصرين.
- إذا لم يكن هناك علاقة بين العنصرين.

ص	١	٠	-١	-٢	م
					٤
					٣
					٢
					١
					٥

- هل جميع عناصر ص مرتبطة بعنصر من م؟
- هل جميع عناصر ص مرتبطة بعنصر من م؟
- يكون عناصر من م فيه ارتباط كل عنصر من عناصر ص؟
- املا القراءات بالأعداد النسبية

$$\begin{array}{l} \square = \square \leftarrow -2 \\ \square = \square \leftarrow -1 \\ \square = \square \leftarrow 0 \\ \square = \square \leftarrow 1 \\ \square = \square \leftarrow 2 \end{array}$$

- حدد المقادير التي تربط (نحو) عناصر ص مع م في السؤال رقم ٥

من الاستخدامات يستخدم التقنيون التطبيق عند تصميم إشارات المرور



المصطلحات الأساسية تطبيق

- Mapping** قاعدة الاتصال
- Mapping Rule** مجال
- مجال مقابل دالة

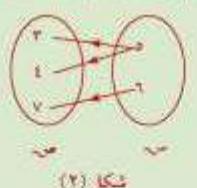


التطبيق (الدالة) هو علاقة تربط كل عنصر من مجموعة S بعنصر واحد فقط في مجموعة أخرى T .
نرمي منه (المجال):
وносري منه (المجال المقابل):
وносري مجموعة صور عناصر المجال (مدى التطبيق).

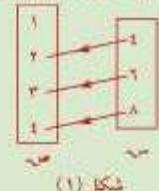
يفرض أن علاقة ما تمثل تطبيقاً من S إلى T فرمز لهذا التطبيق بأحد الرموز مثل: f , ϕ , ψ , φ , ...
ويكتب هذا التطبيق بالصورة التالية: $S \rightarrow T$ حيث \rightarrow هي قاعدة الاقتران للتطبيق
عندما يساوى المجال S المجال المقابل T ، فيكون لدينا تطبيق من S إلى S
في أي العلاقة فيه العلاقة ليست تطبيقاً من S إلى S عندما يرتبط عنصر في S بأكثر من عنصر في S أو عندما يوجد
عنصر في S لا يرتبط بأحد عناصر S .
مثل التطبيق بمحظوظ سهمي أو بياني كما في العلاقة.

مثال (١)

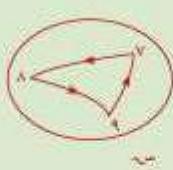
أي العلاقات التالية تمثل السهبية الآتية تطبيقاً؟ اذكر السبب، ثم حدد المجال والمجال المقابل والمدى



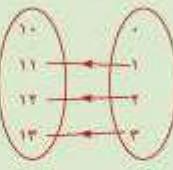
شكل (٢)



شكل (١)



شكل (٤)



شكل (٣)

الحل:

شكل (١) يمثل تطبيقاً من S إلى T لأن كل عنصر في S يرتبط بعنصر واحد فقط من T .
مجاله $= \{1, 2, 3, 4\}$ ، مجاله المقابل $= \{1, 2, 3, 4\}$ ، المدى $= \{1, 2, 3, 4\}$.

شكل (٢) لا يمثل تطبيقاً، وذلك لأن العنصر 5 من S لا يرتبط بعناصر في T .

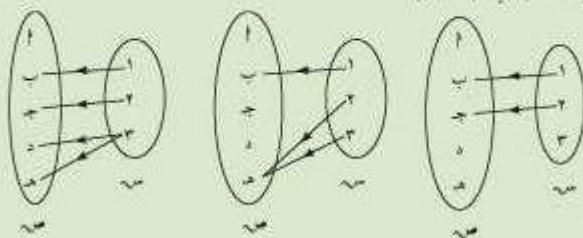
شكل (٣) لا يمثل تطبيقاً، لأن العنصر صفر في S لم يرتبط بأي عنصر من T .

مثال (١)

أما المخطط الشهي في شكل (٤) يمثل تطبيقاً من S_1 إلى S_2 . كل عنصر من S_1 ارتبط بعنصر واحد من S_2 .
 مجاله = $\{4, 8, 7\}$ - مجاله المقابل = مدار

حاول أن تحل

- ١ أي من العلاقات التالية يمثل تطبيقاً من S_1 إلى S_2 ، حيث
 $S_1 = \{1, 2, 3\}$ ، $S_2 = \{a, b, c, d\}$



مثال (٢)

لـ $S_1 \leftarrow S_2$ تطبيق مخطط شهي بين في الشكل التالي.
 اكتب قاعدة الأفراز لهذا التطبيق

الحل

يرتبط التطبيق (١) كل عدد في S_1 بعدد في S_2 يزيد عنه بمقدار ٣

$$5 - 3 + 2 \leftarrow 2$$

$$6 - 3 + 2 \leftarrow 3$$

$$7 - 3 + 2 \leftarrow 4$$

$$8 - 3 + 2 \leftarrow 5$$

أي أن قاعدة الأفراز هي:

$$S_1 \leftarrow S_2 + 3$$

أو بصورة أخرى: $L(S_1) = S_2 + 3$. لكل من $x \in S_1$

حاول أن تحل

- ٢ يـ $S_1 \leftarrow S_2$ مخطط شهي كما في الشكل. اكتب قاعدة الأفراز لهذا التطبيق

تحقق من فهمك

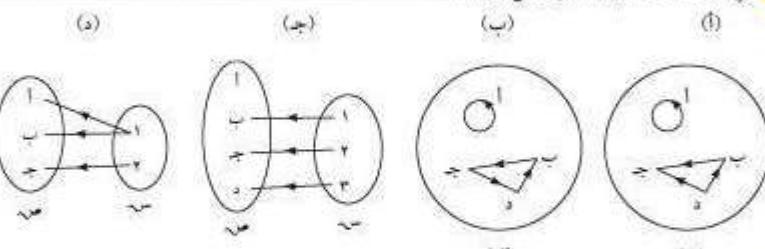
- ١ هل العلاقة تمثل دائماً تطبيقاً؟ نعم

- ٢ كيف تستنتج أن المخططات الشهية والبيانية يوتمثل ما تطبيقاً أم لا؟ فسر

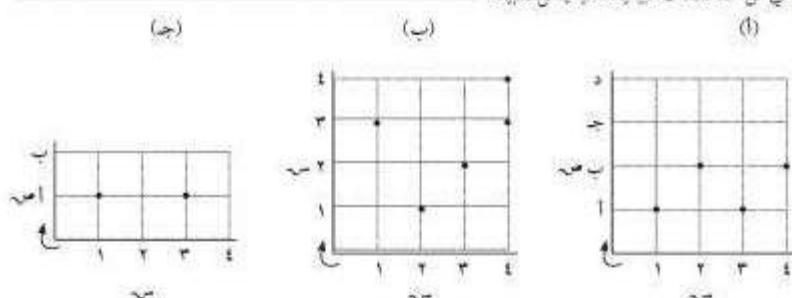


حل المسائل والتفكير المنطقي

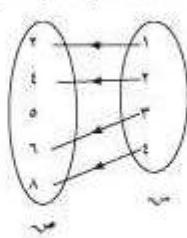
١ أي المخططات الستمية التالية يمثل تعريف؟



٢ أي من المخططات الستمية التالية يمثل تعريف؟



٣ ذكرى ← ص مخطوطة سهمي كما في الشكل أدناه، اكتب قاعدة العلاقة لهذا التطبيق.



إسرايجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أصلب جدولًا.
- خرن وخلق.
- أصلب بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تبليلاً بيان.
- حل مسألة أبسط.

٦-٤

أنواع التطبيق (الدالة) Kinds of Mapping (Function)

صلة الدرس في الدرس السابق تعرفت التطبيق. في هذا الدرس تعرف أنواع التطبيق.

- سوف نتعلم
- تحديد أنواع التطبيق المختلفة

ابتكافك أ نوع التطبيق

- ١ د: صم، ← صم ، حيث
 $\text{س} = \{\text{أحمد، مها، راشد، هند}\}$
 $\text{صم} = \{\text{حاسوب، سيارة، دراجة هوائية، دراجة نارية}\}$
 $\text{د} = \{\text{(أحمد، حاسوب)، (مها، سيارة)، (راشد، سيارة)، (هند، دراجة هوائية)}\}$
- (أ) مثل د، ينحطط سهمي.
(ب) هل يمثل د، تطبيقاً؟
- ٢ مثل التطبيق د: صم، ← صم، حيث صم = {حاسوب، سيارة، دراجة هوائية}
حيث د = د، ينحطط سهمي. بم يتميز هذا التطبيق؟
- ٣ مثل التطبيق د: صم، ← صم ، حيث صم = {أحمد، مها، هند}، د = {(أحمد، حاسوب)، (هند، دراجة هوائية)، (مها، سيارة)}، ينحطط سهمي. بم يتميز هذا التطبيق؟
- ٤ مثل التطبيق د: صم، ← صم ، حيث د = د، ينحطط سهمي. بم يتميز هذا التطبيق؟



- المصطلحات الأساسية
- تطبيقات شاملة Surjective
 - تطبيقات متساوية Injectice
 - تطبيقات تقابل Bijective

تعلم أ نوع التطبيق

التطبيق الذي يساوي فيه المدى وال المجال المقابل يسمى **تطبيقاً شاملة**
التطبيق الذي لا يربط في عصران مختلفان من المجال بالعصر نفسه في المجال المقابل
يسمى **تطبيقاً متساوياً**
التطبيق الشامل والمتساو يسمى **تطبيقاً تقابل**



أمثلة

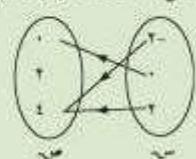
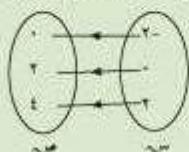
١) ونكن $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ولتكن لدينا التطبيقية

$Q: S \rightarrow S$ حيث $Q(x)$ من أكب في كمجموعة من الأزواج المرتبة لم منه بخطها سهمي هل Q شامل، متباين، تقابل؟ ولماذا؟

$Q: S \rightarrow S$ حيث $Q(x)$ من $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ هل Q التطبيقية، لـ متباين؟

الحل:

بيان شكل (١) بخطها سهمي للتطبيق Q .



ليكن $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $T = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$Q: T \rightarrow S$ حيث $Q(x)$ من T هل Q شامل؟

أكب T كمجموعة من الأزواج المرتبة لم منه بخطها سمعي هل Q شامل، متباين، تقابل؟ ولماذا؟

٢) هل Q التطبيقية، متباين؟ ولـ متباين؟

الحل:

في التطبيق Q يوجد عنصران في المجال T لهما الصورة نفسها في المجال S ولكن هذا غير وارد بالنسبة إلى التطبيق Q ، فلا يوجد عنصران في المجال T لهما الصورة نفسها في المجال S وبالتالي

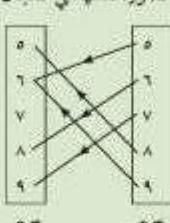
إذا Q التطبيقية، تطبيق متباين والتطبيق Q تطبيق غير متباين

حاول أن تحل

١) $Q: S \rightarrow S$ حيث $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

هل Q شامل؟ ولماذا؟

هل Q متباين؟ ولماذا؟



مثال (٣)

إذا كان L : $s \rightarrow s$ ص- حيث

$$s = \{4, 3, 2, 1\}$$

$$s' = \{5, 4, 3, 2\}$$

وكان $L(s) = s'$. فبين أن التطبيق L هو شامل ومتباين (تقابلاً).

ملاحظة:

يكتفى للحكم على كون التطبيق

غير شامل الكشف عن عصر في

المجال المقابل لا يمثل صورة

لأحد عصرين المجال.

ويكتفى للحكم على كون التطبيق

غير متباين الكشف عن عصرين

في المجال لهما الصورة نفسها

في المجال المقابل.

الحل :

$$L(1) = 2$$

$$L(2) = 1$$

$$L(3) = 4$$

$$L(4) = 3$$

لذا المدى: $\{1, 2, 3, 4\} = \text{المجال المقابل}$, فنكون: L تطبيق شامل وحيث إن $L(1) \neq L(2) \neq L(3) \neq L(4)$, أي أنه لم يربط أي عصران مختلفان بالمجال بالعصر نفسه بال المجال المقابل فالتطبيق L تطبيق متباين (إذا التطبيق L يسمى تقابلاً).

حاول أن تحل

إذا كان L : $s \rightarrow s$ ص- حيث

$$s = \{s, \{s\}\}, \{s\} \text{ هي مجموعة الأعداد الصحيحة}$$

هل هنا التطبيق يسمى تقابلاً؟ نعم.

تحقق من فهمك

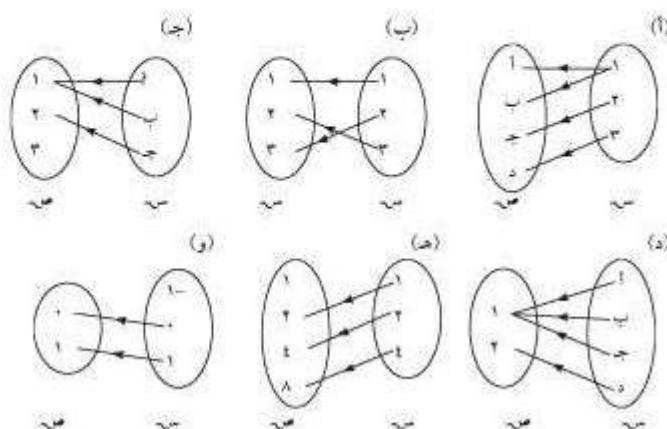
١ هل التطبيق المتباين هو تطبيق شامل؟

٢ هل التطبيق $s - 2s + 3$ هو تقابلاً في مجموعة الأعداد الحقيقية؟



حل المسائل والتذكرة المسطقني

٣ هل العلاقات التالية تمثل تطبيقاً لما حواصل هذا التطبيق في حالة وجوده؟



٤ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ فما هي مجموعات الأعداد الصحيحة i : $S_i \leftarrow S$ حيث $i(S) = S$? ليس شاملاً لأن:

- (أ) العدد $-S$ (ب) المجال = المجال المقابل (ج) العدد $\neq S$ (د) العدد $\in S$

٥ التطبيق (لتكن S هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ي: $S_i \leftarrow S$ حيث $i(S) = S$. ليس شاملاً لأن:

- (أ) العدد $-S$ (ب) المجال = المجال المقابل (ج) العدد $\neq S$ (د) العدد $\in S$

إستراتيجيات حل المسائل

- ٦ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ والتطبيق ل: $S_i \leftarrow S$ ،
 $L(S) = S^2 + 1$ ،
 (أ) اكتب ل كمجموعة أزواج مرتبة.
 (ب) بين خواص التطبيق ل من حيث كونه شاملاً، متساوياً، تقابل، وذاكر السبب.
 (ج) ارسم المخطط الشهي للتطبيق
- ابحث عن النصف.
 - نظم قائمة.
 - اعمل جدول.
 - همن وتحقق.
 - اعمل بطريقة عكسية.
 - استخدم التذكر المسطقني.
 - ارسم تمثيلاً بيانيًّا.
 - حل مسألة أبسط.

٥-١

الدالة الخطية (التطبيق الخطبي) Linear Functions

صلة الدرس تعلمت عن علاقات خاصة تسمى خطية أو دالة، ستعلم في هذا الدرس كيفية تمثيل الدوال بطرق مختلفة.

استكشاف الدوال الخطية

هل يمكن ذلك؟ الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة يابانية

- ١ باستخدام الآلة الحاسبة اليابانية اضغط **كلا** وأدخل المعادلة، ص = ١، ٥ من ١ - ٤
- ٢ اضغط **رسم** لرسم المعادلة **ياباني**، استخدم أحد المفاتيح **ايجاري** للحصول على تأثير أعداد صحيحة.

٣ اضغط **كلا** ما المقاطعة المروضحة؟

- ٤ تحرك على طول الخط بضغط مفاتيح الأسهم اليمنى واليسرى، ما الذي يحدث قيمة ص؟ هل يمكن أن تجد قطرين من هذا التمثيل الياباني لهما الإحداثي السيني نفسه ولكنها مختلفتا الإحداثيين الصادرين؟

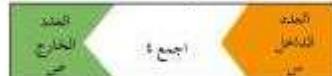
٥ مثل **ياباني** دالة خطية أخرى، واستخدم خاصة **ايجاري** مرة أخرى.

هل يمكن أن تجد قيمتين مختلفتين للمتغير ص للإحداثي السيني نفسه على الرسم الياباني هذا؟

تعلم الدوال الخطية

أدخلت عدداً على الآلة الحاسبة اليابانية، أدت الآلة وظيفتها وحصلت على عدد برج، وترتبط قيمة العدد الذي يخرج بقيمة العدد الذي يدخل.

لتفترض أن من تمثل المدخل، ص المخرج، يمكن تمثيل هذه العلاقة بقاعدة الدالة



سوف تعلم
 ■ تمثيل الدوال باستخدام
 الجنادول والتمثيل البصري
 والمعادلات والرسم

من الاستخدامات
 ■ تستخدم المطابع الدوال
 الخطية لتحديد تكاليف
 أعمال الطاعة الفنية.



المصطلحات الأساسية

■ متغير ثابع

Dependent Variable

■ متغير مستقل

Independent Variable

■ دالة خطية

Linear Function

ص + ٢ = ص، أو ص = ص + ٢، يرتبط المخرج

(ص) بالمدخل (ص)، عندما تربط قيمة ص بقيمة

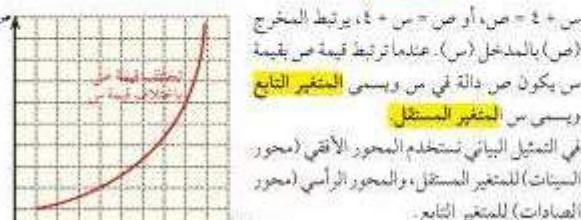
ص يكون ص دالة في ص ويسى المتغير التابع

ويسى ص المتغير المستقل

في التمثيل البصري ستستخدم المحور الأفقي (محور

السيارات) للمتغير المستقل، والمحور الرأسى (محور

الصادرات) للمتغير التابع.



أمثلة

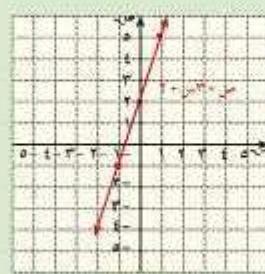
٤ الصلة بالرياضيات

١ مثل ص = ٣س + ٢ بياناً، هل هي تابع دالة؟ هل هي خطية؟

الحل:

نكون جدولًا لقيم المدخل والمخرج:

المتغير المستقل قاعدة الدالة المتغير التابع		
ص	٣س + ٢	س
١	٥	١
٢	٨	٢
٣	١١	٣



هذه العلاقة تمثل دالة لأن كل قيمة من المتغير المستقل (س) لها قيمة وحيدة للمتغير التابع (ص).

٢ نظم الحاد السبعة ساقطة مقطوعة. قال: «لواف ٣ دناتير عن كل دورة أكسلها».

(أ) اكتب ومثل بياناً القاعدة التي تربط بين المبالغ الممتوجة، وعدد الدورات المكتملة، وإذا حصل «لواف ٢٧ ديناراً بعد خمس عشرة دليلة، فكم دورة أكسلها؟

الحل:

نكون ص = المبالغ الممتوجة.

س = عدد الدورات المكتملة، فتكون القاعدة ص = ٣س.

ص	٣	٦
س	١	٢

نحدد المخرج أو التابع التابع ٢٧ على محور الصادات، ونوجد قيمة س المناظرة س = ٩ دورات.

(ب) هل تصف القاعدة دالة؟ قرر

تصف القاعدة دالة لأن له لكل قيمة مدخل يوجد قيمة مخرج واحدة فقط.

حاول أن تحل

١ (أ) مثل بياناً ص = -٢س، هل هي دالة خطية؟ قرر إجابتك

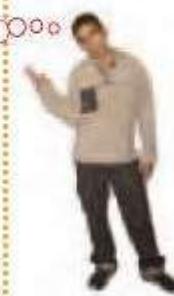
(ب) بائع القصيص الرياضي يبلغ ٤ دناتير اكتب ومثل بياناً القاعدة التي تربط بين المبالغ المكتسبة وعدد الشهقان

البيعة. إذا حصل عبد الله على ٣٦ ديناراً، فكم قيمها بيع؟ هل تصف هذه القاعدة دالة؟ قرر إجابتك



رأيك

خارج المخططات التفاضلية هناك العدام للأوزان وبالتالي يمكن نسخة ارتفاع قلم رصاص، بعد رسمه بدالة خطية في الزمن وذلك من لحظة زمه، علينا أن القلم رمي من ارتفاع ١٢٠ سم وبهبط ٢،٥ سم كل ثانية، كي تكون جدولًا لقيم مخرج الدالة من = ٢،٥ - ٢،٥ من + ١٢٠ .



عبدالله يذكر ...

يمكنني إيجاد قيم المخرج باستخدام الجداول في الآلة الحاسوبية، فإذا أدخلت

١٢٠ سم [٣]

- ٢،٥

على أنها الدالة y ونظرت إلى الجدول الناتج، يمكنني إيجاد قيم المخرج، قيم المخرج

هي ١١٧،٥، ١١٥، ١١٢، ٥، ١١٠،

ووهكذا.

فهد يذكر ...

الآن أن ١٢٠ هي الجزء المقطوع من بغير الصادات، فيمكنني أن أطرح ٢،٥ فقط لكل زيادة قدرها ١ في قيم من:

س	٦	٤	٣	٢	١	٠	صفر
١٢٠	١١٧،٥	١١٥	١١٢،٥	١١٠	١١٧،٥	١٢٠	صفر

٢،٥ - ٢،٥ - ٢،٥ - ٢،٥ - ٢،٥ - ٢،٥

ما الطريقة التي مستخدمها إذا أردت معرفة الفترة الزمنية اللازمة حتى يصطدم قلم الرصاص بالأرضية؟ لماذا؟

تحقق من فهمك

- ١) كيف يمكنك استخدام الرسم البياني للدالة، حتى توجد قيمة المدخل من أجل قيمة معطاة للمخرج؟
- ٢) باستخدام جدول معطى، كيف يمكنك معرفة أن العلاقة دالة؟
- ٣) هل الرسم البياني للعلاقة من = $\frac{1}{x}$ - ٥ يمثل دالة خطية؟ وضح إجابتك.



حل المسائل والتفكير المعملي

١ التفكير الناقد: تسامي محمد حول ما إذا كانت شركات الطيران تحدد كلفة تذكرة السفر استناداً إلى مسافة الرحلة. لقد أوجد متوسط المسافات بالكيلومتر بين بعض المدن وتكليف تذاكر السفر ذهاباً وإليها.

المسافة بالكيلومتر	السعر بالدينار
٨٥	١٠٨٦
١٢٥	١٦٧٠
٩٥	١٠٨٦
١٢٤	١٠٨٦
٢٢٠	١٦٧٠
١٠٥	١٦٧٠

(أ) هل يمثل سعر التذكرة دالة في المسافة؟ وضح إجابتك.

(ب) ما العوامل الأخرى التي تؤثر على تكلفة تذكرة السفر؟

٢ النجدة: اكتب مثلاً من المعادلة اليومية لدالة. وضح الأسباب التي يجعل المعادلة دالة وعرف كلّاً من المتغيرين، التابع والمستقل.

٣ تتمثل المسافة التي يقطعها الحوت الأزرق دالة في الوقت، علّينا أن طول الحوت الأزرق ٣٠ متراً وأن مسرعة سباحته تساوي ٢٦ كم / ساعة ثبوبياً.

(أ) اكتب معادلة توضح العلاقة بين المسافة s والوقت t .

(ب) استخدم المعادلة لإيجاد المسافة التي يقطعها الحوت الأزرق في كل من الأوقات التالية:
٥ ساعات ٨ ساعات



١-١

الدالة التربيعية Quadratic Functions

صلة الدروس درست الدوال الخطية، وهي هذا الدرس ستتوسع في الأشكال التي تعلمها عن الدوال الخطية لتشمل نوعاً آخر من الدوال.

الدوال التربيعية

- ١ صودوا أو تزولاً الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة بيانية مثل بيانی ص = س٢ مُستخدمًا شائنة آلة حاسبة بيانية. هل يمكن الرسم البياني لهذا دالة؟ وضح إجابتك.
- ٢ أين تزداد فيه ص؟ وأين تتناقص؟
- ٣ اتبع مسار الرسم البياني (أو اخسب) لإيجاد قيمة ص عندما تكون ص = ٤، وعندما تكون ص = -٤.
- ٤ استخدم الرسم البياني لإيجاد قيمة سالية لـ ص. كيف تساعدك معادلة الدالة على توضيح إجابتك؟
- ٥ غير الدالة إلى ص = س٢ - ٤ وارسمها بيانياً. هل يغير ذلك إجابتك عن السؤال رقم ٤؟ وضح ذلك.

تعلم ٢ الدوال التربيعية

الدالة التربيعية هي دالة فيها القراءة الأولى للمتغير المستقل تساوي ٢. إليك أمثلة عن دوال تربيعية.

$$ص = س^2 \quad ص = -س^2 \quad ص = 4س^2 - 6$$

يكون الرسم البياني لدالة خطية خطأ مستقيمة لأن التغيرات المتزاوية في قيمة س تنتج تغيرات متزاوية في قيمة ص. (نذكر أن التغير في قيمة ص متساوٍ على التغير في قيمة س يمثل الميل).

يمكن الرسم البياني لدالة تربيعية منحني على شكل U أو منحني على شكل M، ويسمى قطعاً مكافئًا.



- سوف تتعلم تشكيل الدوال التربيعية على شكل رسوم بيانية وجداول ومعادلات.

من الاستخدامات يمكن تشكيل حركة المقلوبات وحركة الألعاب النارية في حل استعراضي باستخدام المعادلات التربيعية.



المصطلحات الأساسية

- دالة غير خطية Non-linear Function
- دالة تربيعية Quadratic Function
- قطع مكافئ Parabola

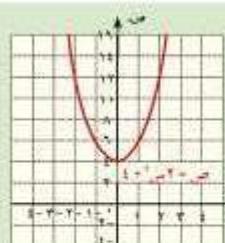
في كرة السلة الأولية.
لتلق كرة الترميدية الثلاثية من مسافة ٦ أمتار و ١٦ سـ



أمثلة

- ١) كون جدولًا وارسم بيانًّا من $y = 2x^2 - 4$
استخدم قيمة موجة ومسالة لبتطل من
ماذا يحدث قيمة من عندما تزداد قيمة من x ؟

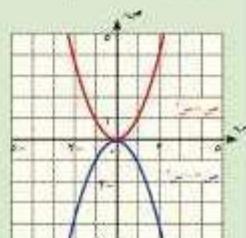
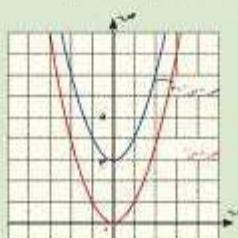
الحل:
كلما ازدادت قيمة x ، تناقصت قيمة y من حتى
تصل إلى $y = 0$ ، ثم تدأب في y بالارتفاع.



من	ص
-2	4
-1	-2
0	-4
1	-2
2	4

- ٢) ارسم بيانًّا لكل دالة متسابلي ما أوجه الشبه والاختلاف بينهما?
(أ) $y = x^2 + 2$ (ب) $y = x^2 - 2$

مكملة
الثانية
الثانية: المقطع الصادي هو
الجزء المقطوع من محور
الصادات



الحل:

- (أ) يمثل الرسمانبيان نقطتين مكافئتين، تتمي النقطة $(0, 2)$ إلى كل منها والرسمانبيان متضائلان حول محور الصادات. رسم من مفتوح إلى الأعلى، أما رسم من مفتوح إلى الأسفل.
(ب) يمثل الرسمانبيان نقطتين مكافئتين مفتوحين إلى الأعلى وهما متضائلان حول محور الصادات. يساوي المقطع الصادي للدالة التربيعية من $y = x^2$ ، بينما يساوي المقطع الصادي للدالة التربيعية من $y = x^2 - 3$.

حاول أن تحل

- ٣) كون جدولًا وارسم الدالة بيانًّا من $y = 2x^2 - 4$
(أ) ارسم بيانًّا كلامًّا من $y = 2x^2 - 4$ ما أوجه الشبه والاختلاف بين الدالتين؟

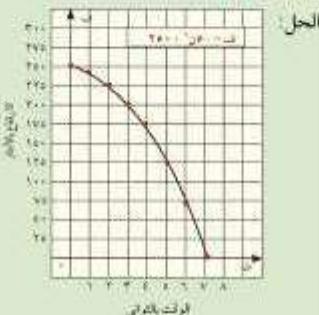
عند حل مسائل من الحياة اليومية، تكون بعض القيم غير منطقية بالنسبة إلى المسألة. إذ من الممكن لا يشتمل جزء من الرسم البياني الذي يحل المسألة فلتقطها مكافئًا كاملاً.

مثال (٣)

• الربط بالمعلوم

يسقط طيار مواد خذالية للعمساء في موقع في القراءة
القطعة الحرارية . ويعتمد أحد مقاومة الهواء بين
الاعتبار ما يليه ألا أن الاستطاع تم على ارتفاع
٢٥٠ م ويسقط بالدالة $f = -5n^2 + 250$ حيث n
تسلل الوقت بالثوانى . فـ الارتفاع بالأمتار اعمل
جدولاً ورسم تمثيلاً بيانياً مستخدماً $-n$ وصولاً
إلى $n = 0$ ثوان . هل يمكنك استخدام قيم سالبة
لـ n أو قيم $n < 0$ ولماذا لم يكن الرسم البياني
مكتوباً كما لو؟

الوقت بالثوانى	الارتفاع بالأمتار
٢٥٠	٠
٢٤٥	١
٢٣٠	٢
٢٠٥	٣
١٧٠	٤
١٤٥	٥
٧٠	٦
٥	٧
٢٠٠	٨



يمكنك استخدام قيم سالبة للمستويين n وقد تروي الرسم البياني بأكمله، لكنه سيكون من غير المنطقي بالنسبة إلى المسألة أن تستخدم فيما سالبة للزمن أو الارتفاع . ولما أن
القيم السالبة لم تستخدم، فالرسم البياني ليس فعلاً مكاناً

حاول أن تحل

٧ يسقط طيار مواد خذالية لإحدى القرى عن ارتفاع 150 متراً . ويعتمد أحد مقاومة
الهواء بين الاعتبار، فإن الدالة $f = -5n^2 + 150$ تصف هذه الحالة، حيث يمثل
نـ الوقت بالثوانى . فـ الارتفاع بالأمتار اعمل جدولًا ورسم تمثيلاً بيانياً مستخدماً
 $n = 0$ وصولاً إلى $n = 6$ ثوان .

تحقق من فهمك

- ١ ما أوجه الاختلاف بين الدالة التربيعية والدالة الخطية؟
- ٢ كيف يثر طرب سـ في -1 على الرسم البياني لـ الدالة تربيعية؟
- ٣ قارن بين الرسمين البيانيين للدالتين $S = n^2 - 2$ ، $S = n^2 - 2$. ما أوجه الشبه
والاختلاف بينهما؟
- ٤ متى يمكنك إسقاط قيم سـ السالبة؟ ولماذا؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التواصل: أُسقط حجر في الوادي، فسُمع صوت ارتطامه بالأرض بعد مرور ٥ ثوانٍ. تُمثل الدالة $y = -5t$ هذا الحدث. يمثل t الوقت بالثوانٍ و y الارتفاع بالأمتار. مثل هذه الدالة بيانياً وأوجده عمن الوادي ذاكراً سبب خصوصية على قيمة مالية.

٢ التفكير الناقد: أجب عن الأسئلة المتعلقة بكل دالة.

(١) $y = 2x$ (٢) $y = 4x$

(٣) $y = 2x + 4$ (٤) $y = 2x - 4$

(أ) أي من الرسوم البيانية للدوال السابقة يتوجه إلى أعلى؟ ووضح إجابتك.

(ب) أي من الرسوم البيانية يمر بالنقطة $(0, 0)$ ؟ ووضح إجابتك.

(ج) أي من الرسوم البيانية متماثل حول محور الصادات؟

٣ المجلة: كيف يمكنك استخدام قاعدة الدالة لشارة أن رسماً بيانيّاً غير قطع مكافئ؟

٤ أطلق جسم في الهواء. تُمثل الدالة $y = -5t^2 + 25$ عملية الإطلاق، حيث يمثل y الارتفاع بالเมตร، t الوقت بالثوانٍ.

(أ) متى يصبح الجسم على ارتفاع 20 مترًا في الهواء؟ ووضح إجابتك.

(ب) ما الذي يحدث بعد $\frac{1}{2}$ ثانية؟



٦ - ٧

نظريات التشابه Theories of similarity

سوف تتعلم

◀ صلة الدروس في الدرس السابق، لقد تعلمت نوعاً واحداً من الدوال غير الخطية، وهي الدالة التربيعية. في هذا الدرس، سوف تعرف دوال أخرى. ▶

استكشف دوال أخرى

من الاستخدامات

المصطلحات الأساسية

◀ الدالة الأسية

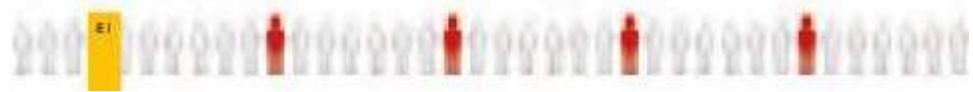
Exponential Function

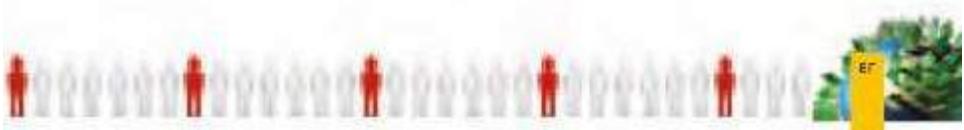
◀ الدالة المطلقة

Absolute Value Function

تعلم دوال أخرى







ЕГ





اختبار الوحدة السادسة

١ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ أعداد فردية، $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ أعداد، $B = \{x | x \in S \text{ و } x < 5\}$ (حيث S مجموعة الأعداد الكلية، T مجموعة الأعداد الصحيحة).

صيغة S هي

(أ) مجموع عناصر T ، $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(ب) أكتب كلاماً من المجموعات المذكورة في فقرة (أ) يذكر العناصر

(ج) مثل $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ من S بـ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ بمخطط بياني.

(د) مثل $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ بمخطط بياني.

٢ أكتب كلاماً من العلاقات التالية على مجموعة $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (حيث S مجموعة الأعداد الصحيحة) يذكر العناصر.

الصيغة

(أ) $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(ب) $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} | x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(ج) $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

٣ إذا كان $D: S \rightarrow T$ هي صيغة حيث $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

(أ) أوجد $D(1), D(2), D(3), D(4), D(5)$.

(ب) أكتب مدى التطبيق D .

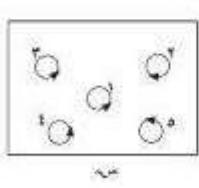
(ج) مثل التطبيق D بمخطط بياني.

(د) بين نوع التطبيق D (شامل، متباين، تقابل).

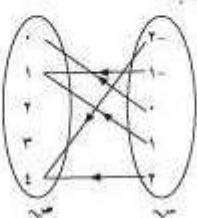
اختبار الوحدة السادسة

٤ اكتب قاعدة الاقتران التي تمتلئا كلياً من المخططات التهيئة الآتية.

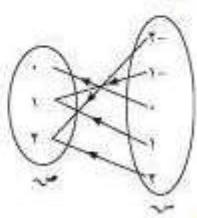
(ج)



(ب)



(د)



٥ في ما يلي قواعد لبعض الدوال. أكمل كلياً من الجداول.

$$(ج) ص = 3x - 2$$

$$(ب) ص = 2x + 1$$

$$(د) ص = \frac{1}{4}x + 2$$

ص	ص
	3
	2
1	
	1
	2
	3

ص	ص
	2
	1
1	
	0
	1
	2
	3

ص	ص
	2
	0
1	
	1
	3
	2

٦ ارسم بيانياً كلياً من الدوال التالية في الفترة $[3, 3]$.

$$(ج) ص = 2x - 1$$

$$(ب) ص = -x + 1$$

$$(د) ص = 3x$$

مخطط تنظيمي للوحدة السادسة



الوحدة السادسة (أ): العلاقة

- إن المجموعة التي تكون من جميع الأزواج المرتبة التي مستقطها الأول عنصر في المجموعة س ومستقطها الثاني عنصر في المجموعة ص، تسمى حاصل الضرب الديكارتي ونكتب $S \times C$.
- المجموعة (x) هي مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتي $S \times C$ أي أن $x \subseteq S \times C$.
- العلاقة (x) هي تطبيق عندما ظهر عناصر س مرتدة في أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة لكل تطبيق أو دالة مجال مقابل ومدى و المجال.
- عندما يساوي المدى والمجال المقابل يسمى التطبيق شاملاً.
- التطبيق الذي لا يرتبط عصراً من خلال بالعنصر نفسه في المجال المقابل يسمى تطبيقاً مبايناً.
- كل تطبيق شامل ومتباين يسمى تطبيلاً.

الوحدة السادسة (ب): الدوال

- الدالة هي علاقة تعطي قيمة المخرج لكل قيمةدخل، ولا يمكن لأي قيمتين مخرج مختلفتين أن يكون لهما قيمة المدخل نفسها.
- في الدالة، المدخل هو المتغير المستقل والمخرج هو المتغير التابع، ولرسم الدالة يتأتى بستخدم محور السينات للمتغير المستقل، ومحور الصادات للمتغير التابع.
- تكون الدالة دالة خطية إذا كان رسماها بيان خطياً مستقيماً، والدالة التربيعية هي دالة غير خطية حيث قيمة س فيها مترورة في نفسها (مربعة)، ورسماها بيان قطع مكافئ بالشكل لـ أو الشكل المقلوب \cap .
- في الدالة الأساسية، الأس هو المتغير.
- لندالة الدرجة رسم بيان غير منفصل

الوحدة السابعة

الهندسة Geometry

المفهوم

نرسم خرائط المدن والبلدان على أساس مقياس كبير يبلغ أحياناً ١:٧٥٠٠٠. تستطيع إيجاد المسافة بين نقطتين (مدینتين - بلدان) على الخريطة باستخدام هذه المقاييس. إذا أردت رسم خارطة للمعلم على ورقة قياس ٧,٧ سم × ٤٢ سم فإنك بحاجة إلى مقياس ١ إلى مئة مليون وهو مقياس صغير جداً.

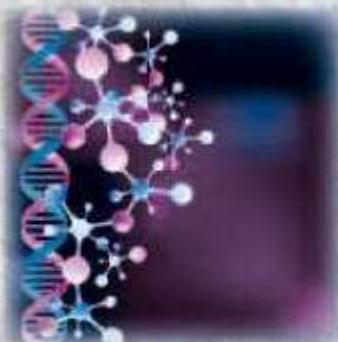
الفن

يعبر الفن الإسلامي عن قيم الثقافة الإسلامية وطريقة نظر المسلمين إلى العالم الروحي والمادي. تتألف هذه الرغوفة من نمط لأشكال متطابقة ومتباينة.



العلوم

فحص الحمض النووي الوراثي (DNA) هو التكنولوجيا الأكثر تطوراً في المعرفة النسبية بين هذا الفحص. أسماءاً متشابهة ومتطابقة نسبة ٩٩,٩ وأكثر إذا كان الشخصان الخاضعون للفحص مرتبطين بيولوجياً وبسبة ٧٪ إذا لم يكن الشخصان مرتبطين.



أفكار بناةية أساسية

إن المسافة بين نقطتين على مساقتي أفقى هي المقدمة لفرق بين الإحداثيات السينية لهماين العطرين

لإيجاد المسافة بين نقطتين في مستوى، نحسب المقدمة التربيعى لمجموع فرق مربع الإحداثيات السينيين مع فرق مربع الإحداثيات الصاديين.

لإيجاد متصف نقطتين، يمكنك جمع الإحداثي السيني للنقطتين والقسمة على 2 وجمع الإحداثي الصادى للنقطتين والقسمة على 2، ووضعيهم في زوج مراتب.

يمكن استخدام التحويلات الهندسية كالإزاحة والتأثير والمدوران للحصول على أشكال مطابقة لأشكال الأصلية.

تحصل على أشكال متشابهة عند استخدام مقاييس كبيرة أو صغيرة.

يمكن أن يكون بعض الأشكال الهندسية خط تناظر أو تأثير دوراني.

باستخدام التحويلات الهندسية، يمكنك تحويل المتسوى بالسماط جسمة.

المجهر الإلكتروني هو نوع من المجاهر حيث تصل قوة التكبير فيه إلى ٢٠٠٠ مرة تكون قوة التكبير في المجهر العادي محسورة بـ ٢٠٠١ كحد أقصى وتعطى هذه المجاهر أشكالاً مشابهة ولكن بقياسات مختلفة

مشروع الموحدة

يسرى بن على الورق عدد اليابانين بال الأربعامي عند طي الورق بأشكال مختلفة تحصل على المساطعديدة اطى الورقة المربعة كما هو ظاهر في الصورة أدناه أربع مرات

الربح الورقة بعد كل طبقة، ما هو عدد المثلثات غير المترابقة؟ ابدأ الجدول الآتي

الطبقة	الطبقة	الطبقة	الطبقة
الطبقة الأولى	٤	٩	١٦

اطى الورقة للمرة الخامسة، ما هو عدد المثلثات غير المترابقة؟ يرأتك كم سيكون عدد المثلثات غير المترابقة للمرة السادسة؟

مد الجدول أعلاه، يحتوي إجابتك عن السؤال السابق، هل تلاحظ أي ترتيب؟



فرقة المسألة

عندما تخطط لحل
الخطوات في المسألة، يجب
أن تتأكد من أنك تعرف جميع
المعلومات المفروضة لها.
في بعض الأحيان تتفق المسألة
على معلومة (معلومات) مهدية.

التركيز على حل المسائل

عرف في معلومات إضافية تحتاج إليها في كل مسألة. إذا كانت كل
المعلومات الازمة متوفرة، فقم بحل المسألة.

- ٢ يريد ثلاثة أصدقاء بناء منزل
أحد زواياه السطح إلى وسطه. كم
متراً من الشريط سيلزمه عندما أنه
يحتاج إلى ٥ أمتار لسدادات
خارج المنزل؟ (ملحوظة: لا يتعارض
الشريط بكسر الأمتار).
- ٤ اشتراك الأصدقاء الثلاثة في
طلاء المنزل. كان أحد أسرع
من سالم بسترين، وسالم أبطأ من
بلال بستة ٢٦٪ كم من الوقت
استغرق طلاء المنزل؟
- ٦ يريد سالم طلاء قسم من المنزل
باللون الأخضر والقسم الآخر
باللون الأبيض. سعر طلاء الدهان
الأخضر هو ديناران. أما سعر
طلاء الدهان الأبيض ٢,٥٠٠
دينار. كم سيتكلف سالم على
طلاء المنزل؟

الوحدة
السابعة
(١)

الهندسة الإحداثية في المستوى
The coordinate Plane



باستخدام مقياس الرسم على الخرائط، يمكنك إيجاد المسافة بين أي نقطتين على سطح الأرض. تبين الخريطة أعلاه المدن الرئيسية لدولة الكويت.

ما هو مقياس الرسم لهذه الخريطة؟

- ١ أوجد المسافة التقريبية بين مدينتي الكويت والأخمدي.
- ٢ تبلغ المسافة بين الدوحة والدويراء حوالي ٣٥ كم. ما المسافة على الخريطة بين هاتين المدينتين؟

١-٧

البعد بين نقطتين على محور Distance Between Two Points on an-Axis

◀ صلة المدرس في السابق، عرفت المستوى الأحادي. في هذا الدرس، سوف تعرف
البعد بين نقطتين على محور. ▶

- سوف تعلم
- إيجاد البعد بين نقطتين
- على محور

من الاستخدامات

- يستخدم المسكريون
- البعد بين نقطتين لتحديد
- قياسات الموارس التي
- يحتاجون إليها.



تعلم

تشمل كل نقطة على خط الأعداد بإحداثياتها.
البعد بين نقطتين على خط الأعداد هو القيمة المطلقة لفرق بين العددين المناظرين لهما بين النقطتين.

- المصطلحات الأساسية
- ◀ البعد
- Distance
- ◀ القيمة المطلقة
- Absolute value

بالنظر إلى خط الأعداد أعلاه، نلاحظ أن:

$$|b - a| = |a - b|$$

أحداثي
النقطة a
النقطة b
طول $|b - a|$



مثال (١)

(١) أوجد طول $\overline{كـ مـ}$ إذا كان $|كـ| = ٣$ و $|مـ| = ٢١$.

الحل:

$|كـ مـ| = |مـ| - |كـ| = ٢١ - ٣ = ١٨$ وحدة طول.

(٢) افرض أنك طرحت ٢١ من ٣٠ في الفترة "٣٠" هل تحصل على النتيجة نفسها؟ قرر.

الحل:

نعم، $٣٠ - ٢١ = ٩ = ٢٤ - ٢٤$. البعد بين $كـ$ ، $مـ$ = البعد بين ٣٠ ، ٩ .

حاول أن تحل

٤ أوجد طول $\overline{أـ بـ}$ إذا كان $|أـ| = ٨$ و $|بـ| = ١١$.

عندما يتساوى طولا فطعنين مستقيمين نقول إنهم متطابقان، وبرهن لذلك بالإشارة \cong إذا كان $أـ \cong بـ$ = جد عندها تكتب

$أـ \cong بـ$

مثال (٢)

سُمّي فطعنين متطابقين مستخدما خط الأعداد

الحل: $أـ = ١ - ٣ = -٢$ ، $بـ = ٣ - ٣ = ٠$ ، $جـ = ٣ - ١ = ٢$.

لما أن $أـ = بـ$ فيكون $أـ \cong بـ$ $\approx جـ$.

الفطعنان المتطابقان هما: $أـ \cong بـ$ ، $بـ \cong جـ$.

حاول أن تحل

٥ سُمّي فطعنين متطابقين آخرين من المثال (٢).

نظرية الجمع

إذا وجدت نقطة ب بين نقطتين أـ ، جـ بحيث إن $أـ < ب < جـ$ لنتهي إلى قطعة مستقيمة فيكون لدينا $أـ \cong ب \cong جـ$.



مثال (٣)

أوجد قيمة "م" في الرسم أدناه إذا كانت د = ٦٠ وحدة، ثم أوجد طول كل من دس، س، ت.

$$\frac{8 - m^2}{m^3 - 12} \rightarrow \begin{matrix} 8 & m^2 \\ m^3 & 12 \end{matrix}$$

المحل:

دس + س + ت = دت

نظرية الجمع في المستويات

بالتعريض

بالسطو

افت د = على كلا الطرفين

اقسم كلا الطرفين على د

دس = $8 - (12)m^2 = 8 - 12m^2$

سد = $m^3 - 12 = (12)m^3 - 12$

تس = $m = 60 - 5m$

تس = $m = 60 - 5(60) = 60 - 300 = -240$

حاول أن تحل

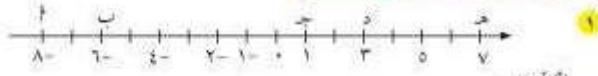
٢ مستخدما الرسم المقابل، أوجد قيمة "م" وطول كل من دس، س، ت، إذا كانت هـ = ٧٠.

تحلّل من فهمك

- ١ لماذا يزيد، تم استخدام القاعدة البسطولة للتعبير عن البعد بين نقطتين؟
- ٢ كيف يمكنك التأكد أن نقطة ما تقع بين نقطتين على فطعة مستقيمة واحدة.



حل المسائل والتفكير المنطقي



(١) أصل:

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(ب) اكتب «صحيح» أو «خطأ»:

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(ج) لكن $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. أرجو إحدائى النقطة $\frac{1}{2}$.

هل هناك إحدائى آخر ممكن للنقطة $\frac{1}{2}$? قرر.



في التمارين ٢ ٣ استخدم المحور المقابل.

(أ) إذا كانت $رس = 15$ ، من $رس = 9$.

فتكون $رس =$

(ب) إذا كانت $رس = 15$ ، فـ $رس = 9$.

فتكون $رس =$

٣ لوجدرس ، من ت في الحالات الآتية:

((أ) $رس = 3 + 1$ ، من $رس = 2 - 2$ ، فـ $رس = 6$).

(ب) $رس = 8 + 4 + 4$ ، من $رس = 4 + 8 + 4$ ، فـ $رس = 10 - 4$.

إسرار إيجابيات حل المسائل

- ابحث عن البطل.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- امتحن التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



٢-٧

البعد بين نقطتين في المستوى Distance Between two Points In a Plane

صلة الدرس تعلمت كيف تجد البعد بين نقطتين على المنحور، سوف تعلم في هذا الدرس كيفية إيجاد البعد بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

استكشاف **البعد في المستوى**

- سوف تعلم
- إيجاد البعد بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة، مسطرة مرفقة يغسلن أحمد في سيارته، صباح كل يوم، من المحطة A متوجهًا إلى المحطة B، العاصمة هي نقطة الأصل أو المركز.



- من الاستخدامات
- يستخدم المساجون العد بين نقطتين لإيجاد البعد بين القرى والمدن.

تعلم **البعد بين نقطتين في المستوى**

إذا كان إحداثيات النقطتين $(س, ص)$, $(س', ص')$, فإن البعد بين A, B أي طول AB هو:

$$AB = \sqrt{(س - س')^2 + (ص - ص')^2}$$



مثال (١)

أوجد البعد بين النقطتين L ، M حيث $L(2, 5)$ و $M(-1, -4)$ مطرباً الإجازة إلى أقرب جزء من عشرة.

الحل:

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ KL &= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-1 - 5)^2} \\ &\quad \text{عرض} \\ KL &= \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2} \\ &\quad \text{بط} \\ KL &= \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} \\ &= \sqrt{9 \times 8} = 9\sqrt{8} \\ &= 9\sqrt{8} = 9\sqrt{8} \\ &= 9\sqrt{8} = 9\sqrt{8} \end{aligned}$$

استخدم الآلة الحاسبة

البعد بين النقطتين L ، M مطربة إلى أقرب جزء من عشرة هي $9,5$

حاول أن تحل

١ أوجد المسافة بين $L(1, -3)$ ، $M(4, 2)$ مطرباً الإجازة إلى أقرب جزء من عشرة.

إذا كانت القطعة المستقيمة موازية لأشد المحاور، فيمكن إيجاد طولها دون استخدام القانون العام.

أب موازية للمحور السيني: $A_b = |x_2 - x_1|$

أب موازية للمحور الصادي: $A_b = |y_2 - y_1|$

مثال (٢)

استخدم الرسم المقابل لإيجاد البعد بين النقطتين A ، B .

الحل:

أب موازية للمحور الصادي

إذا $A_b = |y_2 - y_1|$

$$\begin{vmatrix} 4 - 1 \\ 5 - 2 \end{vmatrix} = 3$$

حاول أن تحل

٢ استخدم الرسم في المثال (٢) لإيجاد طول Lm

لتحقق من فهمك

١ في المثال (١) إذا وجدت البعد من النقطة L إلى النقطة M ، هل ستحصل على الإجازة نفسها؟

٢ في المثال (٢) هل يمكن تطبيق القانون العام لإيجاد البعد بين A ، B .



٣ في المثال (٢) إذا وجدت البعد من النقطة L إلى النقطة M ، هل ستحصل على الإجازة نفسها؟

٤ في المثال (٢) هل يمكن تطبيق القانون العام لإيجاد البعد بين A ، B .

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ استخدم الحساب الذهني لإيجاد البعد بين النقطتين

(أ) ٤٢، ٣٠، ب (٢٠، ٣)

(ب) جد (٥، ٤، ٣، ٢)

(ج) جد (٨، ٧، ٦)

٢ أوجد أ، ب، ج، د حيث: (١، ٢)، ب (٢، ٤)، ج (٤، ٣)، د (٣، ٢)، ب هي

٣ إن العددين النقطتين ٤٢، ٣٠، ب هي

أوجد (أحداثي) النقطة ب علينا أن الإحداثي الثاني للنقطة ب يساوي الإحداثي الصادي للنقطة أ.

٤ مانع المسألة كل م حيث: ك (٤، ٣)، ب (٢، ٢)، ج (٣، ٢)، د (٢، ٠)، ه (٠، ٠)

٥ هل أضلاع رباعي كل من حيث: ك (-٢، ٦)، ل (-٥، ٣)، م (-٦، ٦)، ن (-٩، ٥) هي متساوية الطول؟

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطاقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي
- ارسم تشكيلًا بيانيًّا
- حل مسألة أبسط.



٣-٧

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة في المستوى

Midpoint Coordinates in a Plane

صلة للدرس في السابق تعرف إحداثيات النقطة في المستوى الإحداثي والقطع المستقيمة. في هذا الدرس سوف تتعرف إحداثيات منتصفات القطع المستقيمة في المستوى.

- مفهوم تعلم
- إيجاد إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة في المستوى.

الاستكشاف منتصف القطعة المستقيمة

الأدوات المستخدمة: مسطرة، ورقة رسم بياني

- من الاستخدامات
- يستخدم صانعوا الخرائط
- منتصف لمعرفة نصف
- العددين أي يلدين عند الحاجة إليه.

١ مثل في المستوى الإحداثي النقطتين $A(1, 1)$ ، $B(3, 1)$. صل النقطتين بخط مستقيم احسب معدود الوحدات بينهما ووضع النقطة M في منتصف AB . أوجد إحداثيات M . ارسم M .

٢ كرر ١ بالنسبة إلى $A(1, 1)$ ، $B(4, 5)$ وضع النقطة M في منتصف AB . أوجد إحداثيات M . ارسم من M خطًا موازيًا للمحور السيني وأخر موازيًا للمحور الصادي. واكتب إحداثيات نقطي التاطبع مع المحورين.

٣ ما علاقة إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة بإحداثيات نهايتي القطعة المستقيمة؟



تعلم إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة

تعبر خطوط الطول والعرض في خارطة العالم أو خطوط الشوارع من خرائط المدن أمثلة عملية عن أهمية معرفة منتصف المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي تعطي إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة AB بالقانون:

$$\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2} \right) \text{ حيث } A(x, y), B(x', y')$$

المصطلحات الأساسية

- منتصف قطعة مستقيمة
- Midpoint of a Segment



مثال (١)

أوجد إحداثي النقطة م متصرف القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (١،٦) و (-٢،٣).

الحل
إحداثياً نقطة متصرف م لها (ص، ص)، حيث $\frac{1+3}{2} = \frac{-2+3}{2}$.
بالتعريف نجد $(\frac{1+3}{2}, \frac{-2+3}{2}) = (\frac{4}{2}, \frac{1}{2}) = (2, 0.5)$.

حاول أن تحل

١) أوجد إحداثي النقطة "م" متصرف أب حيث (٤،١)، ب (٤،٣).

مثال (٢)

إذا كانت م (٤،٣) إحداثي متصرف أب، (٤،٠) فأوجد إحداثي النقطة ب

الحل
افرض أن ب (ص، ص) = $(\frac{4+ص}{2}, \frac{3+ص}{2})$.
عوض عن قيم س، ص كما يلي:

$$\begin{aligned} 4 + ص &= 4 \\ 4 + ص &= 8 \\ ص &= 4 \end{aligned}$$

من، $3 + ص = 3 + 4 = 7$ وعليه يكون إحداثي النقطة ب (٨،٧).

حاول أن تحل

٢) تبعد النقطة أ ثلاثة وحدات شرقاً عن نقطة الأصل. وتبعد النقطة ب عن نقطة أ عدد وحدات معينة في جهة معينة بحيث إن إحداثي م متصرف أب هنا $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$. أوجد إحداثي النقطة "ب" وحدد جهتها من نقطة الأصل.

تحقق من فهمك

١) إذا كانت نقطة الأصل هي متصرف النقطة المستقيمة حيث تقع إحدى نقاط النقطة في الربع الأول.

في أي ربع تقع النقطة الثانية؟

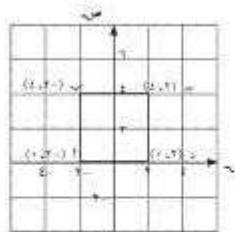
٢) هل لنطري ثبي المتصرف نفس؟



المرشدة لحل المسائل (٢٠-٧)



آن يلتقي



وقف أربعة أشخاص على رؤوس المربع المقابل على المستوى الإحداثي مع الإحداثيات المحددة في الرسم أراد الشخصان **أ**، **ب** تبادل أماكنهم والسير كل واحد بالجهة الأخرى على طول قطر المربع، وكذلك بالنسبة إلى الشخصين **ب**، **د** هل يمكن الأشخاص الأربع في النقطة نفسها؟ فسر كيف وجدت ذلك.

السؤال

- ١ ما معطيات السؤال؟
- ٢ ما المطلوب إياك (يجاده)؟

خطوة

- ٣ اكتب قانون إجاد المتصفح للقطعة مستقيمة **أب** حيث **أ** (٤، ٣)، **ب** (٣، ٣)، **ج** (٣، ٠).
- ٤ اكتب (إحداثيات **أ** ، **ج**).
- ٥ اكتب إحداثيات تقاطع النهاية للقطعة المستقيمة **بـد**.

حل

- ٦ أوجد إحداثيات **م** متصف بـ **جـ**
- ٧ أوجد إحداثيات **ن** متصف بـ **دـ**

تحقق

- ٨ في المربع **أبـجـدـنـ** جـد يتطابق القطرين في النقطة نفسها هل هنا صحيحة؟ فسر.

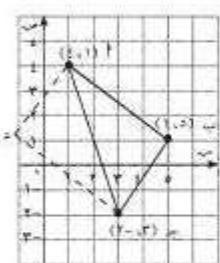
حل مسألة أخرى

- ٩ أوجد إحداثيات منتصف القطرين في متوازي الأضلاع المعطى، إحداثيات رؤوسه **أ**(١، ٢)، **بـ**(١، ٦)، **جـ**(٧، ٨)، **دـ**(٩، ٤)، ماذالاحظ؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

٤ بـ جد متواري أضلاع حيث هو الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع
مستخدماً الرسم المقابل لـ جد إحدىي النقطة D .



هندسة التحويلات

Geometry Transformations

الوحدة

السابعة (ب)

كن طبيعياً

عندما تراودك مساعداً عبارات كـ الفرق ولد ليكون شاماً، وافق ولد ليكون من رياضي الألعاب الأولية. لا بد أنه يقصد بها أن هؤلاء الأشخاص يستعملون بقدرات ومواهب خاصة.

ولعل استخدام الأشكال الهندسية والأنماط في تزيين مدينة على مدى حضور خلقت يوفر مثالاً حياً على المواهب التي تولد مع الإنسان والتي تكون أشخاصاً كثيرين من استخدامها بالنظرية من دون أن يكتسبوا قد تلقوا أي دروس في الهندسة.

لقد وجد المخرقون أن استخدام النمط التكراري ينلامع مع أسلوب النحت التي ترتكز في الأصل إلى التكرار. وفي العمل الذي التكرار يتم تكرار صفوف من الخطوط الملونة المسوجة في ملاحة ما أو إصالة صنف من المحرز لاصطفاء. وروي على سترة يتألف التصميم التكراري عادة من شكل أساسى يتم تكراره مرات عديدة. أما الاختلاف بين الأشكال، فيتمثل بغير موقعها أو اتجاهها عبر استخدام التحويلات المستحدثة.

١ ما الأشكال التي تراها في هذا التصميم؟

٢ اختر شكلاً ما، وادرس تصميماً من خلال تكرار هذا الشكل.

التحوييلات والتطابق Transformations and Congruence

● صلة للدرس سبق ودرست أنواعاً مختلفة من المضلعات، مستكشف في هذا الدرس ما يحدث عند قلب المضلعات أو تحريكها.

● **التحول** هو عملية تؤثر على نقاط شكل ما كلها كالتالي أو القلب أو الدوران.



لابد أنك رأيت انعكاس صورتك على مرآة أو على

سطح الماء. في الرياضيات **الانعكاس** هو تحويل

يقلب شكلـ حول خطـ

يكون الشكل المستعكس مطابقاً للشكل الأصليـ

سوف نتعلمـ

● تحريك نقاط شكلـ ما
كلها للحصول على شكلـ
مطابـ.

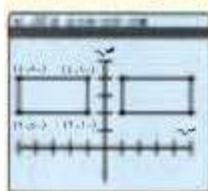
من الاستخدامـاتـ

● نشكلـ التحوييلـاتـ أساسـ
الأـنـاطـابـ المـسـتـخـلـمـةـ فيـ
الـفنـ وـالـعـصـيمـ الـهـنـاسـ.

استكشف

الانعكاسـ

الأـدـواتـ الـمـسـتـخـدـمـةـ: بـرـامـجـ حـاسـوبـ هـنـاسـ



● استخدم المحاورين البيـنـيـ والـصـادـيـ
لرسم مستطـلـاـ فيـ الـرـبـعـ الـأـوـلـ

● استخدم أدـةـ الـانـعـكـاسـ كـيـ تـمـكـنـ الـمـسـتـطـلـ حـولـ
محـورـ الصـادـاتـ.

● أـوـجـ إـحـدـيـ كـلـ رـأـسـ فـيـ كـلـ مـنـ الـمـسـطـلـيـنـ
وـحدـهـ الرـوـسـ الـمـسـتـانـطـلـةـ.

● هلـ تـلـاحـظـ تـمـطـاـلاـ بـيـنـ الـاـحـدـائـاتـ الـسـيـنـيـةـ لـلـرـوـسـ الـمـسـتـانـطـلـةـ؟ـ وـهـلـ تـلـاحـظـ تـمـطـاـلاـ
بـيـنـ الـاـحـدـائـاتـ الـصـادـيـةـ لـهـاـ؟ـ

● ارسم مـضـلـعاـ وـاعـكـسـهـ حـولـ محـورـ السـيـنـاتـ وـأـوـجـ النـطـعـ بـيـنـ إـحـدـائـاتـ الرـوـسـ
الـمـسـتـانـطـلـةـ.ـ ماـ الـفـيـ يـمـكـنـكـ استـعـاجـهـ عـنـ الـانـعـكـاسـاتـ حـولـ محـورـ الصـادـاتـ؟ـ وـحـولـ
محـورـ السـيـنـاتـ؟ـ



المـصـطـلـحـاتـ الـأـسـاسـيـةـ

● تحـولـ

● Transformation

● انـعـكـاسـ

● Reflection

● دورـانـ

● Rotation

● مرـكـزـ الدـورـانـ

● Center of Rotation

● زـاوـيـةـ الدـورـانـ

● Angle of Rotation

● إـزاـحةـ (ـتـقـالـ)

● Translation

تعلمـ

الـتحـويـيلـاتـ وـالـتطـابـقـ

● الدـورـانـ هوـ تحـولـ يـدـورـ شـكـلـاـ حـولـ نقطـةـ تـسـمىـ مرـكـزـ الدـورـانـ.ـ زـاوـيـةـ الدـورـانـ هيـ زـاوـيـةـ
حرـكةـ الدـورـانـ.ـ يـكـونـ الشـكـلـ الـذـيـ تمـ تـحـويـيلـ مـطـابـقاـ لـلـشـكـلـ الـأـصـلـيـ.
يـرـمـزـ إـلـىـ الشـكـلـ الـذـيـ تمـ تـحـويـيلـهـ بـيـسـمـيـ الرـوـسـ الـمـسـتـانـطـلـةـ وـيـأـخـرـفـ مـخـلـقـةـ عـلـىـ الشـكـلـ

التـالـيـ.

● تـلـاحـظـ

قوـالـينـ الدـورـانـ باـتـجـاهـ عـقـارـبـ السـاعـةـ حـولـ نقطـةـ الـأـصـلـ:

الـرـوـيـةـ: ٩٠°: (ـسـ،ـسـ) تـعـطـيـ (ـصـ،ـصـ)

الـرـوـيـةـ: ١٨٠°: (ـسـ،ـسـ) تـعـطـيـ (ـسـ،ـسـ)

الـرـوـيـةـ: ٢٧٠°: (ـسـ،ـسـ) تـعـطـيـ (ـصـ،ـصـ)



يغير الانعكاس حول محور السينات إشارة كل إحداثي صادي.
يغير الانعكاس حول محور الصادات إشارة كل إحداثي سيني.

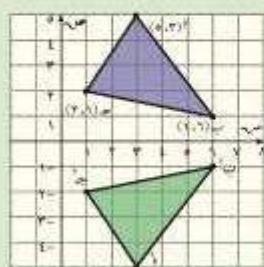
مثال (١)

إحداثيات ΔABC : $A(1, 5), B(3, 5), C(1, 2)$. اعكس ΔABC حول محور السينات وحدد إحداثيات $\Delta A'B'C'$.

الحل:

يغير كل إحداثي صادي لأن الشكل ينعكس حول محور السينات.
مثل النطاط $A' B' C'$ على شبكة الإحداثيات وصل بينها لرسم المثلث.

إحداثيات $\Delta A'B'C'$:
 $A'(5, 5), B'(3, 5), C'(1, 2)$
 فتكون إحداثيات $\Delta A'B'C'$ بـ $A'(5, 5)$ الصادمة سالبة.



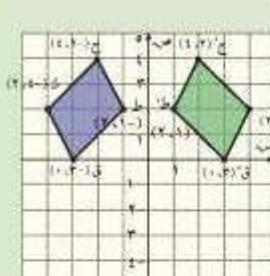
مثال (٢)

اعكس الشكل H طرق τ حول محور الصادات، وحدد إحداثيات $H'\tau(\tau)$.

الحل:

يغير رمز كل إحداثي سيني لأن الانعكاس يتم حول محور الصادات.
مثل النطاط $H'\tau(\tau)$ على شبكة الإحداثيات وارسم $H'\tau(\tau)$.

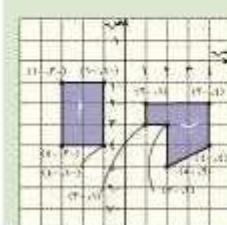
إحداثيات المثلث H : $H(4, 2), T(2, 1), Q(0, 3)$.
 $H'(4, -2) \leftarrow H(4, 2)$
 $T'(2, -1) \leftarrow T(2, 1)$
 $Q'(0, -3) \leftarrow Q(0, 3)$
 $\tau(2, -4) \leftarrow \tau(2, 4)$



حاول أن تحل

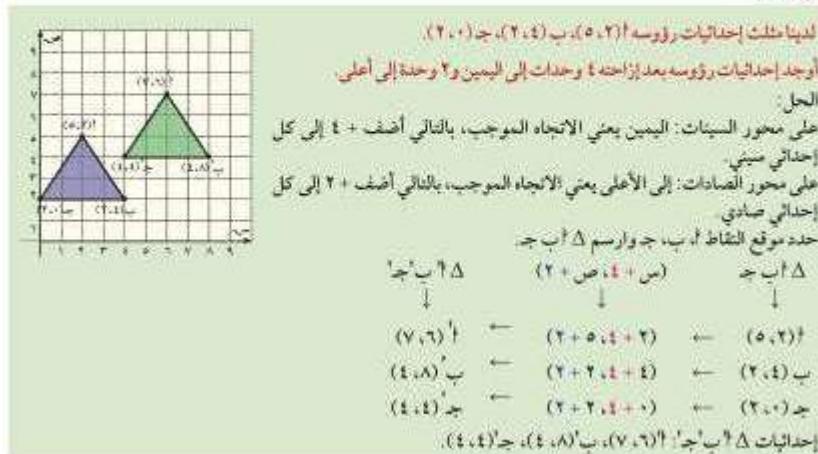
١ يمكن مشاهدة النمط الموضوح في الأوانى الفخارية القديمة.
حدد إحداثيات رؤوس المثلثين A, B بعد كل انعكاس.

- (أ) اعكس الشكل A حول محور السينات.
(ب) اعكس الشكل B حول محور الصادات.

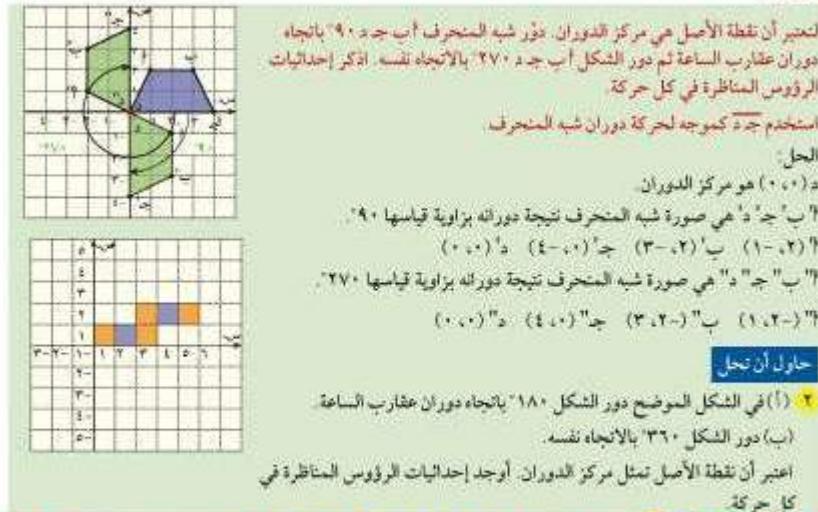


يسن التحويل الذي يزيل نقاط الشكل كلها على المسافة نفسها وبالاتجاه نفسه **ازاحة** تغير الإحداثيات السينية والصادمة للشكل المزاح جمماً أو طرفاً حسب الاتجاه. تطابق صورة الشكل المزاح الشكل الأصلي تماماً.

مثال (٣)



مثال (٤)



تحقق من فهمنك

١. وضع كيف تغير إحداثيات شكل بعد إزاحة (القائمة) إلى اليسار على شبكة الإحداثيات.
٢. وضع كيف تغير إحداثيات شكل بعد انعكاسه في محور الصادات.

حل المسائل والتفكير المنطقي

٣. الجبر: جدت انعكاس لشكل هندسي حول محور الصادات، أكتب قاعدة عامة لتعريب الإحداثيات (من، ص) لهذا الشكل.

٧. تدويرات

ما التدويرات، إن وجدت، التي تحوّل كل شكل أعلاه مستخدماً تعريف رياضي تعلمته حديثاً؟ (دوران الكتاب واستخدام مرآة قد يساعدانك في التحديد).

٤. المجلة: فسر كيف يمكن أن يتحوّلان مختلفان لشكل ما بصورة عبّرها، أعط مثالاً على ذلك.

٥. التفكير الرياضي: هل يوجد تحويل يغيّر متوازي الأضلاع إلى شبه متّحدف؟ فسر (جاءتك

٦. التواصل: فسر الفرق بين الانعكاس والدوران. أعط مثالاً تخطيّعياً كمثال.

إسترالوجيات حل المسائل
<ul style="list-style-type: none">• ابحث عن النقط.•نظم قائمة.• أصل جدول.• محن وتحقّق.• أعمل بطريقة عكسية.• استخدم التفكير المنطقي.• ارسم شيئاً بباباً.• حل مسألة بسيطة.

٥-٧

تحويلات وتشابه Transformations and Similarity

صلة الدرس لقد سبق أن رأيت كيف تخرج التحويلات أشكالاً متطابقة مستخدمة في هذا الدرس تحويلات ينتج شكلها مشابهة للشكل الأصلي لكنه غير مطابق له.

الأشكال تغير الأبعاد

الأدوات المستخدمة: ورق رسم بياني، مسطرة



٣ هل كل من المثلثات ستة في التصميم الذي تم تغيير أبعاده، مطابق للمثلث المعاكس له في التصميم الأصلي؟ هل هو مشابه له؟ وضح إجابتك.

تعلم التحويلات والتشابه

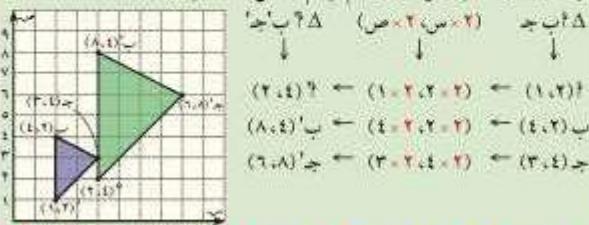
يمكن تحديد إحداثيات شكل تم تغيير أبعاده في مستوى إحداثيات بضرب كل إحداثي في عامل المقياس على اعتبار أن (x, y) مركز التكبير.

مثال (١)

استخدم عامل مقياس ٢ للتغيير أبعاد $\triangle ABC$ بـ جد إحداثيات رؤوسه بعد تغيير أبعاده.

الحل

نوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة ثم نرسم الشكل بعد تغيير الأبعاد



- سوف تعلم تحويل شكل للحصول على شكل مشابه للشكل الأصلي لكنه ليس مطابقاً له
- من الاستخدامات يتذكر طابع الصور المكانية مشابهة عندما يقومون بعمليات التكبير.

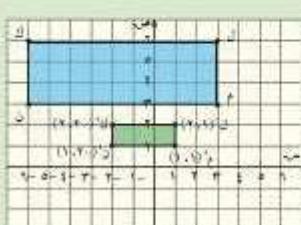
يؤدي عامل المقياس الأكبر من 1 إلى تكبير شكل ما، في حين يؤدي عامل المقياس الموجب الأصغر من 1 إلى تصغير شكل ما.

مثال (٢)

استخدم عامل مقياس $\frac{1}{3}$ لتغيير أبعاد الشكل كارمن. اكتب إحداثيات الرؤوس الم対象ة لرؤوس الشكل كارمن.

الحل:

نوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة، ثم نرسم الشكل بعد تغيير الأبعاد.



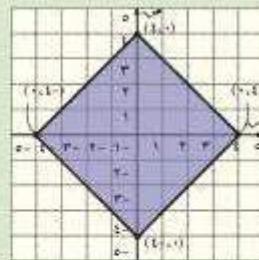
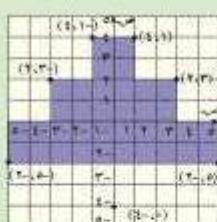
الشكل كارمن	$(\frac{1}{3}, \text{مسافة } \frac{1}{3})$	الشكل كارمن
ك (٦,٦)	$\rightarrow (6 - 2) \times \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$	ك' (٤,٣)
ل (٦,٣)	$\rightarrow (6 - 3) \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3} = 1$	ل' (٤,١)
م (٣,٣)	$\rightarrow (3 - 3) \times \frac{1}{3} = 0 \times \frac{1}{3} = 0$	م' (٣,١)
ن (٣,٠)	$\rightarrow (3 - 0) \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3} = 1$	ن' (٤,٠)

حاول أن تحل

١ أوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة بعد تغيير أبعاد كل من الشكلين أدناه.

(ب) استخدم عامل المقياس $\frac{1}{2}$.

(أ) استخدم عامل المقياس $\frac{1}{3}$.



مثال (٣)

قطع القطعة A (١٢,٤) على مصلح تم تغيير أبعاد بعامل مقياس ٤. ما (إحداثيات القطعة الم対象ة؟

الحل:

نقطة A (١٢,٤) على مصلح تم تغيير أبعاد بعامل مقياس ٤. ما (إحداثيات القطعة الم対象ة؟

(٤ + ١٢,٤ ÷ ٤) ← (٢٠,١)



إذا كان لديك شكل وصورة بعد تغيير أبعاده وكانت إحداثيات الرؤوس المتناظرة معطاة، يمكنك إيجاد عامل المقياس المستخدم لتغيير أبعاد الشكل

مثال (٤)

يمثل التصميم المروض أحد تصاميم العديدة لبعض القبائل الستية على خطوط قظرية.
أوجد عامل المقياس المستخدم لتغيير الأبعاد بالمقارنة بين الرؤوس المتناظرة.

الحل

قارن بين الإحداثيين السينيين أو الإحداثيين الصاديين لل نقطتين
١) (-٣, ٣), (١, ٣) و (١, ١), (٣, ١).

الإحداثي السيني بعد تغيير الأبعاد = $\frac{1}{3}$
الإحداثي السيني قبل تغيير الأبعاد = $\frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

مساري عامل مقياس تغيير الأبعاد $\frac{1}{3}$

حاول أن تحل

٢ (أ) أوجد عامل مقياس تغيير أبعاد الشكل (أ) إلى الشكل ب
(ب) أوجد عامل مقياس تغيير أبعاد الشكل ب إلى الشكل أ

تحقق من فهمك

- ١ قبل رسم الشكل الذي تم تغيير أبعاده، كيف تعرف ما إذا كان تكبيرًا أو تصغيرًا؟
- ٢ إذا كان الشكل من صورة الشكل من بعد تغيير أبعاده، هل يمكن أيضًا اختيار صورة للشكل من بعد تغيير أبعاده؟
وضح إجابتك.
- ٣ ماذا يحدث لإحداثيات شكل بعد تغيير أبعاده بعامل مقياس؟

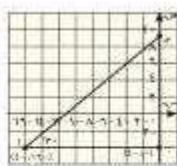


حل المسائل والتفكير المعملي

القياس، تم تضييق المثلث $\triangle ABC$ بعامل مقياس $\frac{1}{2}$

١ ما طول الفرج \overline{AB} ؟

٢ ما إحداثيات الرأس C ؟

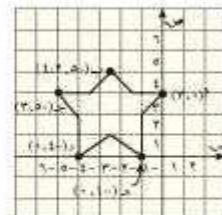


٣ للنقية: (أ) استخدم برنامج الهندسة مع محوري السينات والصادات. ارسم مصلحاً لا يقطع محوراً واحداً على أبعاد الشكل بعامل مقياس 2 ، واستخدم $(+,-)$ مركزاً بين كل إحداثيات الرؤوس، أوجد النسبة بين الإحداثيات السينية المناظرة، ماذا تجد؟

(ب) التواصل: هل هذه النسبة هي ماتوقعه؟ فسر إجابتك.

٤ التفكير النقدي: في الشكل أدناه، استخدم عامل مقياس 2 لتكبير الشكل بعد العكسي في محور الصادات، ما إحداثيات الرؤوس الجديدة؟ مثل «التكبير» بيانياً.

استراتيجيات حل المسائل
<ul style="list-style-type: none"> • ابحث عن النقط. • نظم قائمة. • اعمل جدولأ. • حسن وتحقق. • اعمل بطاقة عكسية. • استخدم التفكير المعملي. • ارسم المثلث بيانياً. • حل مسالة أبسط



٦-٧

التناظر Symmetry

صلة الدرس لقد سبق أن رأيت كيف تؤثر التحويلات على الأشكال. ستعلم في هذا الدرس كيف يمكن للتحولات أن توضح ما إذا كان شكل ما متماثلاً أم لا.

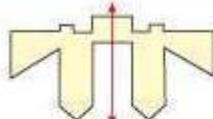
- سوق تعلم
 - كيفية تعرف أنواع مختلفة من التمايل.
 - من الاستخدامات.
 - يستخدم صانعو الآلات الموسيقية الورقة مفهوم التمايل لتصميم الآلات الموسيقية بحيث تسمح للأدوار بالذبذبة بدقة متزنة.

استكشاف النماذج الخطي

- صورة مجزأة** الأدوات المستخدمة: ورقة قياسها 22×28 سم، مقصل أطروحة إلى نصفين. وعلى أحد النصفين ارسم خطًّا منحني يبدأ عند هذا النصف ويتهيء عنده
- نص الورقة المنظرية على طول الخط الذي رسسته، ثم قارن بين النصفين واذكر ما الذي حدث بعد نص الشكل. ما هو خط التمايل؟
 - اطروحة أخرى إلى نصفين ثم اطويها إلى نصفين، مرة أخرى. ارسم خطًّا منحني يبدأ عند أحد جزءي الورقة ويتهيئ عند الجزء الثاني. قص على طول الخط. كم خط تناظر وجدت؟



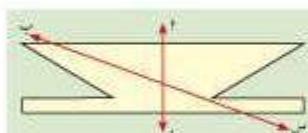
تعلم التناظر



يكون لشكل ما خطٌ تناظر إذا كان يتطابق تقسيمه طلائفيًا تمامًا بعد عملية التحويل.

يكون لشكل ما تناظر خطٌ إذا كان له خطٌ تناظر يقسمه إلى نصفين متطابقين. وانتظِر، الخطُّ يعني على عصبة الالعکاس.

مثال (١)



ما الخط الذي يمثل خط تناظر في الشكل إلى اليمين؟

الحل:
أولاً، لا بدّ أن نقسام الصورة إلى نصفين متطابقين

المصطلحات الأساسية

- **تناظر** Symmetry
- **تناظر خطٍّ** Line Symmetry
- **خطٌ تناظر** Line of Symmetry
- **تناظر دوراني** Rotational Symmetry
- **تناظر تقطعي** Point Symmetry



يكون الشكل ماناظر دوارى إذا تم تدويره حول نفسه ويفى شكل نفسه لن دوره أقل من 360° يكون شكل ما ماناظر نظفي، وهو نوع خاص من الماناظر الدوارى عندما يدور حوى نفسه بعد تدويره 180° تماماً.



مثال (٢)

هل لهذه القطعة ماناظر نظفي؟

الحل:

دور الشكل 180° .

نعم، لهذا الرسم ماناظر نظفي.

• الرابط بالعلم

مثال (٣)

ما أنواع الماناظر التي ترافق في الشكل إلى اليسار؟

الحل:

للشكل خطأ تناظر، تحقق من خطوط التناظر للشكل تناظر دوارى (180°) تتحقق من التناظر الدوارى للشكل تناظر نظفي أيضاً.

حاول أن تحل

ما أنواع الماناظر التي يتضمنها رمز الإعصار الموضوع إلى اليسار؟

بحسب مجلس بوفورت
التأثيرات: الرياح، غاز
الإعصار يحدث عندما تبلغ
سرعة الريح 117 كم / ساعة
أو أكثر، يساوي رقم بوفورت
الذي يمثل الإعصار 12 .

تحتفظ من فهمك

- ١ اذكر العلاقة بين شكل له خط تناظر والانعكاس.
- ٢ ما عدد خطوط التناظر في دائرة؟ وضح إجابتك.
- ٣ إذا كان الشكل ماناظر دوارى، فهل من الضروري أن يكون له تناظر نظفي؟ وضح إجابتك.



الصوتشم لحل المسائل (١-٧)



ما عدد الدرجات الذي تلزم لكي يدور شعاع متظم إلى نفسه؟

الهم

١ ما الشعاع المتظم؟

٢ لماذا تتجاهل كلمة التوقف في مركز الالفة؟

خطأ

٣ كيف يمكنك أن تفسر ما إذا كان يمكن الشعاع الدوران حول نفسه؟

٤ كم مرة يمكن للشعاع أن يدور حول نفسه؟ عدد مرات اللف النهائي حتى يرجع إلى وضعه الأصلي.

٥ كم درجة توجد في دورة كاملة؟

٦ كيف متزوج عدد الدرجات في كل لفة؟

حل

٧ أكتب الدرجات لكل الدورات.

تحقق

٨ كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟

حل مالة أخرى

٩ كم درجة تلزم لشاسي متظم، حتى يتطابق على نفسه؟



حل المسائل والتفكير المنطقي



بين الرسم نمطاً لشكل حيوان الكفر.

١ الأنباط: هل توجد أشكال متشابهة؟ أشكال متغيرة؟ فسر إجابتك.

٢ التواصل: ما نوع التمازج، إن وجد، الذي في النمط بأكمله؟ فسر إجابتك.

٣ التفكير الرياضي: كيف يمكنك تحويل «كتف» من الصنف الأعلى لكي يكون واحداً في الصنف الأصل؟

٤ المجلة: يمكنك اختيار التمازج التقليدي المكت ASA حول نقطة بدلاً منه في مستقيم. فسر كيف يمكن الاعكس حول نقطة، ثم قارن بيته وبين دوران °١٨٠.

٥ آخر استراتيجية: ارسم شكلًا له أربعة خطوط تمازج.

٦ ما عنده الدرجات الذي تلزم لكي بدور مثلك متباين الأضلاع، وبطريق على نفسه؟

إسراليجيات حل المسائل

- يبحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- أعمل طريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تباعلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

٧-٧

تفطية المستوى Covering the Plane

صلة المدرس يستخدم ما تعرفه عن التحويلات التي تتيح أشكالاً متعددة لتفطيف سطواً خاصًّاً مستوية باستخدام أحاطة بدئية وملائمة.

- سوف تعلم
- لباتكار أحاطة لأند
- ولاتجسي باستخدام التحويلات.

استكشاف القياساء

الأدوات المستخدمة: رق رسم بياني، مقلعات أشكال مكررة

من الاستخدامات

- ينشر مفهوم الأنسجة
- تُمْكِن إنتاج عدد لا يُحصى من نماذج متواصلاً يمكن طباعته على
- أمتار عديدة من النسخ



المطالعات الأساسية

القياساء

Tessellation

تعلم تفطية المستوى

القياساء هو نمط متكرر من الأشكال التي تغطي سطح مستوى بحيث لا تتضمن أجزاء أي ثغرات ولا تراكيب فوق بعضها بعضاً.



أمثلة

١ هل الصيغة المبين إلى اليسار يمثل فسيفساء؟

الحل:

لا، سبب وجود ثغرات بين أشكال الطائر.

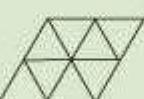


٢ هل يمثل الفسيفساء المبين إلى اليسار إثناي من التحويلات؟

(أ) إزاحة (ب) تدوير (ج) انعكاس

تحقق من كل من التحويلات

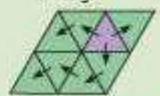
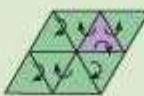
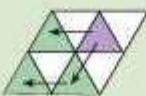
الحل:



عمليات الدوران موضحة عمليات الإزاحة موضحة

عمليات الانعكاس

موضحة



حاول أن تحل

هل يمثل الفسيفساء المبين إلى اليسار إثناي من التحويلات؟

(أ) إزاحة

(ب) تدوير

(ج) انعكاس



تحذير من فهمك

١ هل يمكن لأي شكل أن يمثل فسيفساء؟ اشرح.

٢ إذا عرفت مساحة شكل يمثل فسيفساء وعدد مرات استخدام هذا الشكل، فهل بإمكانك معرفة مساحة الرقة التي تحت تحطيمها؟



المترشد لحل المسائل (٧-٧)



لدي متعهد ١٧٥ بلاطة مقاس ١٥ سم × ١٥ سم لخطة أرضية مطبخ ٢,٥ أمتار × ٣ أمتار، هل لدى المتعهد بلاط كاف؟ فسر إجابتك.

نعم

١. كم بلاطة توجد لدى المتعهد؟

٢. ما أبعاد كل بلاطة؟

٣. ما أبعاد أرضية المطبخ؟

خطأ

٤. استخدم الكسور العشرية لكتابه أبعاد البلاط بالنص.

٥. ما مساحة كل بلاطة بالأمتار المربعة؟

٦. ما مساحة أرضية المطبخ؟

٧. كيف يمكنك إيجاد عدد البلاط اللازم لخطة أرضية المطبخ؟

حل

٨. كم بلاطة تلزم لخطة أرضية المطبخ؟

٩. هل لدى المتعهد بلاط كاف؟ فسر إجابتك.

تحقق

١٠. كيف يمكنك إيجاد الإجابة بطريقة أخرى؟

حل مسألة أخرى

١١. يعدها حاط ٤ م، ٧ م، يغطي هذا الحاط بلاط من مقاس ٢٥ سم × ٢٥ سم ولدي المتعهد ٤٥ بلاطة، هل لديه ما يكفي من البلاط؟ فسر إجابتك.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ المجلة: ينشأ هذا النمط باستخدام معين ومتوازي أضلاع، هل يمكن تكوين القيسناء باستخدام التكاسات وإزاحة فقط؟ قرر إجابتك.



٢ الأساطير: يمكنك تكوين فيلسناء بأي ملوك أو شكل رباعي باستخدام دروسات ١٨٠ حول متصفات الأضلاع. يبدأ النمط الموضح بثلاث متوازي زوايا، كون نمطاً مماثلاً يمثلث حاد الزوايا، وبشيء متعرق، وارسم مخططاً بورفع كل منها

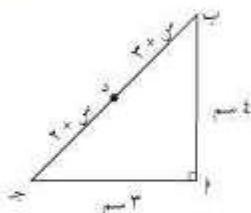


٣ التفكير الباطني: أوجد خمسة حروفً بـجديدة (إنجليزية) يمكن تكوين القيسناء بها، [إرشاد: يمكنك رسم الحروف]

إسرار إيجابيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولأ.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيأ.
- حل مسألة أبسط.

اختبار الوحدة السابعة



١) أوجد قيمة m في الرسم المقابل.

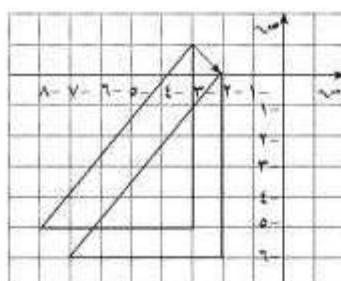
(ب) إذا وضعنا هذا المثلث على شبكة إحداثيات حيث اتفاقن مع نقطة الأصل أوجد إحداثيات النقطة B والنقطة A .

(ج) أوجد طول \overline{AB} مستخدماً الإحداثيات في (ب).

٢) $M\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ منتصف القطعة المستقيمة \overline{AB} حيث $A(2, 1)$. أوجد إحداثيات النقطة B .

٣) أوجد قيمة m إذا كانت $M(4, 2)$ منتصف القطعة المستقيمة \overline{AB} حيث $A(2, m)$ ، $B(m, -8)$.

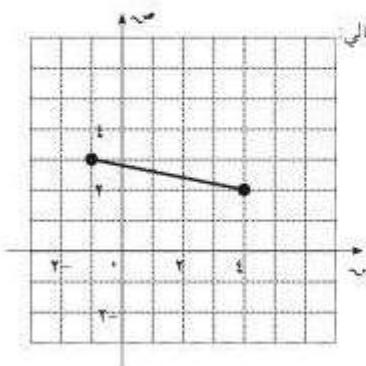
٤) اكتب قانون إزاحة المثلث في الرسم المقابل.



٥) ارسم الشكل في الرسم المقابل بعد إزاحته باستخدام القانون التالي.

$m \rightarrow m - 1$

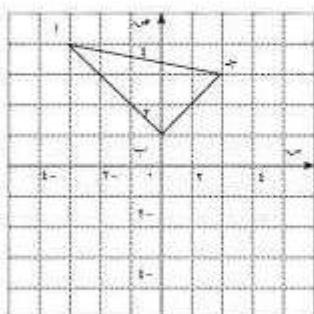
$m \rightarrow m + 2$



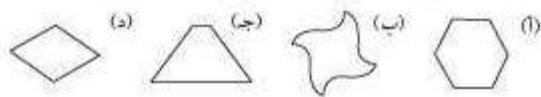
اختبار الوحدة السابعة



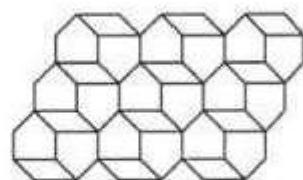
٣ ارسم الشكل في الرسم المقابل بعد الانعكاس في محور الميقات.



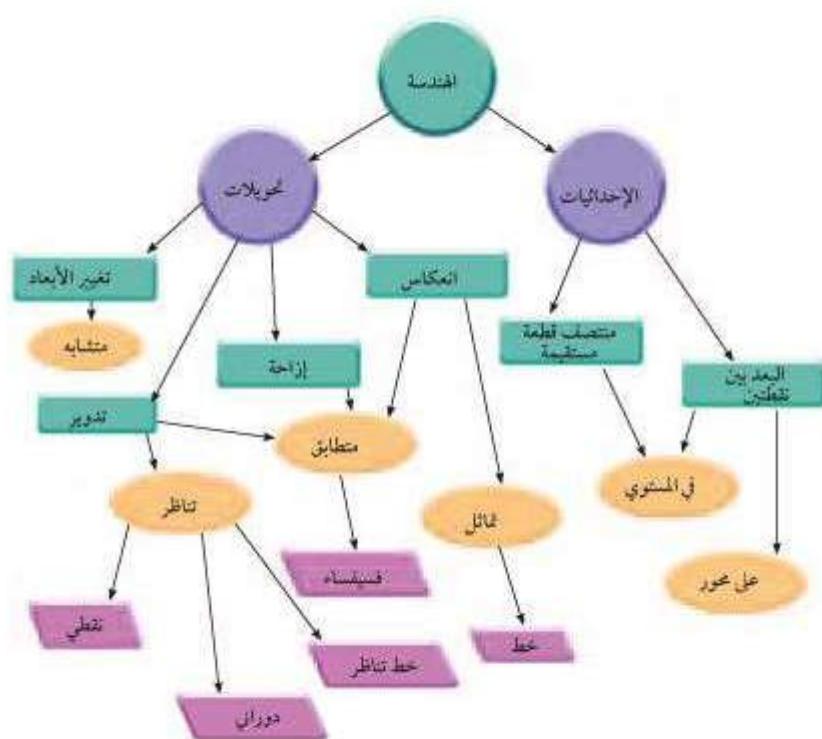
٤ حدد ما إذا كان لكل من الرسوم أدناه خط تماطل



٥ ما هي المصلعات التي تشكل القصبة أدناه؟



مخطط تنظيمي للوحدة السابعة



ملخص الوحدة السابعة أ، الهندسة الإحداثية في المستوى

- البعدين تقدير على محور هي القيمة المطلقة للفرق بين العددين الماظرين هاتين النقطتين.
- عندما يساوى طولاً نقطتين مستقيمتين تقول إيهما متطابقان وترمز فيها بالإشارة :-.
- يمكنك استخدام القاعدة أب - [أ(من، ص)، + (من، ص)] لإيجاد البعدين بين النقطتين (أ(من، ص)، ب(من، ص)).
- إحداثيات النقطة متصرف القطعة المستقيمة أب هي $\left(\begin{matrix} \text{أ}(من، ص) \\ \text{ب}(من، ص) \end{matrix} \right)$ حيث (من، ص)، ب(من، ص).

ملخص الوحدة السابعة ب، التحويلات

- التحويل هو تغيير في الشكل، قد يكون انعكاساً، أو إزاحة، أو دوراناً، أو تغير أبعاد.
- يغير الانعكاس حول محور السينات إشارة كل إحداثي صادي.
- يغير الانعكاس حول محور الصادات إشارة كل إحداثي سيني.
- الدوران باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل بزاوية:
 - ٥٤٠: أ(من، ص) تعطي $\begin{pmatrix} \text{ص} \\ \text{من} \end{pmatrix}$
 - ٦١٨٠: أ(من، ص) تعطي $\begin{pmatrix} -\text{من} \\ \text{ص} \end{pmatrix}$
 - ٦٢٧٠: أ(من، ص) تعطي $\begin{pmatrix} \text{من} \\ -\text{ص} \end{pmatrix}$
- يكون للشكل تناظر إذا أطبق على نفسه بعد التحويل، وأنواع التناظر الثلاثة هي: تناظر خطي، تناظر دوري، تناظر نقطي.
- الضياء هو نمط متكرر لأشكال تعطي سطحها سطحًا من دون فجوات ولا ثالثيات.

الوحدة الثامنة

هندسة المثلث Geometry of Triangle

علوم

تشكل العنكبوت شبكتها من خيوط حريرية لرقة و تكون على شكل موجات مثلثية.

تستخدم العنكبوت هذه الشبكة كمطرد، كما أنها تسمح لها بالبقاء فرائسها من الحشرات.

جغرافيا

تشكل الحدود الشرقية والشمالية والجنوبية
لدولة الكويت شبه مثلث على الخريطة



مقاهيم رياضية أساسية

متباينة المثلث. في كل مثلث، طول كل ضلع هو أصغر من مجموع طولي القطعدين الآخرين وأكبر من الفرق بين طوليهما.

في المثلث حاد الزوايا، يكون مجموع جميع طولين ملقيين أكبر من مربع طول القلع المثلث.

تقاطع محاور المثلث في نقطة واحدة. هذه النقطة هي على بعد واحد من زوايا المثلث الثلاثة.

تقاطع حسات زوايا المثلث في نقطة واحدة تقع هذه النقطة على أبعاد متزايدة من أضلاعه للثلاثة.

الأضدة المرسمة من زوايا المثلث على أضلاعه الثلاثة تقاطع في نقطة واحدة.

القطع المترسدة للمثلث تقاطع في نقطة واحدة تسمى كل منها نسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

السباحة

أحرزت الكورت بطولة الملياردية الرابعة عن فئة (٩) كرات سنة ٢٠٠٧ في الدوحة، لهذا هذه اللعبة يصرّب كورة الملياردة على مجموعة كرات موضوعة بشكل مثلث.



فنون قتالية

تمرر هذه الصورة عن الوضعية الهجومية لـ أحد فنون القتال وتأخذ الوضعية بشكل المثلث.



مشروع الوحدة

مع غروب شمس نهار حار، تحتاج إلى الخروج إلى ابن سينا! إلى المسرح لأجلها، لحسا الناس في العدن إلى المترهات للاسترخاء ومقابلة الأصدقاء، حيث يكونون مخاطلين بالطبيعة. سوف تتحقق في هذا المشروع لمحبي المتره صغير تقدمة إلى البلدية في مدينتك. لاج حملتك سرف، يكون ت Dempseya مصلحة للمتره.

التركيز على حل المسائل

لكل مسألة مما يلى ثلات إجابات. حدد الإجابة الصحيحة.
ثم حدد الجمل المعطاة في المسألة والتي لا تتفق مع
الإجابتين الآخرين:

١) ركض أربعة أشخاص متحدين مسافة ٩ بعد مباراة الركض، تقابلوا في محل المصاير. دفع ناصر ٣ دنارات أكثر من مبارك، ودفع حمد $\frac{1}{3}$ ما دفعه مبارك ودفع مبارك ٣ دنارات أقل من أحمد. تم دفع كل منهم (ما كان مجموع متحدين) كم ركض كل منهم؟
١٩,٥٠٠ ديناراً.

إجابة ٣	إجابة ٢	إجابة ١
ناصر ١٠	ناصر ٩	ناصر ٨
حمد ٤,٥٠٠	حمد ٥,٥٠٠	حمد ٤,٠٠٠
مبارك ٣	مبارك ٢	مبارك ٣
أحمد ٦	أحمد ٧	أحمد ٦

إجابة ٣	إجابة ٢	إجابة ١
ناصر ١٠	ناصر ٩	ناصر ٨
حمد ٩	حمد ٨	حمد ٩
مبارك ١٠	مبارك ٩	مبارك ٩
أحمد ٨	أحمد ٧	أحمد ٨

احبّر القواعد المستخدمة في حل المسائل

عند حل المسائل فإنه من الأهمية أن تتحقق من مدى صحة إجابتك. فعلى سبيل المثال، تتحقق من أن حلك يتفق مع كل الحقائق الواردة في المسألة.



الوحدة

الثامنة (٢)

هندسة المثلث

Geometry Of Triangle

شبكات العناكب



تُسجع العناكب أنواعاً مختلفة من الشبكات كالشبكة المثلثية والشبكة المدارية، وبهائين الشبكتين سطح مثلي العنكبوت التي تُسجع شبكة مثلثية الشكل تنتظر فريستها في آخر الشبكة

أما العناكب التي تُسجع الشبكات المدارية، فيكون مدى الرؤية لديها ضعيف نسبياً.

تُسجع العنكبوت شبكات جميلة ومقدمة بخطوط من الحرير اللاصق لاصطياد الفرائس، فهي تشعر بغير السهام من خلال موجات تصدرها عند التصاقها بالشبكة



- ١ علام تندى العناكب؟
- ٢ كيف تساعد الشبكة العنكبوت على اصطياد فريستها؟
- ٣ ما هي الأشكال الهندسية التي تراها في شبكات العنكبوت؟

١-٨

متباينة المثلث وأنواعه

Triangle Inequality and Types of Triangles

صلة الدرس في السابق تعرفت على حل المتباينات، في هذا الدرس سوف تستخدم متباينة المثلث لحل مسائل متعلقة بأطوال أضلاعه أو قياس زواياه.

استكمال **متباينات في مثلث**

الأدوات المستخدمة: مقص، مسطرة، عيدان

أعمل فسمن مجموعة لجمع عيدان من مختلف الأطوال (٢، ٤، ٣، ٥ و ٦ سم)

- ١ اختر ثلاثة عيدان عدة مرات لتبين ما إذا كانت تشكل مثلثاً أو لا، واتكمل الجدول:
كرر العملية عدة مرات.

مثلث	عوْد ٣	عوْد ٢	عوْد ١	طُول العوْد
نعم	٤	٣	٢	
لا	٥	٣	٢	
نعم	٣	٣	٣	

- ٢ اختر مجموعة عيدان تشكل مثلثاً وقارن الأطوال. أكمل:
 (أ) عوْد ١ + عوْد ٢ عوْد ٣
 (ب) عوْد ١ + عوْد ٣ عوْد ٢
 (ج) عوْد ١ + عوْد ٣ عوْد ١
- ٣ اختر مجموعة عيدان لا تشكل مثلثاً، واتكمل (أ)، (ب)، (ج)، من ٢ حل الناتج
هي نفسها؟
- ٤ ممّا تستخرج من ٢ و ٣ بالنسبة إلى مجموع طول ضلعين إلى طول الضلع الثالث
من مثلث؟

- سوف تعلم
استخدام متباينة المثلث.
تحديد نوع المثلث.

- من الاستخدامات
■ يستخدم مهندسو الخيم
متباينة المثلث عدد ووضع
تصاميم لحياتهم بهدف
اختيار الشكل الأنسب.

المصطلحات الأساسية

متباينة المثلث

Triangle Inequality

تعلم **متباينة المثلث وأنواعه**

في كل مثلث $A-B-C$ مجموع طول ضلعين هو أكبر من طول الضلع الثالث.

هذه الخاصية تسمى متباينة المثلث.

$$A-B > C$$

$$A-C > B$$

$$B-C > A$$



مثال (١)

هل يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلث كما يلي؟ فسر.

(أ) ٣ سم، ٧ سم، ٨ سم

(ب) ٣ سم، ٦ سم، ١٠ سم

الحل

$$10 > 7 + 3 \quad (١)$$

لأنحصل على مثلث

$$3 < 7 + 8$$

$$7 < 3 + 8$$

نعم، تحصل على مثلث.

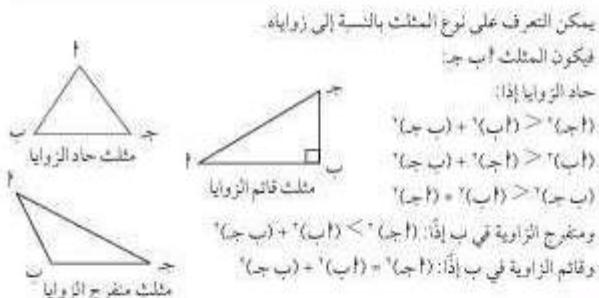
حاول ان تحل

هل يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلث ٤ سم، ٦ سم، ١٠ سم؟ فسر.

هل ممكناً

القطعة المستقيمة هي أقصر

مسافة بين نقطتين.



معلومة رياضية

إذا كان $أ + ب + ج = 180^\circ$

النقطة الثالث هي على مستقيم

واحد

أمثلة

حدد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه.

٧ إذا كان $أ = ٣$ سم، $ب = ١٢$ سم، $ج = ١٠$ سم

الحل:

$$(ب+ج)^\circ = 12 + 10 = 22^\circ < (أ)^\circ = 3^\circ$$

$$\text{لذا } (ب+ج)^\circ < (أ)^\circ + (ج)^\circ = 3 + 10 = 13^\circ$$

$$(أ+ج)^\circ = 3 + 10 = 13^\circ < (ب+ج)^\circ = 22^\circ$$

$$(أ+ج)^\circ + (ب+ج)^\circ = 22 + 13 = 35^\circ < 180^\circ$$

بذلك يكون المثلث أب ج حاد الزوايا

٣ إذا كان $a = 2$ سم ، $b = 6$ سم ، $c = 7$ سم

الحل

$$(a)^2 = (c)^2 - (b)^2 \Rightarrow (a)^2 = 49 - 36 = 13 \Rightarrow a = \sqrt{13}$$
$$\text{لذا } (a)^2 = 13 < (b)^2 + (c)^2 = 36 + 4 = 40 \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$$

بذلك يكون المثلث A حمنفوج الزاوية

الصلع A هو الصلع الأكبر في المثلث، لذلك تكون الزاوية B المقابلة للصلع الأكبر هي الزاوية الأكبر
المثلث A بـ حمنفوج في الزاوية B .

٤ إذا كان $a = 3$ سم ، $b = 4$ سم ، $c = 5$ سم

الحل

$$(a)^2 = (c)^2 - (b)^2 \Rightarrow (a)^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow a = \sqrt{9} = 3$$
$$(a)^2 + (b)^2 = 9 + 16 = 25 = (c)^2$$
$$(b)^2 = 16 = (a)^2 + (c)^2$$

بما أن $(b)^2 = (a)^2 + (c)^2$ ، المثلث A بـ قائم الزاوية
حيث إن الصلع B هو الصلع الأكبر فتكون الزاوية المقابلة له هي الأكبر
لذا المثلث A بـ قائم الزاوية في B .

حاول أن تحل

حدد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه إذا كان:

١ $a = 11$ سم ، $b = 4$ سم ، $c = 12$ سم

٢ $a = 7$ سم ، $b = 6$ سم ، $c = 5$ سم

٣ $a = 6$ سم ، $b = 8$ سم ، $c = 10$ سم

من لهمك

تحقق

١ مثلث منفوج الزاوية في B ، هل من الممكن أن تكون $(a)^2 - (b)^2 > (c)^2$ ؟

٢ مثلث قائم الزاوية في C ، هل من الممكن أن تكون $(b)^2 - (a)^2 > (c)^2$ ؟

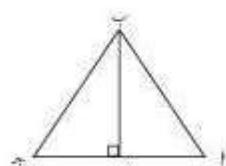
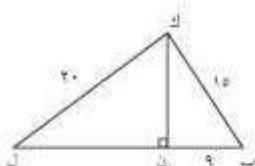
٣ a ، b ، c أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث حيث $a + b < c$ ، هل تستنتج أن $a + b > c$ ؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

أثبت أن المثلث ب ك ل قائم الزاوية في ك، إذا كان:

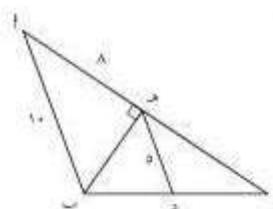
$$ب_ن = 4, ب_ك = 5, ب_ل = 3$$



في الرسم المقابل، هل المثلث أب ج قائم الزاوية في ب، إذا كان:

$$أد = دج = 3 \text{ سم}$$

$$ب_ج = 5 \text{ سم}, ب_د = 4 \text{ جم}$$



في الرسم المقابل أب ج = 10 سم

$$أد = دج = 5 \text{ سم}$$

نقطة متصف جانب

أثبت أن المثلث أب ج مفرج الزاوية في ب.

إسهاميات حل المسائل

- ابحث عن النقط
- نظم قائمة
- كون جدولًا
- تحقق وتحقق.
- اعمل بطريقة عكست.
- استخدم التفكير المنطقي
- ارسم تشكيلًا بيانى.
- حل مسألة أبسط.



خصائص القطعة المستقيمة الواصلية بين منتصفين في المثلث Properties of Midsegment of Triangle

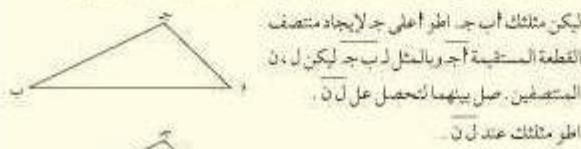
صلة الدرس تعرفت في الباب على منصفات القطع المستقيمة والبعد بين نقطتين على محور أو في المستوى. في هذا الدرس سوف تعرف خصائص القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين يقعان في مثلث.

- سوف تعلم
- استخدام خصائص القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين يقعان في مثلث لحل مسائل هندسية.

مصنفات القطعة المستقيمة

مستلزمات الدرس: مقص، سطرة

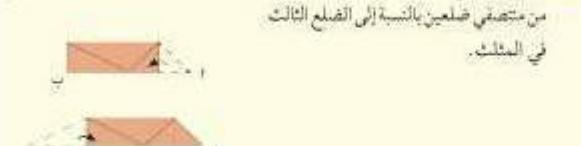
يقص كل طالب في مجموعات عددًا كبيرًا من المثلثات (قائمة، حادة، منفرجة).



- من الاستخدامات
- يستخدم ماسحو الأرضي
- خاصية القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين لإيجاد طول بحيرة ما.



- تابع الطري كما في الرسم المرفق.
- ما نوع الرباعي الذي يتشكل من طي المثلث $\triangle ABC$ ؟
- ما إذا تتساوى نسبة $LN : AB$ ؟
- اذكر خاصية تربط القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين ب بالنسبة إلى الضلعين الثالث في المثلث.

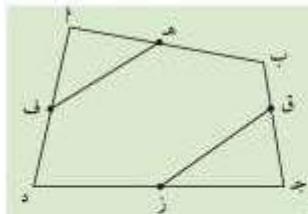


قطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين يقعان في مثلث

إن القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفين يقعان في مثلث **موازية** للضلع الثالث ويساري طولها **نصف** طول هذا الضلع



مثال (١)



في الشكل الرياضي أب جد المقابل، د، ف، ز، ق

هي متصفات الأضلاع الاربعة

$ب_د = 18$ سم، فإذا $د_ف = ق_ز$

الحل:

$$\left. \begin{array}{l} \text{في المثلث } ABD, \frac{DF}{BD} = \frac{1}{2} \\ \text{في المثلث } BCD, \frac{FZ}{BD} = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

خاصية القطعة الواسطة بين متصفين

$$B_д = 18 \text{ سم}, \frac{1}{2} B_d = 9 \text{ سم}$$

لذلك $D_ف = ق_ز = 9$ سم

حاول أن تحل

١ في المثال (١)، إذا كانت $A_ج = 25$ سم، فإذا $ج_ز = ز_ف$.

مثال (٢)

في رسم المثال (١)، هل $D_ف / ق_ز$ ؟

الحل:

$$D_ف / B_d$$

$$ق_ز / B_d$$

$$\text{إذا } D_ف / ق_ز$$

حاول أن تحل

٢ ما هو نوع الرياضي $D_ف$ $ز_ق$ ؟

نتحقق من ذلك

١ إذا وضعت المتصفات بين كل زوجين من أضلاع في مثلث، ما نوع المثلث الذي تحصل عليه؟

٢ إذا كانت القطعة المستقيمة الواسطة بين متصفين ضلعين تساوي ن مسجست، فكم يساوي طول الفرع الثالث في المثلث؟

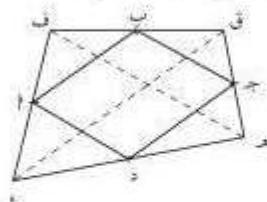


المشكلة لحل المسائل (٢-٨)



في الشكل الرباعي في الرسم المقابل، أ، ب، ج، د هي منصات الأضلاع الآتية على التوالي: ق، د، ق، ق، د، د، د.

حدد نوع الشكل الرباعي أب جد.



أفهم

- ١ ما نوع الشكل الرباعي وف في د؟
- ٢ ما العلاقة التي تربط النقطة أ، ب، ج، د بالشكل الرباعي وف في د؟
- ٣ ما المطلوب إليك إيجاده؟

خطوات

- ٤ ستمثلاً يكون أ، ب منصفين لضلعين من أضلاعه.
- ٥ ستمثلاً يكون ج، د منصفين لضلعين من أضلاعه.

حل

- ٦ مستخدمنا القطعة المستقيمة الواصلة بين منصفي ضلعين في مثلث، أوجد العلاقة بين \overline{AB} ، \overline{QC} وبين \overline{JD} ، \overline{QC} .
- ٧ استبع علاقة بين \overline{AB} و \overline{JD} .
- ٨ حدد نوع الشكل الرباعي أب جد.

تحقق

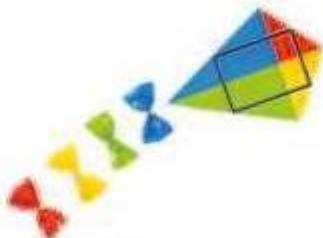
- ٩ تحقق من النتيجة مستخدمنا الضلعين الآخرين (أي جب، د) من متوازي الأضلاع أب جد.

حل مسألة أخرى

- ١٠ منصات أضلاع معين في د وهي: أ، ب، ج، د. حدد نوع الشكل الرباعي أب جد.



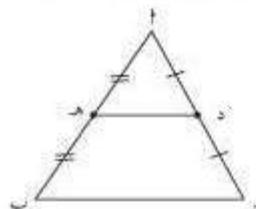
حل المسائل والتفكير المنطقي



- ١ التصميم: يضم ناصر طائرة ورقية، حيث يخطط لاستخدام شرائط الزيارة لوصل متصفات أضلاع الطائرة بعضها. يبلغ طول كل من فقرى الطائرة ٦٤ سم، ٩٠ سم. أوجد طول شريط الزيارة المستخدم.



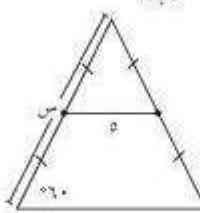
- ٢ أنساط: رؤوس المربع الأصفر في الشكل المقابل هي متصفات أضلاع المربع الأكبر
 (أ) أوجد طول ضلع المربع الكبير.
 (ب) إذا رسمت مربعين صغيرين [ضيقين، فكم سيكون طول ضلع المربع الأصفر



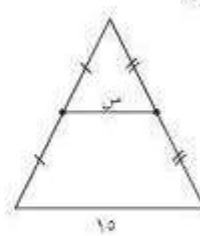
- ٣ مستخدماً الرسم المقابل:
 (أ) أوجد جد بـ إذا كانت د = ٧ سم
 (ب) أوجد محيط المثلث أـ بـ جـ إذا كانت أـ بـ = ١٠ سم، جـ = ١٣ سم

٤ أوجد قيمة «س» في الحالات التالية:

(أ)



(ب)



إستراتيجيات حل المسائل
<ul style="list-style-type: none"> • ابحث عن النمط •نظم قائمة •كون جدولًا •خمن وتحقق •اعمل بطريقة عكسية •استخدم التفكير المنطقي •رسم تمثيلاً بيانياً •حل مسألة أبسط

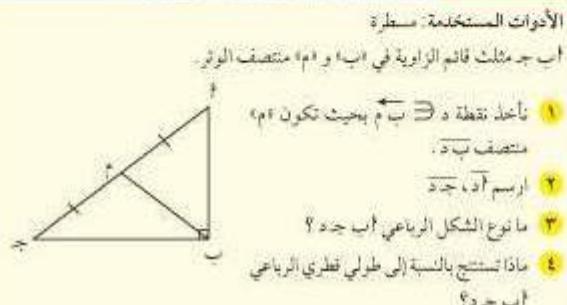
٣-٨

خصائص المتوسط الم対اظر للوتر في مثلث قائم الزاوية

Properties of The Segment joining The Vertex of a Right Triangle To The Midpoint of Hypotenuse

صلة الدرس تعرفت في السابق متصفح المسئيات، في هذا الدرس، سوف تعرف خصائص القطعة المستقيمة التي تصل رأس زاوية قائمة بمتصف الوتر.

استكشاف من رأس الزاوية القائمة إلى متصف الوتر



ماذا تستخرج بالنسبة إلى طول القطعة المستقيمة التي تصل رأس زاوية قائمة
بمتصف الوتر؟

تعلم خصائص المتوسط الم対اظر للوتر

إن طول القطعة المستقيمة الواسطة من رأس زاوية قائمة في المثلث القائم الزاوي يساوي
نصف طول الوتر

سوف تعلم

- تحديد خواص القطعة المستقيمة التي تصل رأس زاوية قائمة بمتصف الوتر.

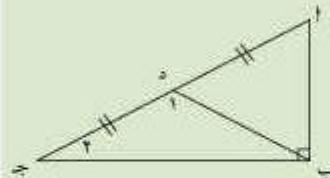
من الاستخدامات

- يستخدم المهندسون قانون القطعة المستقيمة الواسطة من رأس زاوية قائمة في مثلث إلى متصف الوتر لمعرفة طول الدعامات الحديدية المستخدمة في الجسور.



مثال (١)

أب ج مثلث قائم الزاوية في ب، د (ب آجد) = 56° ، د منصف \angle ج أي أن
أب د مثلث متطابق الأضلاع



الحل
أب ج مثلث قائم الزاوية في ب
د منصف \angle ج
لذا $d = \frac{1}{2} \angle$ ج
خاصية المسوقة المتاظر للوتر
 $d = b = \frac{1}{2} \angle$ ج
المثلث أب د متطابق الضلعين في د
ن (ب آد) = 56° إذأن (ب د) = 56° و منه (آد ب) = 56°
ف تستنتج أن المثلث أب د متطابق الأضلاع

حاول أن تحل

أ) أوجد \angle آ و ب) \angle ج في المثال (١)

ما سبق يقودنا إلى الناتج التالي:

في المثلث قائم الزاوية، يساوي طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 30° مع نصف طول الوتر
و كذلك إذا كان طول أحد ضلع الزاوية القائمة في مثلث يساوي نصف طول الوتر، لهذا يعني أن قياس الزاوية المقابلة
لهذا الضلع هو 30° .

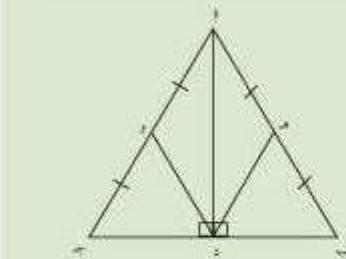
مثال (٢)

أب ج مثلث متطابق الضلعين في أ

د منصف \angle ب

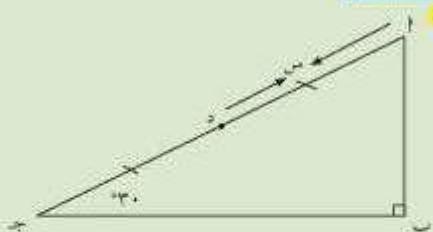
و منصف \angle ج

أب ج أن الشكل الرياضي أهد و معين



الحل
هـ منصف \angle ب و لـ المثلث أب ج قائم الزاوية في ج
لذا \angle ب = $\frac{1}{2} \angle$ ب = \angle ج
كذلك في المثلث أب ج
 \angle ج = $\frac{1}{2} \angle$ ج = \angle ج
إذ \angle ب = \angle ج = \angle ج = \angle ج
وبالتالي أهد و هو معين

حاول أن تحل



أوجد طول \overline{AB} بدلالة من

تحقق من فهمك

- ١) ممّا يساوي طول الفرع المقابل للزاوية 30° في مثلث قائم الزاوية؟
- ٢) مثلث ABC قائم الزاوية في A . إذا كانت $AB = \frac{1}{2} BC$, فهـل هذا يعني أن $\sin(30^\circ) =$ _____?



٩٨

حل المسائل والتفكير المنطقي

استراتيجيات حل المسائل

- لبحث عن النمط
- نظم قائمة
- كون جدولًا
- حسم وتحقق
- اعمل بطريقة عككية
- استخدم التفكير المنطقي
- رسم تيشلا بيايا
- حل مسألة أبسط

١ ما نسبة طول القطعة المرسومة من رأس القائمة إلى منتصف الورق في المثلث قائم الزاوية إلى طول الورق؟

٢ طول أحد ضلعين القائمة في مثلث قائم الزاوية ٦ سم وطول ضلعها الآخر ٨ سم. أوجد طول القطعة المرسومة من رأس القائمة إلى منتصف الورق.

٣ مثلث قائم الزاوية طول أحد أضلاعه ٦ سم وطول القطعة المتوسطة المرسومة إلى الورق ٦ سم أيضًا. احسب طول الضلع الآخر لهذا المثلث.

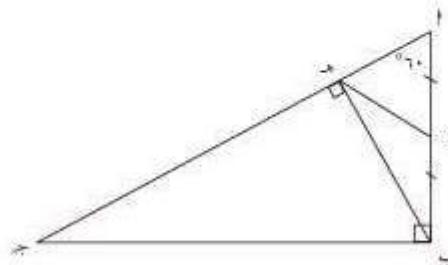
٤ مستخدماً الرسم أدناه، حدد أي العبارات التالية خطأ.

(أ) $اه = هد$

(ب) $اد = \frac{1}{2}اج$

(ج) $اب = \frac{1}{2}ب جد$

(د) $هد = \frac{1}{2}ب ج$



٤-٨

محاور أضلاع المثلث Perpendicular Bisectors of a Triangle

صلة الدرس تعرفت في السابق متصفات الأضلاع. في هذا الدرس سترى محاور الأضلاع.

الاستكشاف

- الأدوات المستخدمة: مقصار الأرتفاعات والانطباقات في التمثيل البياني
- رسم مثلثين أحدهما قائم الزاوية والأخر حاد الزوايا ثم قصهما.
 - اطر المثلث حاد الزوايا بحيث تشكل فيه المتصفات العمودية (محاور) لكل ضلع ماذا تلاحظ؟
 - أعد الخطوة ٢ مع المثلث قائم الزاوية.
 - رسم مثلث متفرج الزاوية في مستصف الورقة (لا تقصها)، ثم أعد الخطوة ٢. ماذا تلاحظ؟
 - اذكر خاصية لمحاور في المثلث.



محاور أضلاع المثلث تلقي في نقطة واحدة

تعلم

إن محور القطعة المستقيمة هو العمود المتصف لها.

تلقي محاور الأضلاع الثلاثة في المثلث في النقطة نفسها.

سوف تعلم
■ إيجاد خصائص محاور
أضلاع المثلث

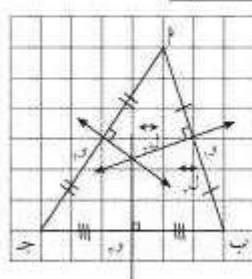
من الاستخدامات

- تستخدم خاصية تقاطع محاور أضلاع المثلث في نقطتها واحده في مجالات الهندسة المذكورة.



المطالعات الأساسية

محاور
Perpendicular Bisector



مثال (١)

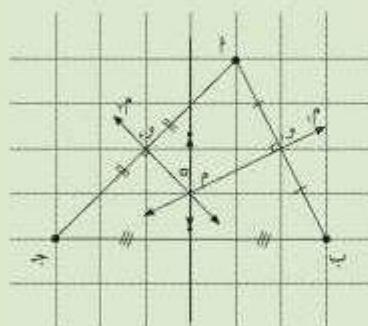
في الرسم المقابل، بين خصائص محور القطعة المستوية $\overline{B-J}$.
الحل:

محور $\overline{B-J}$ يقسمها إلى قسمين متساوين ويشكل عمودي
عليها وهو يلتقي مع محاور الأضلاع الأخرى في النقطة M .

حاول أن تحل

١ في رسم المثال (١)

$|AB| = 6 \text{ سم} , |M_J| = 4 \text{ سم} ,$ أوجد $|B-M|$



إن نقطة تقاطع المحاور لأضلاع المثلث هي على أبعاد متساوية من رؤوسه.

مثال (٢)

تقاطع محاور المثلث $A-B-J$ في M
أنت ألم - بـ M - جـ M

الحل:

نسمي M إلى محور $\overline{A-B}$ إذ $A-M-B$ (١)

نسمي M إلى محور $\overline{A-J}$ إذ $A-M-J$ (٢)

من (١)(٢) نستنتج $A-M-B-J$

حاول أن تحل

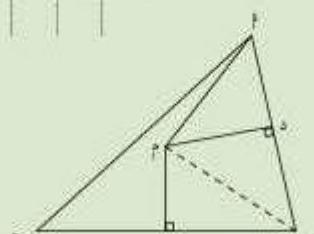
٢ $|B-J|$ مثلث فيه $|AB| = 12 \text{ سم}$

د متصرف $B-J$ ، M نقطة تقاطع

محاور أضلاع المثلث، $M-d=8$

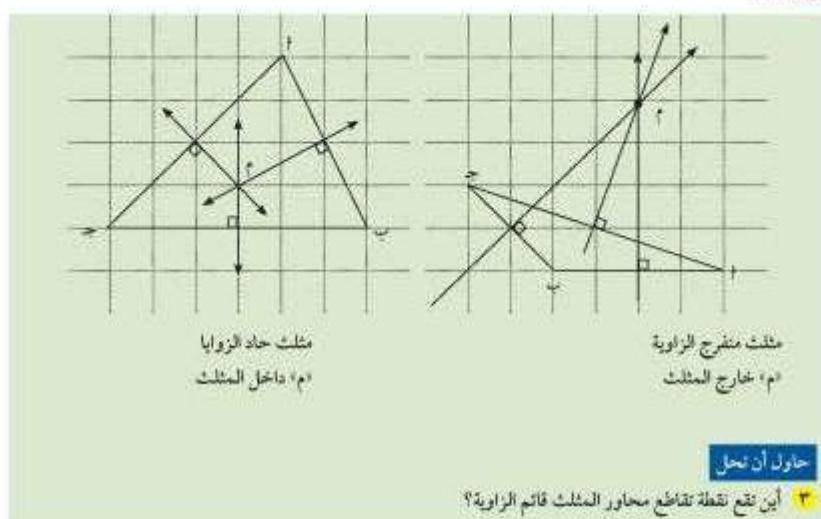
ـ

أوجد طول $M-d$



إن نقطة تقاطع محاور المثلث تقع داخله، في حين تقع تقاطع محاور المثلث المترافق الزاوية خارجه.

مثال (٣)



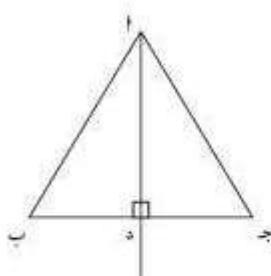
لتحقق من نفسك

١ إذا مجينا مثلثين قائمي الزاويتين ($\triangle ABC$ ، $\triangle A'D'C'$) كما في الشكل المقابل

حدد أين تقع نقطة تقاطع محاور المثلث ($\triangle ABC$)

٢ في المثلث $\triangle ABC$ إذا كان $m = \angle A$ ، $n = \angle B$ ، $p = \angle C$

هل يمكن التأكيد بأن $m + n + p = 180^\circ$ ؟

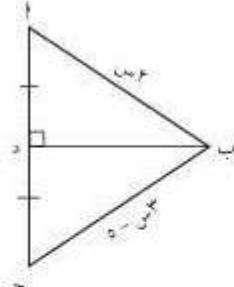


حل المسائل والتفكير المطابقي

مستخدما الرسم المقابل:

١) أوجد طول \overline{AB} ، \overline{AC} .

٢) حدد نوع المثلث ABC .

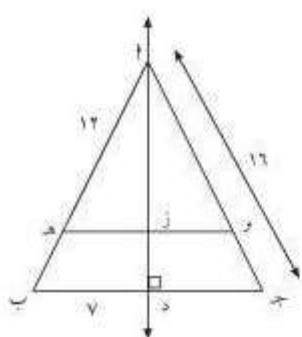


مستخدما الرسم المقابل: أ) محيور جدب، وهو في المثلث ABC :

٣) أوجد $\angle A$ و $\angle B$.

٤) أوجد $\angle B$ ، $\angle C$.

٥) أوجد وزر، وهو، جذ، جدب.



إسْرَ إِلْجِيَّات حل المسائل

- ابحث عن النقط.
- نظم قائمة.
- كون جدولأ.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكبة.
- استخدم التفكير المتناقلي
- ارسم تمثيلاً بيانياً
- حل مسألة ابسط.

٥-٨

خصائص المنصفات الداخلية لزوايا المثلث Properties of The interior Angle Bisectors of a triangle

◀ صلة الدرس تعرفت في السابق على منصفات الزوايا. في هذا الدرس سوف تعرف

خاصية تلافي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث في نقطة واحدة ▶

المنصف

الأدوات المستخدمة: مقص

1 ارسم ثلاثة مثلثات (قائم الزاوية، حاد الزوايا، منفرج الزاوية) بقياس كبير لطيفها يشكل أفضل تم قصهما.

2 اطو المثلث حاد الزوايا بشكل تكون فيه منصفات الزوايا. ماذا تلاحظ؟

3 أعد الخطوة 2 مع المثلثين الآخرين. ماذا تلاحظ؟

4 ذكر خاصية لمنصفات الزوايا الداخلية للمثلث مستخدماً (١)، (٢)



طي منصف الزاوية

سوف تعلم

أن منصفات الزوايا الداخلية للمثلث تلقي في نقطة واحدة.

نقطة تلافي المنصفات هي على أبعد متساوية من أضلاع المثلث.

من الاستخدامات

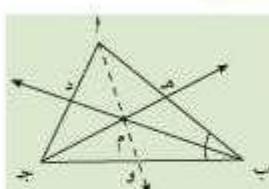
يستخدم مهندسو

الميكانيك خاصية المنصفات الزوايا للمحافظة على التوازن الأجسام.

تعلم

تلقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث في نقطة واحدة

(١)



في المثلث $A-B-C$
لتلاقي منصف $A-B$ ، منصف $B-C$ ، منصف $C-A$
لتلاقي $B-C$ ، منصف $C-A$
لتلاقي $C-A$ ، منصف $A-B$

الحل

تلقي منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة $B-C$ ، منصف $C-A$ تلتقيان في M . إذا AM هي منصف $A-B$ (أحادية نقطة تقاطع مستقيمين).

حاول أن تحل

١ $A-B-C$ مثلث ، M نقطة تقاطع منصفات زواياه
 $\angle(MA)=\angle(MB)=\angle(MC)=$

أوجد قياس الزاوية $M-B-C$.



المصطلحات الأساسية

منصفات الزوايا

Angle Bisector



٤

نقطة تقاطع منصات الروابي الداخلية للملائكت على أبعاد متساوية من أصلعة الثلاثة

مثال (٢)

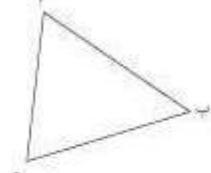
أب جـ مـلـكـ، آـمـ، بـمـ، جـمـ ثلاث منصات داخلية لروابيـةـ الثلاثـةـ تقـاطـعـ فيـ التـحـالـمـ
مـ دـلـاـبـ، بـمـ دـلـاـبـ، جـمـ دـلـاـبـ جـ
الـتـكـيـةـ آـمـ دـمـ، بـمـ دـمـ، جـمـ دـمـ
الـجـلـ
فيـ المـلـائـكـ آـمـ، آـهـمـ لـدـيـنـ
نـ (٢)ـ =ـ نـ (٣)ـ ((آـمـ مـصـفـ الـرـاوـيـةـ بـ آـجـ))
آـمـ ضـلـعـ مـشـوـرـ
نـ (آـدـمـ)ـ =ـ نـ (آـهـمـ)ـ =ـ ٩٠ـ°ـ
لـذـلـكـ الـمـلـائـكـ آـمـ، آـهـمـ مـنـطـيقـانـ، وـنـسـتـجـ آـنـ مـ دـ =ـ مـ هـ (قطـعـانـ مـنـظـارـتانـ)
وـبـالـطـرـيـقـ فـسـهـاـتـ آـنـ الـسـلـكـ بـ دـمـ، بـ مـ دـ مـنـطـيقـانـ وـآـنـ مـ دـ =ـ مـ وـ
آـذـامـ دـ =ـ مـ هـ =ـ مـ وـ
حاولـ آـنـ تـحلـ
٢ـ مستـخدـمـ الرـسـمـ فـيـ المـثالـ (٢)ـ
أـوـجـدـ طـوـلـ مـ وـإـذـاـ كـانـ بـ مـ =ـ ٥ـ سـمـ، بـ دـ =ـ ٤ـ سـمـ

تحققـ

منـ فـهـمـكـ

- ١ـ هلـ نقطـةـ تقـاطـعـ منـصـاتـ الـرـوابـيـ الدـاخـلـيـةـ لـمـلـائـكـتـ مـتـسـاوـيـةـ الـأـبعـادـ مـنـ رـوـبـهـ؟
٢ـ فـيـ رـسـمـ المـثالـ (٢)، ماـذـاـ تـشـلـ النـقـاطـ "ـمـ"ـ بـالـنـسـيـةـ إـلـىـ النـقـاطـ "ـدـ"ـ، وـ "ـهـ"ـ؟

المشكلة لحل المسائل (٥-٨)



أب ج مثلث، ارسم دائرة داخل المثلث تكون مماسة لأضلاعه الثلاث.

الفهم

- ١ ما المطلوب إليك (يجاده؟)
- ٢ هل يمكن للدائرة أن:
- (أ) تقطع أحد أضلاع المثلث؟
- (ب) تمر بواحد رؤوس المثلث؟

خطف

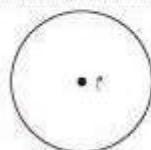
- ٣ ما هي الخاصية الأساسية لمركز الدائرة؟
- ٤ هل تساوى الأبعاد بين مركز الدائرة والأضلاع الثلاث؟
- ٥ ما العلاقة بين هذه الأبعاد ونصف قطر الدائرة؟
- ٦ ما هي النقطة التي تساوى الأبعاد بينها وأضلاع المثلث؟

حل

- ٧ ارسم منصفي الزاويتين أب، ولكن م نقطة تقاطعهما.
- ٨ ارسم القطعة العمودية دم من النقطة م إلى أحد أضلاع المثلث.
- ٩ ارسم الدائرة التي مر بها م ومسن بنقطة د.

تحقق

- ١٠ كيف تتحقق من أن الدائرة المرسومة هي مماسة لأضلاع الثلاثة؟



حل مسألة أخرى

- ١١ ارسم مثلثاً تتطابق منصفات زواياه الداخلية في مركز الدائرة المرسومة.



١٢

حل المسائل والتفكير المنطقي

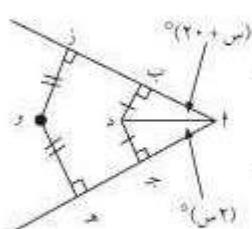
١ ارسم ثلاثة مثلثات (قائم الزاوية، حاد الزوايا، منفرج الزاوية). ثم ارسم منصفات الزوايا الداخلية لكل منها.

٢ مستخدما الرسم المقابل:

(أ) ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقاط A , D , و E

(ب) أوجد s

(ج) أوجد t (علل).

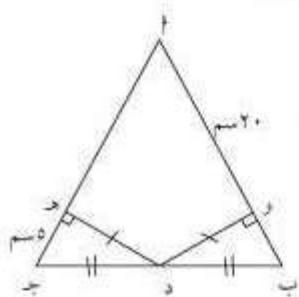


٣ مستخدما الرسم المقابل:

(أ) أوجد a

(ب) ماذا تستنتج بالنسبة إلى A ؟

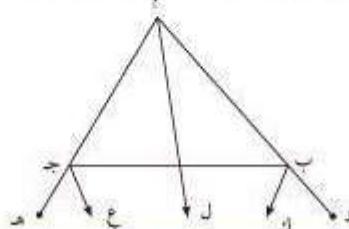
(ج) إذا كان t (درج) = 27° ، فأوجد a (درج)



(د) إذا كان $b = 8$ سم، فأوجد محيط المثلث ABC .

إستراتيجيات حل المسائل

٤ التحدي: في المثلث ABC ، $\angle A = 40^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$. على التوالي منصفات الزوايا $(A\text{-م})$ ، $(B\text{-م})$ ، $(C\text{-م})$. أثبت أن هذه المنصفات الثلاثة تقاطع في نقطة واحدة.



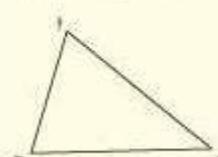
خصائص أعمدة المثلث

Properties of Altitudes of a triangle

● صلة الدرس في السابق تعرّفت محاور المثلث. في هذا الدرس سوف تعرّف الأعمدة المرسومة من رؤوس مثلث على أضلاعه وخاصيتها.

أعمدة المثلث

مستلزمات الدرس: فرجار



- ١ أب ح مثلث.
- ٢ الفتح الفرجار يطلوب ب جد .
- ٣ ضيع نقطه الفرجار على جد وارسم قوسا يقطع أب بال نقطه ل.
- ٤ من النقطه ب، وسع الفرجار بمسافة أكبر من نصف المسافة للنقطه ل. من ب ، ل ارسم قوسين ب يتقاطعان بالنقطه م.
- ٥ حصل بين جد ، م.
- ٦ يوجد قياس الزاوية التي تتشكل من أب ، جد

سوف تتعلم
● أن الأعمدة المرسومة من رؤوس مثلث على أضلاعه تلتقي في نقطة واحدة.

من الاستخدامات
● يستخدم مهندسو التطبي
البناني خاصية أعمدة
المثلث لنعرفة الطريق
المختصرة بين الشوارع في
المدن.



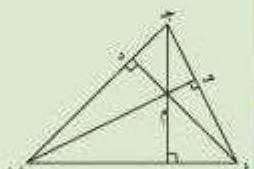
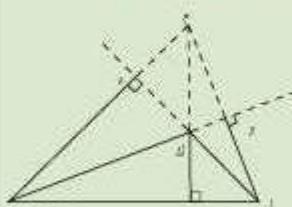
تعلم

الأعمدة المرسومة من رؤوس مثلث على أضلاعه

إن ارتفاع المثلث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته.
يمكن أن للمثلث ثلاثة رؤوس، إذا هناك ثلاثة أعمدة.

مثال (١)

أب ج مثلث حاد الزوايا، كل د من متدرج الزوايا، ارسم أعمدة كل من المثلثين



أعمدة المثلث كل د من المتدرج الزوايا
كـ هـ، لـ، نـ، وـ، مـ خارج المثلث

المصطلحات الأساسية
◀ الأعمدة
Altitudes



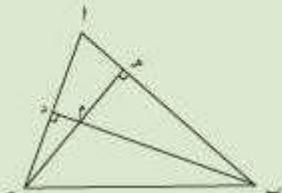
حاول أن تحل

١ ارسم أضلاع مثلث قائم الزاوية وموقع نقطة تقاطع هذا المثلث.

أن الأضلاع المرسمة من رؤوس المثلث على أضلاعه تقاطع في نقطة واحدة.

مثال (٢)

أ ب ج مثلث م نقطة تقاطع الأضلاع المرسمة من رؤوس المثلث على أضلاعها (أ ج ب) = ٩٧° . أوجد قياس \angle ؟



الحل

$$\begin{aligned} \angle (A\text{م}\text{B}) &= 97^\circ \\ \text{إذ } \angle (A\text{م}\text{C}) &= \angle (B\text{م}\text{C}) = 57^\circ \\ \angle (A\text{م}\text{B}) - \angle (A\text{م}\text{C}) &= 94^\circ \\ \text{معلوم أن مجموع زوايا أي شكل رباعي} &= 360^\circ \\ \text{إذ } (\overline{A\text{B}} + \overline{A\text{C}} + \overline{B\text{C}} + \overline{A\text{M}} + \overline{B\text{M}} + \overline{C\text{M}}) &= 360^\circ \\ \text{أي } \angle (A\text{B}\text{C}) + 94^\circ + 57^\circ &= 360^\circ \\ 57^\circ + 94^\circ + \angle (A\text{B}\text{C}) &= 360^\circ \\ \text{نتيجة أن } \angle (A\text{B}\text{C}) &= 99^\circ \end{aligned}$$

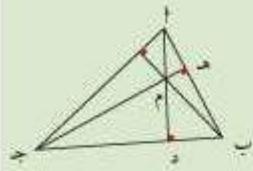
حاول أن تحل

أ ب ج مثلث $\overline{A\text{D}} \perp \overline{B\text{J}}$

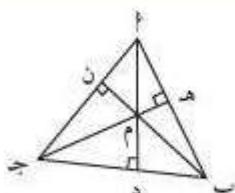
$\overline{G\text{H}} \perp \overline{A\text{B}}$ ، $\overline{D\text{C}} \cap \overline{G\text{F}} = \{M\}$

$\angle (D\text{M}\text{G}) = 95^\circ$

أوجد $\angle (A\text{B}\text{G})$



لتحف من فهمك



(أ) هل $\overline{M\text{C}}$ هي ارتفاع $\triangle A\text{B}\text{C}$ ؟

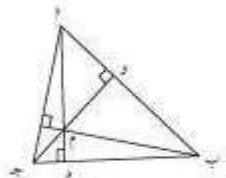
(ب) هل $\overline{M\text{C}}$ هي ارتفاع $\triangle M\text{B}\text{C}$ ؟

أين تقاطع أضلاع مثلث قائم الزاوية . ارسم مثلثاً واشرح إجابتك .



حل المسائل والتفكير المعملي

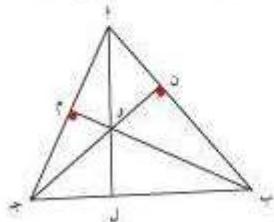
١ من الرسم المقابل، حدد نقطة تقاطع أضلاع المثلثات الآتية:



- (أ) جم
(ب) بـ م
(ج) جـ بـ م

٢ أب جـ مثلث بـ م تـ لـ جـ.

جدـ لـ أـ بـ بـ م تـ جـ دـ (أ)
لـ دـ (جـ بـ) =
أـ جـ دـ (لـ ئـ بـ).



٣ أـ بـ جـ مثلثـ مـ نقطة تقاطع الأضلاع على أضلاعـ دـ (جدـ أـ بـ) = ٣٥ وـ دـ (أـ بـ جـ) = ٣٥

- أـ جـ دـ (أـ دـ (بـ مـ جـ))
(بـ) دـ (مـ بـ جـ)
(جـ) دـ (بـ مـ جـ)

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النقط
- نظم قائمة
- تكون جدولـاً
- جـ مـ وـ تـ حـ قـ
- اعمل بطريقة عكـسـةـ
- استخدم التـفـكـيرـ المـعـلـقـيـ
- ارسم تمثـيلـاـ يـاـ
- حلـ مـسـائـةـ أـبـطـ



خصائص القطع المتوسطة للمثلث

Properties of Medians of a triangle

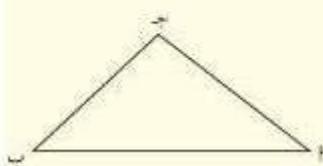
صلة الدرس في السابق تعرفت بالمحاور في المثلث. في هذا الدرس سوف تعرف
القطع المتوسطة للمثلث.

سوف تعلم
▪ خواص القطع المتوسطة
المثلث

القطع المتوسطة

امتدادات

الأدوات المستخدمة: فرجار، سطرة



\overline{AD} جـ مـلـثـ

١) اـنـجـ الفـرـجـارـ يـطـوـلـ يـسـاـوـيـ ثـالـيـ
طـوـلـ \overline{AB}

٢) يـدـوـنـ تـغـيـرـ فـحـةـ الفـرـجـارـ، مـنـ
أـرـسـ قـوـسـ فـيـ كـلـ جـهـةـ مـنـ \overline{AB}

٣) يـدـوـنـ تـغـيـرـ فـحـةـ الفـرـجـارـ وـمـنـ بـ إـرـسـ قـوـسـ فـيـ كـلـ جـهـةـ مـنـ \overline{AB} يـعـيـشـ تـقـاطـعـ
الـأـقـوـاسـ فـيـ ٢)

٤) حـلـ نـقـاطـ تـقـاطـعـ الـأـقـوـاسـ (هـذـهـ القـطـعـةـ الـمـسـتـقـيمـةـ هـيـ مـحـورـ \overline{AB}). سـمـ «ـمـ» نـقـطةـ
تقـاطـعـ هـذـهـ القـطـعـةـ معـ \overline{AB}

٥) حـلـ جـ، مـ. مـاـذـاـ تـمـثـلـ القـطـعـةـ الـمـسـتـقـيمـةـ جـمـ؟



من الامـتـدـادـاتـ

▪ يـسـتـخـدـمـ رـجـالـ الإـحـقـاءـ
خـلـوطـ مـقـاطـعـةـ لـلـرـكـبـ

عـلـىـ أـمـاـكـنـ الـحرـيقـ

المـصـلـحـاتـ الـأـسـاسـيةـ

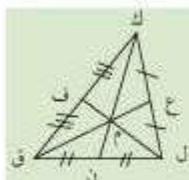
◀ القـطـعـةـ الـمـسـطـوـةـ

Median

القطع المتوسطة للمثلث

إن القطعة المتوسطة للمثلث هي القطعة المستقيمة التي تصل أي رأس للمثلث بمحنته
الضلع المقابل

مثال (١)

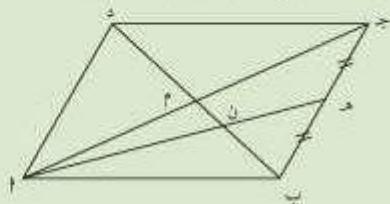


ارسم القطع المتوسطة للمنجل $\triangle ABC$

الحل: للمنجل ثلاثة أضلاع إذا نلاته قطع متوسطة وهي \overline{AD} , \overline{BE} , \overline{CF} ، لأن حيث إن F, G, H متصفات الأضلاع $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$ على التوالي

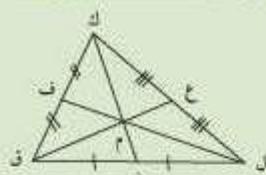
حاول أن تحل

١- بـ جـ مـوازـي أـضـلاـعـ مـرـكـوـهـ مـحـدـدـ القـطـعـ الـمـتوـسـطـهـ لـلـمـنـجـلـ $\triangle ABC$



كما هي الحال مع المحاور والأعنة ومصففات الزوايا الداخلية، فإن القطع المتوسطة للمنجل تقاطع في نقطة واحدة وهي نفس القطع نسبة ٢ من جهة الرأس

أي أن $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{1}$



مثال (٢)

إذا كانت A, D, B, E قطعان متوسطان في المثلث $\triangle ABC$ ، تقاطعاً في M . ماذا تمثل القطعة المستقيمة DE ؟

الحل

بما أن القطع المتوسطة في المثلث تقاطع في نقطة واحدة، فإن DE هي القطعة المتوسطة الثالثة في المثلث $\triangle ABC$.

حاول أن تحل

٢- هل تقع نقطة تقاطع القطع المتوسطة في المثلث فائماً الزاوية داخله أم خارجه؟



مثال (٣)

في الرسم في المثال (٢)، أوجد قيمة $\frac{BD}{DC}$. $\frac{BM}{MD}$

الحل:

م نقطة تقاطع القطع المترسفة في المثلث A بحدتها $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$

$$\text{إذا } AD = 2m \text{ و}$$

$$\text{ولكن } AD = DC + CM \Rightarrow$$

$$\text{إذا } DC = 2m \text{ و } CM = m \text{ و}$$

$$CF = 3m \text{ و}$$

$$\text{أي } CM = \frac{1}{3}CF$$

$$\text{وبالطريقة نفسها نحصل } \frac{BM}{MD} = \frac{2}{3}$$

حاول أن تحل

٢ في متوازي الأضلاع التابع لـ حاول أن تحل ١ أوجد قيمة $\frac{BM}{MD}$

لتحقق من مهمتك

١ ما واجه الاختلاف بين القطع المترسفة والمحاور؟

٢ ما نوع المثلث حيث تقع نقطة تقاطع القطع المترسفة خارج؟

هل يمكن إيجاد مثلث تقع نقطة تقاطع القطع المترسفة خارج؟



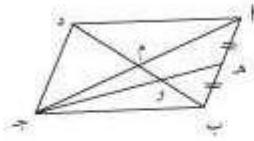
حل المسائل والتفكير المسطري

١) أب ج د متوازي الأضلاع مركبة مدب = ١٠ سم

هي متصرف \overline{AB}

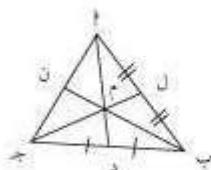
و نقطة تقاطع $\overline{AD}, \overline{BC}$

أوجد طول \overline{BD}

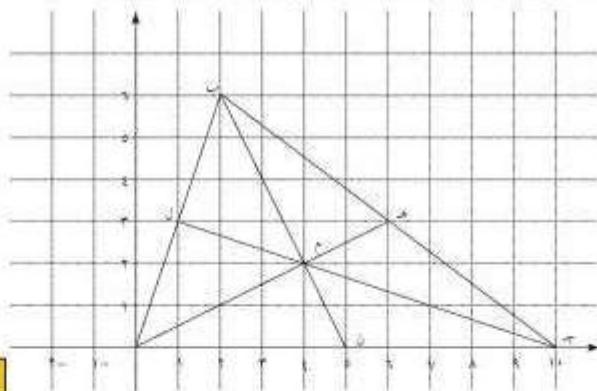


٢) أوجد AM إذا كان $MN = 15$ من، $M = 5$ من

(ب) أوجد طول LM إذا كان طول $LM = 54$ سم.



التحدي: أنت أن M هي نقطة تقاطع القطع المتوازية للمنتصف AB جـ



إسهامات حل المسائل

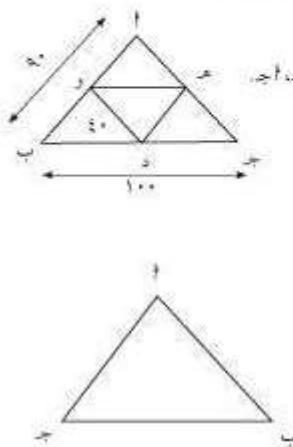
- ابحث عن النمط
- نظم قائمة
- تكون جدولًا
- حسن وتحقق
- اعمل بطريقة عكسية
- استخدم التفكير المسطري
- ارسم تسللاً بيانيًّا
- حل مسألة بسيط



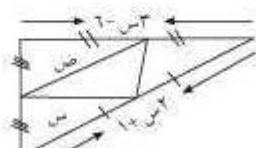
اختبار الوحدة الثامنة



١) حدد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه: إذا كان $\angle A = 7\text{سم}$, $\angle B = 3\text{سم}$, $\angle C = 9\text{سم}$

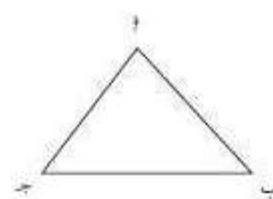


٢) في المثلث $A B C$: عدد هي متضادات الأجلاء أوجد: $A B$, $B C$, $C A$.

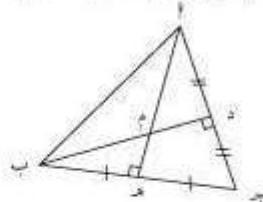


٣) أوجد س، ص، في الرسم:

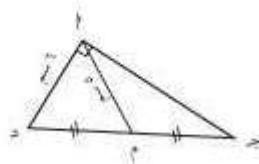
أ) بـ جـ مثلث
ارسم دائرة مرکزها على بـ جـ بحيث تكون مماسة للצלعين أـبـ، أـجـ.



٤) أوجد طول مـ جـ في الرسم: إذا كان مـ هـ = 6سم، هـ بـ = 10سم:



٥) في الرسم أوجد طول جـ دـ طول جـ أـ



اختبار الوحدة الثامنة



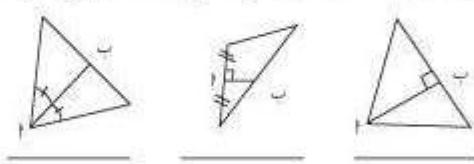
٨

٩

١٠

١١

٧. حدد ما إذا كان $\triangle ABC$ أحد الأعمة أو القطع المتisperطة للمثلث أو ليس أي منها.



(أ) ارسم مثلثاً $\triangle ABC$ جيتطابق الضلعين في $\triangle ABC$ حيث $AB = 5 \text{ سم}$, $BC = 3 \text{ سم}$

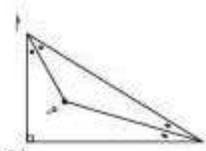
(ب) ضع النقطة D بحيث تكون D متوسط \overline{BC} .

(ج) أوجد طول \overline{CD} .

$\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B .

يتقاطع منصفان الزاويتين الداخليةين $\angle A$ ، $\angle C$ في H .

أوجد $\angle BHD$ ، $\angle CHD$.



$\triangle ABC$ مثلث، M منصف $\angle B$. على \overleftrightarrow{AM} ارسم D بحيث $AD = AM$

أثبت أن القطع المتisperطة في المثلث ADC هي DB تتقاطع في A

$\triangle ABC$ مثلث، $D \in \overline{AB}$

ارسم مستقيماً موازياً لـ \overline{AB} يمر في D وقطعه \overline{AC} في H .

تتقاطع منصفات الزاويتين $(\angle A)$, $(\angle C)$ في M .

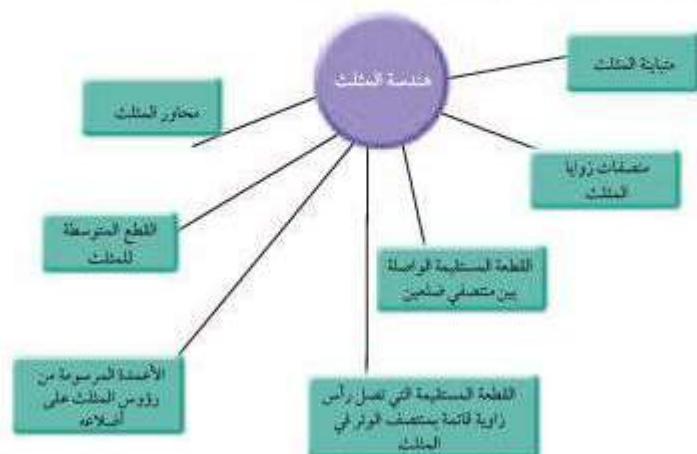
تتقاطع منصفات الزاويتين $(\angle A)$, $(\angle C)$ في N .

أثبت أن النقاط M , M , N هي على مستقيم واحد.

١٢

١٣

مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة



الوحدة الثامنة (٢) : هندسة المثلث

- في المثلث، مجموع طول ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث وهذه الخاصية تسمى م نهاية المثلث.
- في المثلث مختلف الأضلاع، تكون الزاوية الأكبر مقابلة للضلع الأكبر.
- إذا لم تساوي زاويتان في مثلث، يكون الضلع الأكبر مقابلًا للزاوية الكبيرة.
- إن القطعة المستقيمة الواسقة بين متصفي ضلعين في مثلث مواجهة للضلع الثالث وساوي طولاً نصف طوله.
- إن طول القطعة المستقيمة الواسقة من رأس الزاوية القائمة في المثلث قائم الزاوية يساوي نصف طول المفتر.
- في المثلث الثلاثي الستيني يكون الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 30° مساوياً لنصف طول المفتر، والعكس صحيح.
- إن حمور القطعة المستقيمة هو المسافة المتنصف لها، وتختلف حماور الأضلاع الثلاثة في المثلث بالنسبة نفسها.
- إن نقطة تقاطع المحاور لأضلاع المثلث هي على أبعاد متساوية من رؤوسه.
- تختلف منصفات الزوايا الثلاث الداخلية للمثلث في نقطة واحدة، ولنخ ننطلق تقاطع منصفات زوايا المثلث على أبعاد متساوية من أضلاعه الثلاثة.
- إن ارتفاع المثلث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعده ويتلاقى هذه الأعمدة في نقطة نفسها.
- إن القطعة المتوسطة للمثلث هي القطعة المستقيمة التي تصل أي رأس للمثلث بمنصف الضلع المقابل، تقاطع هذه القطع المتوسطة في نقطة واحدة وتقسم نقطة التقاطع هذه القطع المتوسطة بنسبة ١ : ٢ من جهة الرأس.

الوحدة النinth

النسبة والتناسب Ratio and Proportion

الدراسات الاجتماعية

تشكل أبعاد عدد لقدماء اليونان مستطيلًا ذهبيًا. المستطيلات التي تساوي النسبة بين طولها وعرضها $\sqrt{5} : 1$ تسمى المستطيلات الذهبية لأن شكلها معنٍ للعين.



الفنون

في لعبة كرة القدم، متوسط التهدبات المترافق هو نسبة مجموع أهدافه إلى عدد المباريات. أما متوسط التهدب للأعاب فهو نسبة عدد أهدافه إلى عدد المباريات التي شارك فيها.



مذوب العالم

كان النظام المالي البدائي في جزر المحيط الهادئ يفتر أن 10% ينقطع من حجم المدنساوي في الميزة ضد واحد من أسنان الحوت البيضاء.



أفكار رياضية أساسية

العلوم

النسبة هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه.

ضغط الدم يقاس كمية الضغط الarterي على الضغط الأ sistolic

المعدل هو نسبة بين كميتين تستخدم فيها وحدات قياس مختلفة.

معدل الوحدة هو مقارنة مع وحدة واحدة.

النسب المتساوية تقارن بين الكميات نفسها.

الناسب هو معادلة تساوي بين نسبتين.

النطان هو نسبة للقياسات على الرسم إلى القياسات الحقيقية للأشياء.

النسبة المئوية هي نسبة تقارن عدداً إلى ١٠٠.



مشروع الوجهة

لستك

أنت

جده

أمك

جسم جداراً كبيراً وأكتب عليه رسالة
لি�يجابية سوف تتحمل على الورق أو
على الحاسوب لتصميم الجدار. سوف يبلغ
المشروع درجة القصوى ببناء الجدار المقابل
الذي حاز على تصويت الطلاب في فرقة
الفنون.



تجزيد المعلومات المقدمة

تقسم المعلومات مهارة مهمة
لذا حل المسائل، وهي الرسم
من ذلك، فإنه في بعض الأحيان لا
تعطي بعض المعلومات المهمة.
ومن الضروري أن تكون قادرًا على
فرقة المسألة وفهم ما إذا كانت كل
المعلومات المطلوبة لحل المسألة
沐ندة أم لا.

التركيز على حل المسائل

حدد المعلومات الإضافية التي سوف تحتاج إليها حل المسألة.
بعض المسائل لا تتضمن معلومات تافهة.

- ١ تزيد سعاد شراء جهاز تسجيل أسباب سعاد أن تهدى أقراص مدمجة
لأشحاجها. العلة التي تحوي على
١٠ أقراص مدمجة تُسأله ٢ دينار
٢٨ ديناراً وافتقت منه على دفع
٤٠ ديناراً كل شهر حتى تدفع باقي
الدين. اكتب المعادلة التي توضح
المدة التي تحتاج إليها فاتن لدفع
كل المبلغ لإيجاد المبلغ المطلوب لشراء
٤٥ فرضاً مدمجاً.
- ٢ اتبعت سعاد الأسلوب نفسه لشراء
للمعاونة في دفع ثمن المشتريات،
يأخذ سعاد جهاز تسجيلها القديم
لتصفيتها لبلي بـ ١٠٥ دينار.
سوف تدفع لبلي جزءاً من أقساط
سعاد على التشغل حتى يسدد
كم هي تكالفة أجهزة الراديو؟
المبالغ المتداولة به لها اكتب
المعادلة موضحاً عدد الأقساط التي
تحتاج لبلي إلى دفعها.



مشاركة في المعلومات

تعلم الناس مع مرور الزمن، الواصل بطرق مختلفة، فلقد الطبلول، والارشادات المذكورة وله الاشارات حتى مكان المحكمة المحكمة تستخدم في عصرنا الحالي، وسائل الاتصال السلكية واللاسلكية للهدف نفسه، إنها تتيح للناس التواصل بسرعة ومن مسافات بعيدة، (TELE) كلمة اغريقية تعني بعيد، على مسافة،

مع اختراع التلفون عام ١٨٣٧، صارت سرعة التواصل توازي سرعة الصوت تقريباً (٢٩٩٠٠٠ كم/س أو ١٨٦٠٠٠ متر/ثانية).

وأثناء اختراع الكسندر غراهام بيل للهاتف وصول الصوت، الذي أصبح أكثر فعالية من إرسال الرسائل عبر شفرة "مورس".

فالراديو والتلفزيون والإنترنت كانوا ناجٍ الرغبة في وصول الأذكار والمعلومات سريعاً إلى جميع أنحاء العالم.

مع بدء الأقليات الجديدة سوف تم الاستفادة بوسائل اتصالات جديدة أكثر فعالية وسرعة.



4
5
6
7
8
9
10

- ١ ما أهمية أن يمكنك الاتصال سريعاً؟
- ٢ ما هي أجهزة الاتصال التي تستخدمها؟
- ٣ ما وسائل الاتصال المحكمة التي يمكن أن تشاهدها في المستقبل؟

النوايات والنسب المتساوية

Proportions and Equal Ratios

صلة الدرس تعلمت أن النسبة هي مقارنة بين كميتين. في هذا الدرس سوف ترى أن النسبة يمكن مقارتها بنسبة أخرى.

استكشاف

الأدوات المستخدمة: ورق، معلمات

- رجاءً؟ المزيد من طاقم العمل؟
- تريد (حدى الشركات الاستعانت به طلاب لتعظيم معلمات بطاقة وسرعة).
- ١ أوجد معدل ثني الأزرق في مجموعك (ثني ورقة بحيث يمكن وضعها داخل المقاس القالوبي للملحق) في الدقيقة.
 - ٢ أوجد معدل تعية المعلمات وإخلاصها (إدخال الورق المثنى وإدخال غطاء المخلف) في الدقيقة.
 - ٣ استخدم بياناتك لتقدير أو لحساب معدلات ثني الورق وتعية المعلمات في ساعة، ٤ ساعة، يوم، أسبوع، سنة، مدى الحياة.
 - ٤ افرض أن الشركة أخذت بجمع طاقب الفضل واستاجرتهم لإنجاز العمل. فكم من الوقت سستغرقه الفضل ثني وتعية وإدخال الغطاء ١٠٠ ألف ورقة؟ (هل يمكن عمل هذا المسؤول الرياضيات في السنة؟)

- ملحوظات تعلم
- إيجاد وتحديد نسبة
- ومعدلات متساوية.
- كيفية التحويل من نسبة
- ومعدلات متساوية في جداول.
- كيفية اختيار النسبة.

من الاستخدامات
يسخدم الفضاء غالباً نسبة
وتناسب لتحديد درجة المسماومة
وتحقيق الإخراج



تعلم

النسبة المتساوية والنوايا

النسبة التي تعطي الكمية نفسها تسمى **نوايا متساوية**، مثال: $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ كل منها يمثل $\frac{1}{3}$.

إليك طريقة لإيجاد نسب متساوية لنسبة معطاة:

$$\text{طريق البسط والقامع بعدد غير مطابقي}$$

$$\frac{18}{3} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{6}$$

قسمة البسط والقامع على عدد غير مطابقي

$$\frac{3}{1} = \frac{18}{6}$$

- المصطلحات الأساسية
- نسبة متساوية
- نسب متساوية
- نواب
- نوايا
- حرب تفاصلي



أمثلة

- ١) دفعت هذه فاتورة شهرية قيمتها ٢٠٠١ ديناراً مئتان و١٠ دقيقة مكالمات على الهاتف المحمول. أكمل الجدول التوجيهي التالي:

لذا
يمكّننا أخذ مثاب
على ٤٠ ولا يتغير في المد
 $\frac{٤}{٤} = \frac{٣}{٣}$

قيمة الفاتورة (بالدينار)	الدقائق
٢٠٠١	٤٠

الحل:

$$\text{استخدم عمليةقسمة لإيجاد نسبة } \frac{٢٠٠٦}{٤٠} = \frac{٥٠٦}{٤٠} = \frac{٥٠٦ - ٤٠}{٤٠} = \frac{١٠٦}{٤٠} = \frac{١٠٦}{٤٠} = ٢٥\%$$

الدقائق وعدها إلى بين النسبة $\frac{٤٠}{٤٠}$
في الجدول.

$$\text{استخدم القسمة لإيجاد النسبة التي يلي
بunar النسبة } \frac{٢٠٠٦}{٤٠} = \frac{٤}{٤} \times \frac{١٠٦}{٤٠} = \frac{٤}{٤} \times \frac{١٠٦}{٤٠} = ٤٠\%$$

في الجدول.

كل عمود من الجدول يمثل ممداً يساوي المعدل ٢٠٠١ دينار إلى ٤٠ دقيقة.

- ٢) يتقطع تهد ٦ دورات حول صلب أولمبي في ٢٠ دقيقة. قدر الوقت الذي يستغرقه لقطع ٢١ دورة، تكون جدول التوجيهي للسدادات التسارية.

الحل:

عدد الدورات	الدقائق
٢٤	١٨

٢٠ تقع بين ١٨ و٢٤ ولكنها قرينة من ١٨. سوف يستغرق حوالي ٦٥ دقيقة لقطع ٢٠ دورة.

حاول أن تحل

- ١) يسدد على قيمة الفاتورة الشهرية لهاته المحمول بمعدل ١ دينار لكل ٣٠ دقيقة. أكمل الجدول لإيجاد المعدلات التسارية لـ ٣٠٠١ لـ ٣٠٠٠١.

القيمة (بالدينار)	عدد الدقائق
٢٥	٤

(ب) يبلغ ثمن عشرين بطاقة دخول إلى الاحتفال ١٥ ديناراً. كون جدول للسدادات التسارية واستخدمه لتقدير ثمن ١٨ بطاقة.



في جدول النسب المتساوية، أي زوج من النسب يمكنه **نسبة**? النسبة هو معادلة تنص على أن النسبتين متساويتان، $\frac{7}{4} = \frac{11}{6}$ هي نسبة.

إذا كان **النسبة التقاطعية** لتنبيئ متساوية، فإن النسبتين تكونان نسبية. إذا كان الضرب التقاطعي غير متوازن، فإن النسبتين لا تكونان نسبية، وتكون النسبتان غير متساويتين.



$$8 \times 2 = 16$$

$$7 \times 2 = 14$$

هذا ليس نسبية



$$12 \times 2 = 24$$

$$15 \times 2 = 30$$

هذا ليس نسبية

مثال (٣)

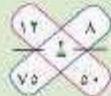
هل النسبة الآتية تكون نسبة؟

(ب) $\frac{8}{5}, \frac{12}{75}$

(أ) $\frac{35}{14}, \frac{25}{120}$

الحل:

أوجد النسبة التقاطعية

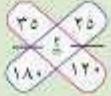


$$8 \times 75 = 600$$

$$12 \times 5 = 60$$

النسبتان تكونان نسبية

أوجد النسبة التقاطعية



$$35 \times 120 = 4200$$

$$25 \times 180 = 4500$$

النسبتان لا تكونان نسبية

حاول أن تحل

هل النسبة الآتية تكون نسبة؟

(ب) $\frac{6}{10}, \frac{15}{25}$

(أ) $\frac{2}{5}, \frac{15}{35}$

الحساب المنهجي

علاقة إيجاد مسكن حساب

المسافة دوارة، تكون أسرع ذلك

أن تدور ذلك

ذلك ما يغير إعداد ذلك إذا

كانت الأعداد التي تتعامل معها

بسهل سهلها

تحقق من فهمك

١ كيف يمكنك إثبات أن النسبتين متساويتان؟

٢ كيف يمكنك تكوين لتنبيئ متساوين متساوين نسبة معلومة؟

٣ كيف يمكنك استخدام جدول النسب المتساوية إذا كانت هناك أعداد غير مكتوبة في الجدول؟ فتر.

٤ إذا كانت هناك كميتان بينهما دالة علائقه تاسب، وكما عافت (حدى الكميتيين)، فماذا يحدث للكمية الأخرى؟ وماذا يحدث للكمية الثالثة إذا قسمنا الكمية الأولى على ٩٤



حل المسائل والتفكير المطابقي

إسرار إيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- أعمل بطاقة محكمة.
- استخدم التفكير المطابقي.
- أرسم قليلاً يائياً.
- حل سألة ببطء.

١ التواصل: اكتب لستين غير متساوين، وووضع لساده اهنا غير متساوين.

٢ المجلة: صنف طرفيتين لتحديد ما إذا كانت تبيان تكونان تابتاً أم لا. استخدم أميلة عدديه للتوفيق.

٣ التفكير الناقد: يوضح الجدول التالي تكاليف خدمة التشغيل لأنواع مختلفة من المكالمات.

تكاليف خدمة التشغيل

مكالمة عن طريق بطاقة	٤٥٠ ، دينار لكل مكالمة
مكالمة من المركز الأساسي	١٧٥ ، دينار لكل مكالمة
من شخص آخر	٢٢٥ ، دينار لكل مكالمة

(أ) إذا كانت تكلفة مكالبتين هو ٤٥٠ ، دينار، فما نوع الخدمة؟ ولماذا؟ وما نوع الخدمة إذا كان هذا المبلغ هو تكلفة ثلاث مكالمات؟

(ب) إذا كانت فاتورة الحساب لـ أحدى خدمات التشغيل السابقة هي ١١،٢٥٠ ديناراً، فما هي الخدمات المستخدمة؟ لماذا؟



٢-٩

ارتباط النسبات والرسومات البيانية Relating Proportions and Graphs

▪ صلة الدرس تعلمت أن نسبتين متساويتين تكونان نسبيتين، في هذا الدرس سوف تعلم النسبات من خلال الرسوم البيانية.

- سوف تعلم كيفية التحديد بين العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة.
- كيفية الربط بين ثابت النسبة والبيان.

النسبات

الأدوات المستخدمة: شريط متر، ورق بمقاس معين المستطيلات



من الاستخدامات يجب أن يستخدم المهندسون المعماريون النسبات في تصميمات أسطح البناء.



- ١ أحضر ورق مقاس $20 \text{ سم} \times 30 \text{ سم}$ وارسم قطعة، عين عشوائياً حمس نقاط متعددة على هذا القطع، ارسمها بعناية حتى لا تخرج عن الخط.
- ٢ أنشئ مستطيلات تكون نقطة القطع المختاراة هي الرأس الأعلى إلى جهة اليمين لكل مستطيل، قس طول وعرض كل مستطيل كرته، اصنع جدول لأ لهذه البيانات.
- ٣ نظم مخطط انتشار لبيانات الجدول.
- ٤ أوجد الميل بين مجموعة من آرواج نقاط. حفظ أي أنساط تجدها.

المصطلحات الأساسية
▪ ثابت النسبة Constant Of Proportionality

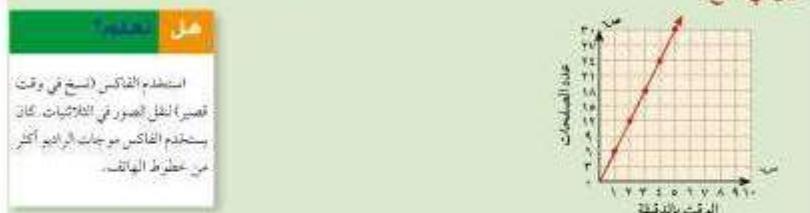
تعلم

في جدول النسبة المتساوية، تجد أن أي نسبتين متساويتين تكونان نسبيتين، يمكن أيضاً استنتاج علاقات أخرى من الجدول.



مثال (١)

يوضح الرسم البياني الوقت الذي يستغرقه لإرسال نسخ من الورق من خلال جهاز فاكس عندما يكون ذا جودة وسرعة عاليتين في الطبع.



(١) المعدل هو عدد الصفحات مقسماً على عدد الدقائق. ما المعدل لكل زوج من الأعداد؟

$$\text{المعدل} = \frac{6 \text{ صفحات}}{1 \text{ دقيقة}} = \frac{12 \text{ صفحات}}{2 \text{ دقيقة}} = \frac{18 \text{ صفحات}}{3 \text{ دقيقة}} = \frac{24 \text{ صفحات}}{4 \text{ دقيقة}} = 6 \text{ صفحات/دقيقة}$$

المعدل لكل زوج هو 6 صفحات/دقيقة.

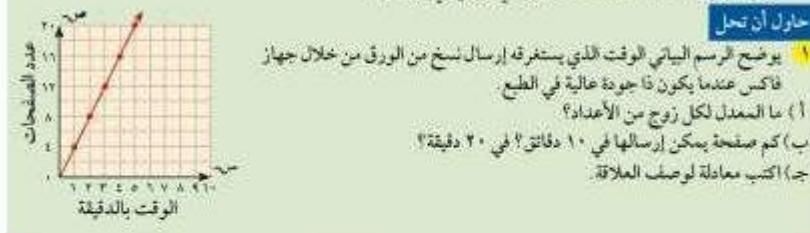
(ب) استخدم المعدل السابق. كم صفحة يمكن إرسالها في ٨ دقائق؟ وكم صفحة ترسل في ٢٠ دقيقة؟

$$\text{الحل: } \frac{6 \text{ صفحات}}{1 \text{ دقيقة}} \times 8 \text{ دقائق} = 48 \text{ صفحة} \quad \frac{6 \text{ صفحات}}{1 \text{ دقيقة}} \times 20 \text{ دقيقة} = 120 \text{ صفحة}$$

(ج) اكتب معادلة لوصف العلاقة.

ص = ٦ س تصف عدد الصفحات ص التي ترسل في س دقيقة.

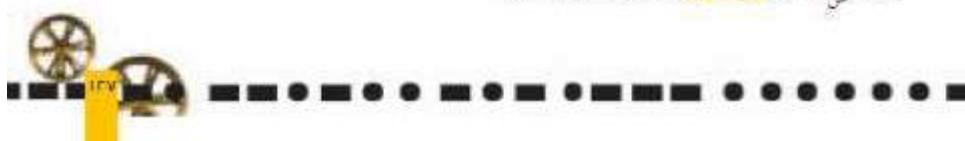
حاول أن تحل



إذا تضمينت قيمة ص على الرسم البياني لمثال (١) تجد أن قيمة ص متساوية لكل زوج من الأعداد.

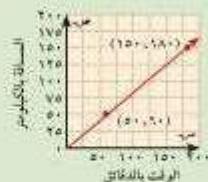
ص = $\frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \dots = 6$ ، لاحظ أن $\frac{6}{1}$ أو ٦ هي ميل المستقيم وأن الخط يمر ب نقطة الأصل.

القيمة $\frac{6}{1}$ تسمى ثابت النسب وعادة يرمز لها بالحرف m.



مثال (٤)

المسافة ص كيلومتر التي يقطعها سبارة في س دقيقة موضحة في الرسم البياني التالي



(أ) كون جدول قيم للرسم البياني، ثم أوجد قيمة م

الحل:

الوقت بالدقيقة (س)	المسافة بالكيلومتر (ص)
٣٠٠	٢٤٠
٢٥٠	٢٠٠
٢٠٠	١٦٠
١٥٠	١٢٠
١٠٠	٨٠
٥٠	٤٠
٠	٠

$$م = \frac{ص}{س} = \frac{٦٠}{٥٠} = \frac{٦}{٥}$$

(ب) أوجد السيل لأي تقطين على الخط ما العلاقة السيل بقيمة م

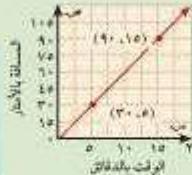
الحل:

$$\text{السيل هو } \frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{٦٠ - ٣٠}{٥٠ - ٣٠} = \frac{٣٠}{٢٠} = \frac{٣}{٢}$$

$$م = \frac{٦٠ - ١٥٠}{٥٠ - ١٢٠} = \frac{-٩٠}{-٧٠} = \frac{٩}{٧}$$

السيل يساوي ثابت النسب م

حاول أن تحل



٢ المسافة ص بالأمتار التي يقطعها زورق صغير في س دقيقة موضحة في الرسم البياني أدناه

(أ) كون جدول قيم للرسم البياني ثم أوجد قيمة م

(ب) أوجد السيل باستخدام إحداثيات أي تقطين على الخط ما العلاقة التي تربط قيمة السيل بقيمة م

تحت من فهمك

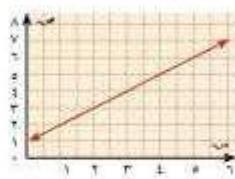
كيف يساعد مخلط الانتشار في إيجاد نسب متساوية؟

إذا كان هناك دائرة كهربائية متباينة، فماذا تعرف عن السيل عندما تمثل الكثافات بيانياً؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوازن: هل يظهر الرسم البياني المقابل علاقة تناوب؟ قم بـ



٢ التفكير الناقد: يقارن الرسم البياني المقابل بين معدلات الراتب لموظفين مخالقين داخل شركة لمعدات الحاسوب.

ما الذي يمثل القاء الخطين عند بداية المhour الأقصى للساعات؟

ما الذي يمثل القاء الخطين عند بداية المhour الرئيسي للراتب؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حسن وتحسن.
- أعدل بطرقة عكستية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيل بياني.
- حل سلة أبدأ



حل النسبيات

Solving Proportions

▪ صلة المدرس تعلمت كيفية تحديد ما إذا كانت نسبتان تكونان نسباً أم لا في هذا الدرس سوف تعلم كيفية إيجاد القيم لأي أعداد ناقصة في النسبة.

استكشاف حل النسبيات

سوف تعلم

- كيفية استخدام الحساب
- الذهني والضروري التقطاعي
- حل النسبيات

من الاستخدامات

- يحتاج القبض إلى التحكم
- بالمعدلات التي وفقاً لها تمثل الألات.



هل تستطيع أن تتحددنهم في الداخل؟

- ١ خذر كم عدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يحتشدوا ويقفوا في حجرة مساحة أرضها ٣٢ متر مربعاً (٨ × ٤ أمتار). كيف حدثت تقديرك لهذا؟
- ٢ استخدم البيانات السابقة لتقدير الإجابات عن الأسئلة التالية:
 - (أ) هل يمكن لثلاثيني المدرسة بالكامل أن يتواجدوا داخل هذه الحجرة؟
 - (ب) كم عدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يحتشدوا ويقفوا داخل قاعة المدرسة؟
 - (ج) هل يمكن لأفراد مجتمع بالكامل أو أفراد بلدة صغيرة أو مدينة كبيرة أن يقفوا داخل قاعة مدرسة؟
 - (د) كم تكون المساحة التي تحتاج إليها لنسع (ى كل أفراد مدينتك أو بلدتك؟
 - (ه) هل يمكن لجمهور دولة الكويت أن يتواجد داخل بلدة صغيرة؟
- ٣ هل توجد اعتبارات أخرى بالنسبة إلى عدد الأشخاص الذين تستطيع إيقافهم بـ نظام في مساحة معينة؟

تعلم حل النسبيات

تعلمت كيفية تحديد ما إذا كانت نسبتان تكونان نسباً أم لا وذلك باستخدام النسب المئوية، والحساب الذهني، والضروري التقطاعي. أحياناً لا تستطيع معرفة كل الأعداد في تاسب ما، يمكنك استخدام أي من هذه الطرائق لإيجاد العدد الناقص. تسمى هذه العملية حل النسب.



مثال (١)

تستطيع الآلة تصوير دلالة نسخ ٥ صور في دقيقتين. إذا كان لديها ٢٠ دقيقة لنسخ نص يتضمن بعض الصدقات لتوزيعه على قرير العمل، فكم عدد النسخ التي تستطيع تصويرها في ٢٠ دقيقة؟

الحل:

$$\text{ليكن } n = \text{عدد النسخ}$$

$$\frac{5 \text{ نسخ}}{2 \text{ دقيقة}} = \frac{n \text{ نسخ}}{20 \text{ دقيقة}}$$

استخدم الحس العددي لإيجاد n .
 $2 \times 20 = 40$ دقيقة ولذلك يكون $5 \text{ نسخ} \times 40 = 200 \text{ نسخة}$.
 يمكنها تصوير ٢٠٠ نسخة في ٢٠ دقيقة.

تعلم أنه في حال كان الفرق التقطعي للبيانين متساوياً، فإن البيانات تكونان تتساوى، فإن النسبتين تكونان تتساوى. عكس هذه القاعدة صحيح أيضاً: إذا كانت النسبتان تكونان تتساوى، فإن ناتج الفرق التقطعي يكون متساوياً.

إذا كان $\frac{5}{2} = \frac{n}{20}$ فإن $n = 100$ والعكس صحيح
الخاصية التبديلية يمكن أن تساعدنا في إيجاد أعداد مجهولة في النسب.

مثال (٢)

تواصلت صباحاً رفيقانها على الإنترنت بمتوسط ١٨٠ ساعة خلال شهر. إذا استمرت بهذا المعدل، كم عدد الساعات التي ستواصل فيها مع رفيقانها خلال سنة؟

الحل: افرض أن $n = \text{عدد الساعات}$ **غرف المختبر**

$$\frac{180 \text{ ساعة}}{2 \text{ شهر}} = \frac{n \text{ ساعة}}{\text{الكتاب المناسب}}$$

$$2 \times 180 = 2 \times n$$

$$2 \times 180 = 2n$$

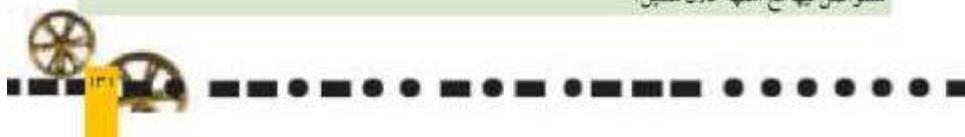
$$\frac{2n}{2} = \frac{2 \times 180}{2}$$

$$n = 180$$

سوف تواصل صباحاً ١٨٠ ساعة مع رفيقانها خلال سنة.

حاول أن تحل

تواصلت ريم مع أهلها على الإنترنت بمعدل ١٥٠ ساعة في ٣ أشهر. إذا استمرت بهذا المعدل، فكم عدد الساعات التي ستواصل فيها مع أهلها خلال سنتين؟



ما رأيك

حل النسبة: $\frac{5}{6} = \frac{20}{?}$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times \frac{5}{6} \\ \hline 100 \\ 20 \\ \hline 24 \end{array}$$

نحصل على ...
لأن أدرك أن 20 هي ناتج ضرب 4 × 5

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times \frac{5}{6} \\ \hline 100 \\ 20 \\ \hline 24 \end{array}$$

لإيجاد قيمة س، ناتج 6 × 4

قيمة س هي 24

هذا يعني أن $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ لأن التسنين متساويان، إذًا إجابتي صحيحة.



نبيل يفكر ...
يمكنني استخدام الاقرب التقاطعي لحل النسبة:

$$\begin{aligned} & \frac{20}{6} = \frac{5}{?} \\ & 20 \times ? = 6 \times 5 \quad \text{التب القريب التقاطعي} \\ & ? = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \quad \text{الضرب} \\ & ? = \frac{3}{2} \quad \text{قسم الطرفين على 5} \\ & ? = 1.5 \quad \text{إجابتي هي 1.5.} \end{aligned}$$

أي الطريقة سوف تستخدم؟ هل تستخدم الطريقة نفسها لحل النسبة $\frac{5}{6} = ?$

تحقق من فهمك

- ١ لماذا تستخدم طريقة الاقرب التقاطعي لحل النسبة؟
- ٢ وضح لماذا قد لا نحتاج إلى الاقرب التقاطعي عند حل النسبة؟
- ٣ ما الخطط التي يمكنك استخدامها لتقدير كميات النسبة؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: قام باتلو بيكاسو بفتح التمثال الشهير الموضع في ساحة المركز التجاري في شيكاغو. قبل تشييده عام ١٩٦٦، وقوع نموذج صغير له. إذا كان ارتفاع النموذج ١٠٥ سم، وعرضه ٤٨ سم، وكان ارتفاع التمثال الحقيقي ١٥,٢٤ متراً، فكم يكون عرضه؟

الإجابة: حل كلًا من الاحتمالات التالية:

$$(أ) \frac{5}{3} = \frac{1}{1 + \frac{3}{س}}$$

$$(ب) \frac{1}{3} = \frac{1}{س - \frac{3}{2}}$$

$$(ج) \frac{س - 3}{4} = \frac{1}{\frac{7}{4}}$$

$$(د) \frac{3}{4} = \frac{س}{2}$$

٢ التواصل: إذا علست عددين من أربعة أعداد في ترتيب، فهل يمكنك إيجاد العدددين الآخرين؟ نعم أو لا. لماذا؟

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- اعمل بطاقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم قصلاً بيانيًّا
- حل مسالة أسطورة



٤-٩

استخدام معدلات الوحدة Using Unit Rates

صلة الدرس لقد عرفت أن المعدلات هي النسب التي تقارن كميات ذات وحدات مختلفة وأن معدلات الواحدة تقارن بوحدة واحدة. تقييم معدلات الواحدة بصفة خاصة في حل النسبات.

- سوف تعلم كيفية إيجاد معدلات الوحدة واستخدام قوائين هذه المعدلات لحل مسائل النسب.

استكشاف معدلات الوحدة

مستلزمات الدرس: آلة حاسبة

كم صورة في ثانية واحدة؟

جهاز لعرض الصور، يعرض ١٩٢ صورة من فيلم قد تم صامت في ١٢ ثانية.



من الاستخدامات يجب أن يكون لدى المصورين القدرة على استخدام قواعد المعدلات لتحديد السرعة التي يحتاجونها للفيلم.



أكمل الجدول.

١٩٢	٣٢٨	٦٤	٣٢	٦٢	صور
٢٢					ثوان

- اكتب نسباتًا وحله لإيجاد عدد الصور التي يمكن عرضها في ثانية واحدة.
- ماذا يمثل معكوس ضرب الإجازة في البند رقم (١)؟
- كيف يمكنك استخدام إجابتك في البند رقم (٢) لإيجاد الوقت الذي يستغرقه عرض ٤٨ صورة؟ أي عدد من الصور؟

تعلم استخدام معدلات الوحدة

المعدلات هي النسب التي تقارن كميات ذات وحدات مختلفة. وتكرر أن معدل الواحدة هو مقارنة كمية بوحدة واحدة. بعض الأسئلة عن معدلات الوحدات هي ٥٥ كيلومترًا كل ساعة، ٢٤ صورة في كل دورة فيلم، ٥ دقائق لكل ساعة رعاية أطفال.

يمكن استخدام معدلات الوحدة لحل النسبات وتكوين قوائين المعدلات.



مثال (١)



فررت شركة سينمائية تصوير فيلم وتأتي
استخدمت هذه الشركة التي يشير كمساعد
صصور لعمل في الفيلم لمدة ١٢ أسبوعاً. في
نهاية الأسبوع الخامس الأولى سوف يتضمن
يثير مبلغ ٢٢٥ ديناراً. كم سيكون أجره في
نهاية الأسبوع الثاني عشر على هذا المعدل؟

$$\frac{225}{12} = 18.75 \text{ أوجد معدل الوحدة لاسبوع واحد}$$

سوف يحصل على ١٨.٧٥ ديناراً كل أسبوع.

$$18.75 \times 12 = 225 \text{ اضرب معدل الوحدة بعد الأسبوع}$$

سوف يحصل بثانية على ٢٢٥ ديناراً.

حاول أن تحل

٢ استخدمت الشركة نفسها التي عبدالله كمساعد للمخرج. وهو يحصل على مبلغ ٣٠٠ دينار في نهاية الأسبوع الخامس الأولى. كم يكون المبلغ الذي سيناله في
نهاية الأسبوع الناتج؟



بحاجة لإيجاد معدل
الوحدة قم بتحريكه في ذاكرة
الألة الحاسبة، ويمكنك
استخدامه عندما تحتاج إليه.

الترابط بالمستوى

تابع عادة كميات كبيرة
بمعدات منخفضة في المجال
لكن هذا لا يحدث دائمًا، فإن
بعض المجال تعرض معدل
الوحدة لسهولة المقارنة. لكن
للحظ أن معدلات الوحدة هذه
تتأثر بالمتغيرات وبطاقات
الشخص.

مثال (٢)

سعر علبة زينة قستان وزتها ٤٥٤ جراماً يساوي ٧٢٠ فلسًا، وسعر علبة زينة قستان وزتها
٣٤٠ جراماً يساوي ٥٨٠ فلسًا.

ما هو السعر الأفضل؟

الحل

أوجد سعر جرام واحد من زينة القستان التي وزتها ٤٥٤ جراماً.

$$\frac{720}{454} = 1.586 \text{ فلس}$$

استخدم معدل الوحدة لإيجاد عبارة تربط السعر والوزن من زينة القستان في العلبة الأولى.
و = وزن زينة القستان، من = السعر
فيكون من = $1.586 \times$ و

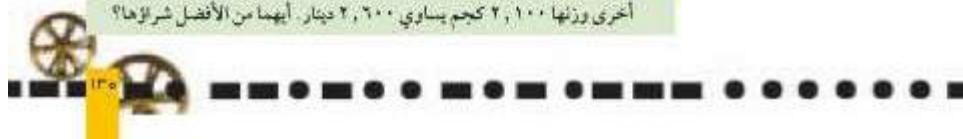
تسimpl و = ٣٤٠ لتجد سعر العلبة الثانية.

$$\text{من} = 1.586 \times 340 = 539.24 \text{ فلسًا}$$

هذا السعر أصغر من ٥٨٠ فلسًا. إذًا من الأفضل شراء العلبة الأولى.

حاول أن تحل

٣ ثمن علبة تنظيف وزتها ١,٣ كجم يساوي ١,٧٥٠ دينار، وثمن علبة تنظيف
آخر وزتها ٢,١٠٠ كجم يساوي ٢,٦٠٠ دينار. أيهما من الأفضل شراؤها؟



مثال (٣)

معدل حركة الفلم في آلة التصوير يقاس بعدد الصور في الثانية، معدل العرض السنالي هو ٢٤ صورة في الثانية. استخدم المقادير الآتية: $f = 24$

(أ) كم عدد الصور التي تعرض في ٢٠ ثانية؟

الحل

$$f = 24 \text{ ن} \quad \text{اكتب معادلة المعدل}$$

$$f = 20 \quad \text{عرض عن ن} \Rightarrow 20$$

$$f = 480 \quad \text{الضرب}$$

يمكن عرض ٤٨٠ صورة في ٢٠ ثانية.

(ب) كم من الوقت يستغرق عرض فيلم يتضمن ١٠٠٠ صورة؟

الحل

$$f = 24 \text{ ن} \quad \text{ف} = 24 \text{ ن}$$

$$1000 = f \cdot t \quad \text{عرض عن ف} = 1000$$

$$1000 = 24 \cdot t \quad \text{القسم كل طرف على 24}$$

يستغرق عرض فيلم يتضمن ١٠٠٠ صورة حوالي ٤٢ ثانية.

حاول أن تحل

هل **لتحلها**

إذا كان معدل آلة التصوير أعلى من
معدل العرض، فإنها يحصل حركة بطيئة،
اما إذا كان أصغر من معدل العرض،
فهذا يخلق حركة سريعة.

(أ) للتقديم حركة بطيئة في عرض الصور، يجب أن يكون معدل آلة التصوير أعلى

من معدل العرض، افرض أن معدل آلة التصوير هو ٤٨ صورة في الثانية.

استخدم المقادير $f = 48$ ، كم عدد الصور التي يمكن عرضها في ٦٠ ثانية؟ وكم

من الوقت يستغرق عرض ١٢٠٠ صورة؟

(ب) تسجل آلة تصوير فيديو حوالي ٣٠ صورة كل ثانية، هذا المعدل يستخدم

عندما يكون الفيديو جاهزاً، ما القانون الذي يستخدم لتعيين الوقت الذي

يستغرقه تسجيل ٩٠٠٠ صورة؟ وما هو هذا الوقت؟

تحقق **من لهمك**

١. كيف يمكن تحويل المعدلات إلى معدلات وحدة؟

٢. ما النسبة الذي ينطوي مع قانون المعدل $M = k \cdot t$ ؟

٣. ما العمليات التي تساعدك في قانون المعدل؟



حل المسائل والتفكير المعملي

١ التواصيل: في إحدى ناطحات السحاب يقع الطابق ١٠٢ على ارتفاع ٣٨١ مترًا والطابق ٨٦ على ارتفاع ٣٢١ مترًا. هل ارتفاع الطوابق مناسب؟ فسر.

٢ التفكير الناقد: يكلف رغيف خبز مقدم إلى ٢٠ قطعة ٣٥١ دينار، وعلبة زبدة وزنها ٤ جرامًا ٢٥٠ دينار، وعلبة جبلى وزنها ٢٢ جرامًا ٤٠ دينار. إذا قمت بتحضير من شطيرة مستخدماً قطعتين من الخبر، وحوالي ١ جرام زبدة، ٣ جرام جبلى، فقدر القيمة المئوية لتكلفة الشطيرة.

٣ المجلة: أعط مثالين من مواقف حياتية تشمل إيجاد معدلات وحدة

٤ التفكير الناقد: تصوير أحد الأفلام استخدم آلة تصوير تستطيع التقاط ٩٦ صورة في الثانية. ما الفرق بين عدد الصور التي تستطيع آلة التصوير هذه التقاطها وعدد الصور التي تستطيع آلة تصوير عادي التقاطها في ٢٠ ثانية إذا كان المعدل ٢٤ صورة في الثانية؟

٥ التفكير الناقد: يوجد في إحدى المدارس الكبرى حوالي ١٠ آلاف طالب، والسبة بين عدد الطلاب وعدد المدرسين ١٢٥.
(أ) كم عدد المدرسين في هذه المدرسة؟
(ب) تزيد المدرسة أن تخفض النسبة بين عدد الطلاب وعدد المدرسين إلى ١٠٢٣، ووضح كيف تستطيع المدرسة أن تفعل ذلك.

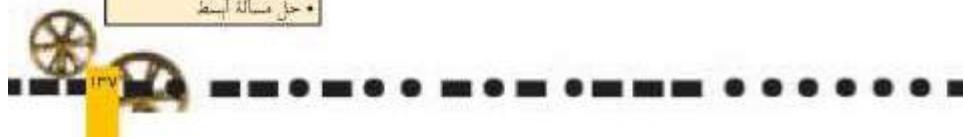
٦ أيهما أفضل للشراء:

إستراتيجيات حل المسائل
• أبحث عن النطء.
• تقم قائمة.
• أعمل جدولًا.
• هن وتحقق.
• أعمل بطرقة عكسية.
• استخدم التفكير المعملي.
• أرسم تمثيلاً بيانيًّا.
• حل مسالة أبسط.

(أ) ١٥ حافظة بطاقات بسعر ٧٥٠، ٠ دينار أو ٨٠ حافظة من النوع نفسه بسعر ٥٠٠، ٣ دينار؟

(ب) ١ كيلوجرام بين سعر ٥٢٠، ٠ دينار أو كيلوجرام من النوع نفسه بسعر ٣٠٠، ٢ دينار؟

(ج) ٢٠ أسطوانة حاسوب بسعر ٣٩٠٠، ٣ دينار أو ١٢ أسطوانة من النوع نفسه بسعر ٢٦٠٠ دينار؟



٥-٩

حل المسائل باستخدام المعدلات والتناسبات Problem Solving Using Rates and Proportions

● صلة الدرس تعلمت كيفية حساب معدلات الوحدة والتناسبات. في هذا الدرس سوف تستخدم هذه المفاهيم لحل المسائل.

استكشاف المعدلات والتناسبات



أنت ربحت!

عرض محطة إذاعة M- FM مكافأة سوف يحصل الفائزون في هذه الإذاعة بمستوى ويقولون له: أنت الفائز وعليك أن تختر ٥ كيلوجراماً من قطع النقود المعدنية التالية:
٥ فلوس، ١٠ فلوس، ٢٠ فلوس، ٥٠ فلس و ١٠٠ فلس.

تأمل أن تكون أحد الربحين وترغب في الحصول على أكبر مبلغ ممكن. إذا ستحت على شبكة الإنترنت وتحدد المعلومات التالية:

قطع النقود المعدنية	عدد القطع في كل كيلوجرام
٥ فلوس	٤٤١
١٠ فلوس	٣٢١
٢٠ فلس	٦٧٦
٥٠ فلس	٨٨
١٠٠ فلس	

سوف تتعلم
● كيفية حل المسائل باستخدام
المعدلات والتناسبات.

من الاستخدامات
غالباً ما تستخدم المركبات
التناسبات عندما تقوم بغير
الحالات التي تدخل الوريد.



- ١ هل هناك قطعة نقود معدنية أو أكثر سوف تستبعدها مباشرةً لماذا؟
- ٢ كم يكون وزن كل نوع من قطع النقود المعدنية؟ فسر.
- ٣ ما قيمة كل نوع من قطع النقود المعدنية بالدينار؟ ما نوع القطع التي تحتوي أكبر مبلغ؟ كم قطعة نقود تعادل المبلغ؟
- ٤ اكتب النسبة الذي يربط بين الوزن والقيمة؟

تعلم: حل المسائل باستخدام المعدلات والتناسبات

مهارة حل المسائل أمر هام جدًا في حل المسائل التي ترتبط بالمعدلات والتناسبات.
غالباً ما يكون من الأفضل تقسيم المسألة إلى خطوات مختلفة.



مثال

يسفر انفجار ذات تأثيرات خاصة $\frac{1}{2}$ من الثانية، بصوراته تصوير ذات سرعة كبيرة، بمعدل ٩٦٠ صورة كل ثانية.
عندما عرضت في الفيلم الحقيقي استغرق المشهد ٥ ثوان لظهور بطيئة أصخم.
كم عدد الصور التي انتقطت؟ وكم صورة يجب أن تعرض كل ثانية؟

الحل:

لدينا مدة الانفجار والسرعة التي صور بها في الفيلم، ونريد أن نجد السرعة التي يعرض بها المستغرق ٥ ثوان
أوجد هذه الصور التي انتقطت في الفيلم، ثم استخدم الإجابة لإيجاد معدل العرض.

$$\text{عدد الصور التي انتقطت} = \frac{1}{2} \times 960 \text{ صورة/ثانية} = 480 \text{ صورة}$$

يجب أن تعرض ٤٨٠ صورة في ٥ ثوان

$$\text{عدد الصور التي تعرض كل ثانية} = \frac{480}{5} = 96 \text{ صورة بالثانية}$$

يجب أن يكون معدل العرض ٩٦ صورة في الثانية.

حاول أن تحل

- ١ صورت مؤشرات خاصة صغيرة لأنهيار حسر في $\frac{1}{2}$ ثانية، تم التقاطها بالآلة تصوير ذات سرعة عالية بمعدل ٢٤٠ صورة كل ثانية، عندما يعرض ذلك في الفيلم الحقيقي لابد أن يستغرق المشهد ٤ ثوان، كم عدد الصور التي انتقطت؟ وكم صورة يجب أن تعرض في الثانية؟

تحقق من نهضتك

١ هل يمكنك عمل تناوب من المثال أعلاه؟

٢ لماذا أدركنا أنه يجب تقسيم المسألة إلى خطوات أصغر؟



حل المسائل والتفكير المسطري

إسرار بحثيات حل المسائل

- أبحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- أعمل بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المطعن.
- أرسم تسللاً بيانيًّا.
- حل سلسلة إبطة.

١ مجموعة (أ) تحتوي على ١٧٥ شخصًا، وسوف يتم اختيار ٥ من الأشخاص في المجموعة (أ) لربح تذاكر مجانية لحضور حفل موسيقي. هناك مجموعة أخرى (ب) من شأنها أن تلقى نفس عدد التذاكر التي تلقاها المجموعة (أ)، ولكن هناك ٥٨٥ شخصًا في تلك المجموعة. ما هي نسبة غير الفائزين في المجموعة (أ) لغير الفائزين في المجموعة (ب) بعد توزيع التذاكر؟



٢ التفكير الرياضي: عندما تقوم بالتبديل على دراجة ذات تروس، كما هو موضح في الشكل أدناه، فإنه عند لف الدوامة دورة واحدة تلف العجلة الخلفية ١٨٥ مرة، ما المسافة التي ستحركها إطار الدراجة عند التبديل مرة واحدة؟

٣ تجمع النحلة الشغالة رحيقًا كافياً طوال أيام حياتها (حوالى شهرين) ليصبح $\frac{1}{2}$ كيلوجرام من العسل.
 (أ) كم كيلوجرامًا من العسل سنحصل عليه من رحيق تم تجميعه بواسطة مستعمرة تحل تحتوي على ٢٠٠٠ نحلة هاملة؟
 محيط إطار الدراجة = ٢٠٧,٥ سم

(ب) كم عدد غلاب العسل التي يمكن إنتاجها إذا كانت كل غلبة تزن $\frac{1}{2}$ كجم؟



٦-٩

المقياس ومقاييس الرسم والنماذج Scale, Scale Drawing and Models

صلة الدرس تعلمت كيف تعامل مع النسب والنسبات، والآن سوف تستخدم هذه المفاهيم لفهم كيفية صنع النماذج والرسومات باستخدام مقياس الرسم.

استكشاف المقياس

تشابك المستويات الأدوات المستخدمة: ورق رسم بياني، لوحة رسم



- ١ ارسم مستطيلًا على لوحة الرسم أو على ورق رسم بياني، قس الطول والعرض.
- ٢ ارسم مستطيلًا آخر أكبر منه، أى له الشكل نفسه ولكن ليس بالمقاس نفسه، قس الطول والعرض.
- ٣ أوجد النسبة بين الطولين، والنسبة بين العرضين لكل من المستطيلين، ماذا تلاحظ؟
- ٤ ارسم عدة مستطيلات بحيث يكون لها الشكل نفسه ولكن ليست بالمقاس نفسه، قس طول وعرض كل مستطيل، أوجد النسب بين الطولين والنسب بين العرضين بين كل مستطيلين، ماذا تلاحظ؟

سوف تعلم كيفية استخدام المقياس وإنشاء مقاييس للرسم

من الاستخدامات غالباً ما يصنع قارب المزادات الخاصة بناج بطيئاً رسم لمسيحي، الأشخاص، والحيوانات، والآليات لأفلامهم.



المصطلحات الأساسية

- مقياس رسم Scale drawing
- مقياس Scale
- معلمات مشابهة Similar Polygons

تعلم المقياس، مقاييس الرسم، النماذج

يرسم الشكل المقابل مقاييس رسم شكل شيء معين لكن ليس بمقاييسه الحقيقية، مقياس الرسم هو النسبة بين المقاييس في الرسم والمقاييس الحقيقية، يكتب الطول في الرسم دائمًا كقيمة أولى في النسبة، الأبعاد في الرسم هي تضخيم أو تكبير بالنسبة نفسها أو بمقياس الرسم، إذا كانت القيمة الأولى للنسبة هي الأصغر، فإن مقياس الرسم يسمى تضخيمًا، أما إذا كانت القيمة الأولى للنسبة هي الأكبر، فإن مقياس الرسم يسمى تكبيرًا.

غالباً ما يستخدم مقياس الرسم عندما تشخص الكائنات الميكروبية



مثال (١)

تعرف أكثرون بكثيرها اكتشفت بواسطة علماء الكائنات الدقيقة باللولوة الكبريتية من ناميبيا وطولها حوالي $100,75$ سم، فربما صنع رسم لهذا النوع من البكتيريا بمقاييس رسم 100 سم: 1 سم، ما طول البكتيريا في الرسم؟

الحل:

$$\begin{array}{c} \text{الطول في الرسم} \rightarrow 100 \text{ سم} \\ \text{الطول الحقيقي} \rightarrow 1 \text{ سم} \\ 1 \text{ سم} = 100 \times 100,75 \text{ سم} \end{array}$$

استخدم الضرب التناصفي

$$100,75 = 100 \times 1 \text{ سم}$$

الرسم

طول البكتيريا في الرسم هو $100,75$ ملليمترًا

غالبًا ما يستخدم مقياس رسم في التصميمات الهندسية للمباني والأشكال. عند صنع مقياس الرسم، فإنه من الجيد اختيار مقياس رسم مناسب.

مثال (٢)



افرض أنك قررت صنع نموذج بمقاييس رسم لسوق مدينة ذي أبعاد $7,32 \times 11$ مترًا، اختر مقياس رسم يسمح لك بالرسم على لوحة من الورق أبعادها 40×50 سم.

الحل:

إذا استخدمنا 1 سم = 5 أمتار، فإن الرسم المطلوب تكون أبعاده $1,44 \times 2,2$ سم وهذا غير ملائم لمقاييس الورقة.

حاول أن تأخذ مقياس الرسم 1 سم = 1 متر.

$$\begin{array}{c} \text{المقياس في الرسم} \rightarrow 1 \text{ سم} \\ \text{العرض الحقيقي} \rightarrow 1 \text{ متر} \\ 1 \text{ متر} = 7,32 \text{ أمتار} \end{array}$$

المقياس في الرسم

فيبكون $1 \text{ سم} = 7,32 \times 4 = 29,28$ سم

العرض الحقيقي

أي أن العرض سوق يكون $29,28$ سم

$$\begin{array}{c} \text{المقياس في الرسم} \rightarrow 1 \text{ سم} \\ \text{الطول الحقيقي} \rightarrow 1 \text{ متر} = 11 \text{ أمتار} \end{array}$$

المقياس في الرسم

فيبكون $1 \text{ سم} = 11 \times 4 = 44$ سم

الطول الحقيقي

أي أن الطول سيكون 44 سم إذا استخدمنا مقياس رسم 1 سم = 1 متر، أبعاد الرسم تكون $44 \times 29,28$ سم ملائمة لمقاييس اللوحة.

حاول أن تحل

١) افرض أنك قررت صنع نموذج هندسي لحديقة أبعادها 40×50 م. اختر مقياس رسم يسمح لك بالرسم على لوحة أبعادها 6×9 سم



المثلثات المتشابهة: يكون لها الشكل نفسه ولكن ليس لها المقاييس نفسه، وتكون أطوال أضلاعها متناسبة. يمكن أن تساعدك هذه النسبات على إيجاد الطول الناقص في زوج من المثلثات المتشابهة.



أمثلة:

١) أوجد النسبة المئوية في المثلثين المتشابهين الآتيين

	الحل $\frac{45}{30} = \frac{25}{n}$ أكتب النسب $1350 = 25n$ المضرب المتقابل $n = \frac{1350}{25} = 54$ النسخ على 25
--	---

٢) عند رسم صورة ذاتقياسات التالية ٨ سم × ١٠ سم، تزيد تصغيرها لثلاثة أطارات
صغرى. عرض الصورة المصغرة $\frac{1}{3}$ سم، فما ارتفاعها؟

	الحل ارتفاع الصورة = ٩ سم $10 \text{ سم} = \frac{9 \text{ سم}}{\frac{1}{3} \text{ سم}}$ أكتب النسب $10 \text{ سم} = \frac{1}{3} \times 9 \text{ سم}$ المضرب المتقابل $30 \text{ سم} = 9 \text{ سم}$ النسخ $9 \text{ سم} = \frac{3}{8} \text{ سم}$ ارتفاع الصورة المصغرة هو $\frac{3}{8}$ سم
--	--

النصائح
في بعض الأحيان يمكنك
أن تستخدم المساب المعمي
المضرب المتساوي للنسبة
المترتبة على المعرفة

حاول أن تحل

٣) أوجد النسبة المئوية في شهري المعرفتين المتشابهتين



تحفظ من تهمشك

- ١ ما هي إمدادات استخدام مقياس الرسم؟
- ٢ ماذا يحدث للرسم عند تغيير مقياس الرسم من ١ سم: ١٠٠ أمتار إلى ١ سم: ٣٠٠٠ متر؟ وعند تغييره إلى ١ سم: ٢ متر؟
- ٣ كيف يمكن لمقياس الرسم المستخدم في رسم شكل أو عمل خريطة أن يساعدنا في إيجاد المقياس الحقيقي أو المسافة الحقيقية؟
- ٤ كيف تستطيع إيجاد مقياس الرسم لخريطة غير مطبوع عليها مقياس الرسم؟

حل المسائل والتفكير المعملي

- ١ المجلة: ما أهمية أن ترسم خريطة للطريق مستخدماً مقياس الرسم؟

٢ التواصل: ما أوجه الشبه بين الأشكال الموسومة بمقياس الرسم والأشكال المتشابهة؟

٣ التفكير الناقد: تم صنع نموذجين للمركب عليه التموج الأول استخدم فيه مقياس الرسم ١:٢٠٠٠ والنموذج الآخر استخدم فيه مقياس الرسم ١:٣٠٠٠، فما الذي سيكون أكبر؟ فسر إجابتك.

إسرا اتجاهات حل المسائل
<ul style="list-style-type: none">• ابحث عن النمط.•نظم قائمة.• اعمل جدولًا.• حل وتحقق.• اعمل بطاقة عكسية.• استخدم التفكير المعملي.• ارسم تدليلاً بيانياً.• حل مسألة أبسط.



**الوحدة
الناتسعة (ب)**

**فهم النسب المئوية
Understanding Percents**

غذاوك... هوبيك

ما هو طعامك المفضل؟ وما هي المكونات التي يضمنها؟
هل مذاقه حلو أم مالح؟

هل يكون معظمه من الخضروات، أم من الفاكهة أم من
الخبز، أم من اللحوم، أم شيء آخر؟ هل طعامك صحي؟
هل يعطيك الطاقة اللازمة أم أنه يقلل من قدرتك الجسدية؟
هل يحتوي على بعض المكونات التي قد تسبب لك
حساسية؟ كان بإمكانك الإجابة عن بعض من هذه السؤالات
قبل عام ١٩٩٠ وليس كلها.

منذ عام ١٩٩٠، بعد اكتشاف المعلومات الغذائية وتأثير
التعليم، بدأت مطاعم الوجبات السريعة بتقديم معلومات
غذائية عن الأطعمة مثل الهمبرجر، والبطاطا وغيرها.
المعلومات الغذائية أيضاً مطلوبة للأصناف التي تشربها من
محلات البقالة. يحتاج كل شخص إلى كمية معينة من المواد
الغذائية يومياً مبنية على كمية السعرات الحرارية التي يحتاج
إليها الشخص. الكمية المطلوبة من كل مادة غذائية هي النسبة
اليومية للحصول على ٧٠٠٠ سعرة حرارية.

قراءة البيانات على الأطعمة الجاهزة لمعرفة فوائدها
الغذائية يمكنها أن تساعدك في أن تقرر نوعية الطعام الذي
لا بد أن تأكله لكن ي Steele بالطاقة اللازمة للقيام بنشاطاتك
الখلقية.

- ١ صُف غذاءك الشخصي، وأعطي وصفاً تصبيحاً يدل
الإمكان عن النسبة الغذائية لمكوناته
- ٢ لماذا يمكن من الأهمية تنظيم قائمة توفر مكونات
الطعام؟



النسبة المئوية والكسور العشرية والكسور الاعتيادية

Percent, Decimals and Fractions

صلة الدرس لقد مثلت النسب في صورة كسور اعтикаدية وكسور عشرية، والآن سوف تعلم كيفية تمثيل النسبة في صورة نسبة مئوية.

استحق الكسور الاعتيادية، والكسور العشرية والنسبة المئوية

تحويلات محوسبة مستلزمات الدرس: آلة حاسبة بمحضن

استخدم الآلة الحاسبة للتحويل بين الكسور الاعتيادية والكسور العشرية والنسبة المئوية.



- ١ أدخل $\frac{3}{4}$ ماذا يظهر لك؟ اضغط ماذا يظهر لك؟ كرر هذه العملية مع كل كسر من الكسور التالية:

- (أ) $\frac{1}{5}$
 (ب) $\frac{2}{3}$
 (ج) $\frac{3}{4}$
 (د) $\frac{5}{8}$

- ٢ أدخل $0,3\overline{3}$ ماذا يظهر لك؟ اضغط مرة أخرى، ماذا يظهر لك؟ كرر هذه العملية مع كل كسر عشري من الكسور التالية أو كل عدد عشري من الأعداد التالية:

- (أ) ١,٧٥
 (ب) ٠,٨٥
 (ج) ٠,١٣
 (د) ٢,٢٥

تعلم النسبة المئوية والكسور العشرية والكسور الاعتيادية

أنت تجد النسب المئوية في كل مكان: 20% خصم، 79.5% خال من الكوليسترول، خصومات تزيد عن 10% ، **النسبة المئوية** هي نسبة تقارن عددياً إلى 100 . ولحظة النسبة المئوية تعني عدد الأجزاء من 100 .

غالباً ما ترى النسب المئوية ممثلة بيائياً بدائرة. أحياناً يسمى التشكيل البياني بدائرة بالقطعايات الدائرية.

سوف تعلم
كيفية التحويل بين الكسور
الاعتيادية والكسور العشرية
والتنسب المئوية.

من الاستخدامات
يستخدم المعلموون النسب
المئوية في كثير من الحالات
الصحف التي يتقارروها.



الصطلاحات الأساسية

نسبة مئوية

Percent
Circle Graph



مثال (١)



غالباً ما نحتاج إلى أن تحول الكسور الاعتيادية وال العشرية إلى نسبة مئوية .

في الجدول الموضح، ١٨ جزءاً من ١٠٠ من السعرات الحرارية دهون، هذا الجزء يمكن أن نعبر عنه بعده طرق.

في صورة كسر عشري	في صورة كسر اعديادي	بالصورة	في صورة نسبة
$\frac{18}{100}$	$\frac{18}{100} = 0,18$		$18\% = \frac{18}{100}$

كل من التعبيرات السابقة يمكن أيضاً أن تمثل نسبة مئوية .

$$\frac{18}{100} = 0,18 = 18\%$$

عند إعادة كتابة نسبة على صورة كسر عشري أو كسر اعديادي أو نسبة مئوية، من الأفضل أن نستخدم أجزاء من المائة.

بعض من النسب المئوية التي كثيراً ما نستخدمها ملخصة في الجدول التالي:

لاحظ أن الكسور الاعتيادية في الجدول كلها في أبسط صورة

نسبة مئوية	كسر اعديادي								
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$



مثال (٢)

(١) أعد كتلة $\frac{3}{4}$ في صورة نسبة مئوية (ب) أعد كتلة $\frac{3}{4}$ في صورة نسبة مئوية

الذكر
تعرب الكتلة المئوية
عن كسر عشرى أو اعىادى مئوى
مثلاً $\frac{3}{4}$ هي نسبة
عشرى $\frac{3}{100}$ ولكن
هي نسبة مئوية 3%
أى $\frac{3}{100}$ على 100 .

لأن المقام ليس عاملًا لـ 100 ، أقسم البسط على المقام لتحويل الكسر الاعيادي إلى كسر عشرى.

$$\frac{3}{62,5} = \frac{3 \times 8}{625 \times 8} = \frac{24}{500} = \frac{6}{125} = 6\%$$

حلول أن تحل

١ أعد كتلة كل كسر عشرى أو اعىادى مائى واتبه على صورة نسبة مئوية.

- (١) (أ) 82% (ب) 125% (ج) $\frac{1}{4}\%$ (د) $\frac{1}{8}\%$ (ه) $\frac{3}{4}\%$

يمكنت أيضًا تحويل النسبة المئوية إلى كسور عشرة وكسور اعىادية. وقد يساعدك أيضًا لو قررت في «أجزاء من المائة».

مثال (٣)

تحتوي شرة الطبع على 92% من الماء و 8% من المواد الكربوهيدراتية

(١) أعد كتلة 92% في صورة كسر اعىادي وكسر عشرى

الحل

$$\frac{92}{100} = \frac{92}{100}$$

$$\text{أكتب في صورة كسر عشرى بمقام } 100 \quad \frac{92}{100} = 92\%$$



(ب) أعد كتابة $\frac{7}{9}$ في صورة كسر اعديادي وكسر عشري:

الحل:

أكتب في صورة كسر اعديادي مقاومة:

$$\frac{7}{9} = \frac{1}{1}$$

أضرب كلاً من البسط والمقام في ١٠:

$$\frac{7}{9} = \frac{10 \times 7}{10 \times 9} = \frac{70}{90}$$

أكتب في صورة كسر عشري:

$$0,7\dot{0}$$

توجد طريقة أخرى لتحويل النسبة المئوية إلى كسر عشري وهي أن تلغي إشارة٪ ونحرك الفاصلة العشرية مرتين إلى اليسار، مثال على ذلك:

$$0,92 = \frac{92}{100} = 0,92$$

$$0,069 = \frac{69}{1000} = 0,069$$

حاول أن تحل

أعد كتابة كل نسبة مئوية في صورة كسر اعديادي وكسر عشري.

(ج) $\frac{12}{14}$ (د) $\frac{1}{100}$ (ب) $\frac{9}{10}$

تحقق من فهمك

١. كيف يتم تحويل الكسور الاعديادية إلى نسب مئوية؟

٢. كيف يمكنك أن تعرف ما إذا كان الكسر العشري أو الكسر الاعديادي عند كتابته في صورة نسبة مئوية أكبر من ٩٠٪ أو أصغر من ٩٪؟

٣. أيهما أكبر $0,7\dot{0}$ أم $0,7\dot{9}$ لماذا؟



حل المسائل والتفكير المطابقي

١. المجلة: وضع الفرق بين ٥٥٠، ٦٥٠، ٧٥٠، ٨٥٠، ٩٥٠.

٢. التواصل: ٩٠٪ يعني ٩٠ من ١٠٠. وضع كيف يمكن لطالب أن يحصل على ٩٠٪ من درجات اختبار يتضمن ٥ سؤال فقط.

٣. التواصل: وضع كيف تغير عن كسر اهتمادي مقامه ١٠ في صورة نسبة مئوية، وكيف تغير عن كسر اهتمادي مقامه ١٠٠٠ في صورة نسبة مئوية.

٤. التفكير الرياضي: قرر فضل الاستفادة من عرض للسفر الى مصر يبلغ ١٣٠ ديناراً يدل ١٦٠ ديناراً.

(أ) ما هي قيمة الحجم الذي استفاد منه؟

(ب) ما هي النسبة المئوية لهذا الحجم؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النعـد.
- نظم فـائدة.
- اعمل جـدولـاً.
- حـنـ وـخـقـنـ.
- اعمل بـطـريـقةـ عـكـسـةـ.
- استـخدـمـ التـفـكـيرـ الـمـطـابـقـيـ.
- ارـسـمـ تـبـلـاـيـتـاـ.
- حلـ مـسـائـلـ أـبـسـطـ.

حل مسائل باستخدام النسب المئوية

Solving Problems Using Percents

صلة الدرس تعلمت في السابق أن تحول النسبة المئوية إلى كسور اعتيادية وعشرية،
واليآن سوف تتعلم طرائق مختلفة لحل مسائل النسب المئوية.

- ملحوظات تعلم
- كيفية استخدام التنااسب
والمعادلات لحل مسائل
النسب المئوية.

الesson

كيف كان يومك؟

- كيف تقضي يومك؟ كم من الوقت تقضيه في الدراسة، في النوم، في المذاكرة، في تناول الطعام، في ممارسة الرياضة، مشاهدة التلفزيون، ... إلخ؟
١. نظم قائمة لكل الأنشطة التي تقوم بها في اليوم الواحد، واتبِ الوقت الذي تستغرقه في كل نشاط.
 ٢. اكتب النسبة التي تقارب بين مقدار الوقت الذي تقضيه في كل نشاط خلال ٢٤ ساعة.
 ٣. حول كل نسبة إلى نسبة مئوية.
 ٤. استخدم التنااسب لإيجاد مقدار الوقت الذي تستغرقه في النوم في الأسبوع، في السنة.
 ٥. ما الطريقة الأخرى التي يمكنك استخدامها لإيجاد مقدار الوقت الذي تستغرقه نائماً في الأسبوع الواحد؟



من الاستخدامات
يحل المسئل تكون مسائل
للنسب المئوية عند تسويفها
وذلك لطبع اختبارات غالباً.

تعلم

حل مسائل باستخدام النسب المئوية

يمكن حل مسائل عن النسب المئوية باستبدال المعلومات المعطاة في التنااسب المقابل.

يمكن حل مسائل النسب المئوية أيضاً بكتابه معادلة
مثال:

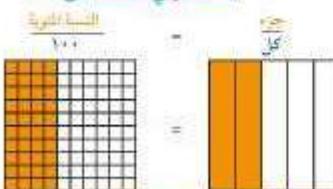
ما العدد الذي يمثل ٢٠٪ من ٩٢٥٠٠

$$\frac{\text{جزء}}{\text{كل}} = \frac{\text{٪}}{١٠٠} \rightarrow \frac{٢٠}{١٠٠} = \frac{\text{من}}{٩٢٥٠٠}$$

$$\text{من} = ١٠٠ \times \frac{٢٠}{١٠٠}$$

$$\text{من} = ١٩٥٠٠$$

بالقرب النطاطي
بنسبة طراغي المعادلة على ١٠٠



١٩٦

مثال (١)



(ا) الأشخاص الذين أعمارهم ما بين ١١ و٢٤ سنة يجب أن يتناولوا وجبات غذائية تحتوي على ١٢٠٠ ملجم من الكالسيوم يومياً، يحتوي كوب من السالمون المطبوخ على ٢٧٦ ملجم من الكالسيوم أي ٢٣٪ من قيمة الكالسيوم المطلوبة يومياً يمكن استخدام أي عدد من هذه الأعواد الثلاثة لإيجاد تناول أو معادلة ما هو العدد الذي يساوي ٢٣٪ من الـ ١٢٠٠

الحل:

$$\frac{\text{طريقة النسب}}{\text{طريقة النسبة المئوية}} = \frac{\text{جزء}}{\text{كل}} \rightarrow \frac{23}{100} = \frac{\text{عوامل في النسب}}{\text{من}} \quad \text{عوامل في النسب}$$

استخدم الضرب التناصفي

$$100 \text{ من} = 27600$$

$$276 \text{ من} = 276$$

المعادلة على ١٠٠

طريقة المعادلة: العدد الذي يعادل ٢٣٪ من ١٢٠٠

$$1200 \times \frac{23}{100} = 276$$

الكتب المعادلة

$$276 = 276 \times 100 \times 23\% \rightarrow 276 \text{ حوالى } 23\% \text{ إلى صورتها العشرية}$$

الضرب

نذكر:

مثل هذه النسبات تحمل
 باستخدام الضرب التناصفي.

(ب) ما النسبة المئوية التي يمثلها العدد ٢٧٦ من العدد ١٢٠٠

الحل:

سوف نستخدم طريقة النسب:

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{276}{1200} \rightarrow \frac{\text{النسبة المئوية}}{\text{من}} = \frac{\text{عوامل في النسب}}{\text{من}}$$

استخدم الضرب التناصفي

$$200 \text{ من} = 27600$$

$$276 \text{ من} = 276$$

٢٧٦ هي ٢٣٪ من ١٢٠٠

(ج) العدد ٢٧٦ هو ٢٣٪ من أي عدد؟

الحل:

سوف نستخدم طريقة المعادلة

٢٧٦ هو ٢٣٪ من أي عدد؟

↓ ↓ ↓ ↓

الكتب معايير

٤٧٦ = ٢٣٪ × من حوالى ٢٣٪ إلى الصورة العشرية

٤٧٦ - ٢٣٪ × من

↓ ↓ ↓ ↓

١٢٠٠

- من

↓ ↓ ↓ ↓

١٢٠٠

هو ٢٣٪ من

حاول أن تحل

الحساب الذكي

ذكر: عندما تم سحب مذكرة في إن
٥٪ من ٢٠ هر ١٠٪ كل من
هذه الأعداد بالأعداد التي في
السلسلة مستحقة سحب لكتاب
التي تم إبعادها.

١ حل كلاً من المسائل الآتية بالطريقة التي تختارها

(أ) ما النسبة المئوية للعدد ٢٠ من ٤١٦٠

(ب) ما العدد الذي يساوي ٤٥٪ من العدد ٩٨٠

(ج) ما العدد الذي يساوي ٨٠٪ منه هو ٩٧٢

المعادلات والتشابهات يمكن أيضًا استخدامها لحل مسائل تتضمن نسباً مئوية أكبر من ١٠٠ أو أصغر من ١.

مثال (٢)

قدر سعر لوحة فنية ثانية بـ ١٤٥٠ ديناراً قبل عرضها في المزاد العلمي. يبعث هذه اللوحة
٨٨٥٪ من السعر المختبر

فما السعر الذي يبعث به؟

الحل:

حل مثال (٢) باستخدام طريقة المعادلة

ما العدد الذي يمثل ٨٨٥٪ من ١٤٥٠

↓ ↓ ↓ ↓

س =

٨٨٥٪ × ١٤٥٠ = الكتب المعادلة

↓ ↓ ↓ ↓

١٢٨٣٢,٥

= س

١٢٨٣٢,٥ من ١٤٥٠ هو سعر اللوحة الثانية بـ ١٢٨٣٢,٥ ديناراً.

حاول أن تحل

المثال فكرة مفيدة

إذا كنت تحصل على المسألة
باستخدام التشابه، فإن الجزم
سيكون أكبر من الكل؛ لأن
النسبة المئوية أكبر من ١٠٠

٢ محلول لإيادة الحشرات، النسبة المئوية لل المادة الفعالة فيه هي ١٢٥٪، فما كمية
المحلول الذي يحتوي على ٤ جرامات من هذه المادة الفعالة؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوازن: إذا كان العدد 18 يمثل 125% من عدد ما، فهل هذا العدد أكبر أم أصغر من 918 ولماذا؟

٢ التفكير الناقد: ماذا يكون 50% من عدد ما؟

٣ التحضير للاختبار: أضف 20% من عدد إلى العدد نفسه لتحصل على عدد جديد. ما النسبة المئوية التي يجب أن تطرحها من العدد الجديد للحصول على العدد الأصلي قبل إضافة الـ 20% ؟

- (أ) $\frac{2}{3} \times 20\%$
(ب) 20%
(ج) لا شيء من هذا
(د) لا شيء من هذا

إستراتيجيات حل المسائل

- يبحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- أعمل بطرقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تخطيطيات.
- حل مسألة أبسط.



٩-٩

تقدير النسب المئوية Estimating Percents

- صالة المدرسة هي كثيرة من الأحيان، عندما نستخدم النسب المئوية قد لا تحتاج إلى إجابة دقيقة. في هذا الدرس سوف تعلم كيفية تقدير النسب المئوية.
- للاعداد، وإيجاد النسبة المئوية لعدد من عدد آخر.

استكشاف تقدير النسب المئوية

كم تدفع بدل خدمة؟



من الاستخدامات

- يحتاج الموظفون أن يعرفوا تقريباً ما هي النسبة المئوية التي تقدّرها على قواتيرهم.

يعطى بدل الخدمة عادة مقابل الخدمة التي تقدّمها المطاعم. تبلغ قيمة فاتورة مطعم ٨ دينار، ١٥٪ من قيمة الفاتورة، عادة يكون بدل الخدمة الجديدة، وفي بعض الحالات تكون قيمتها ٧٢٠٪ مقابل الخدمة المستمرة.

- (١) أوجد ١٠٪ من الفاتورة. كيف يمكنني إيجاد ١٥٪ منها؟
(ب) كيف يمكنني إيجاد ١٥٪ من الفاتورة، ٢٠٪ منها؟

- ٢ تقدير بدل خدمة متساوية للمبالغ التالية مع توضيح:
(أ) ٢٣,٧٨٠ ديناراً مع الخدمة الجديدة.
(ب) ٣٧,٤٥٠ ديناراً مع خدمة مستمرة.

٣ ترك زوجان بدل خدمة ٨ دينار بعد أن تناولوا عشاء قيمته ٣٢ دينار، ما النسبة المئوية لبدل الخدمة الذي تركاه؟ وهل هي مناسبة؟ ولماذا؟

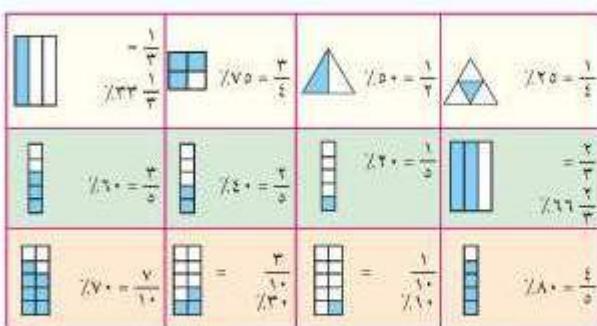
٤ يستخدم عمر عادة عملية التقسيمة لحساب بدل الخدمة على قواتيره، ما الطريقة التي يمكن أن يستخدمها لهذه العملية؟ ولماذا هي مناسبة؟

تعلم تقدير النسب المئوية

عند تقدير النسب المئوية، غالباً ما يساعدك استخدام أعداد مناسبة. لإيجاد النسبة المئوية للعدد ١٦ من ٣٠، فكر في النسبة في صورة من ٦٣٪ من ٣٠ أو ١٥٪ من ٣٠. كل زوج من الأعداد المناسبة يعطي النسبة نفسه ٦٪ أو ١٥٪.



من الممكن أن يساعدك استخدام الكسور الاعدادية التي تعطي قيمة قرية لسب مئوية معطاة.



مثال (١)

قرير ٢٤٪ من ٨١٪

الحل:

٢٤٪ قرية من ٢٥٪، ٨١٪ قرية من ٨٠٪ اختر أعداداً متساوية

حول النسبة المئوية إلى كسر اعديادي

أو جد $\frac{1}{24}$ في ٨٠٪

$\frac{1}{24} \times 80 = \frac{80}{24}$ من ٨١٪ حوالي ٢٠٪

حاول أن تحل

١ (أ) قرير ٧٤,٥٪ من ٢٣٩٪

(ب) قرير ٦٦٪ من ٨٩٪



مثال (٢)



إذا علمت أن حاجة الإنسان الواحد من مادة البوتاسيوم هي ٤٠٠ ملجم، فإذا كانت كل ٥٠٠ ملجم من علبة عصير البرتقال تحتوي على ١١٪ بوراتسيوم، فكم عدد مليجرامات البوتاسيوم في كل علبة؟

١١٪ قرية من ١٠٠٪ هو $\frac{1}{9}$ من 500 هو 50 .

تحتوي علبة عصير البرتقال على حوالي ٥٠ ملجم من البوتاسيوم.

حاول أن تحل

٢ يحتاج الإنسان إلى ٤٥٠٠ ملجم من البوتاسيوم، فإذا كان كل ٣٤٠ مليجراماً من عصير الجريب فروت يحتوي على $\frac{1}{2}$ من هذه المادة، فكم عدد مليجرامات هذه المادة في عصير الجريب فروت؟



مثال (٣)

في إحدى الرحلات المدرسية قام طلاب الرحلة بشراء ووجبات خدمة ساخنة. وقد اختر ٢٣ طالباً أو ما يعادل ٩٪ من إجمالي عدد الطلاب أن يتناولوا السمك. فما العدد الإجمالي للطلاب الذين اختاروا وجبات ساخنة

الحل:

$$\begin{aligned} 9\% \text{ هي حوالي } 10\% \text{ أو } \frac{1}{10} \\ \text{لذلك } 23 = \frac{1}{10} \text{ من} \\ \text{من } 23 \times 10 = 230 \\ \text{من } 230 = 230 \end{aligned}$$

إذاً عدد الطلاب الكلي = ٢٣٠ طالباً

عدد الطلاب الذين قاما بشراء وجبات ساخنة = ٢٣ - ٢٣ = ٢٠٧ طلاب.

حاول أن تحل



- ٣ (١) سجل فريق كرة سلة ٦٣ ضربة من أصل ١٩٠، فما النسبة المئوية للضربات التي سجلتها الفرق؟
 (ب) حوالي ٤٨٪ من الطلبة أو ١٢٥ طالباً ذهباً في رحلة مدرسية، فكم عدد تلاميذ المدرسة الكلي؟

عند إيجاد النسب المئوية لستقطة ما، غالباً ما يستخدم التقديرات.

مثال (٤)

قدر النسبة المئوية للم منطقة المظللة



الحل

هي تقريباً ٥٥٪ لأنها أكثر قليلاً من ٥٠٪

حاول أن تحل

٤ قدر النسبة المئوية للم منطقة المظللة

تحقق من مهمتك

- ١ ما الواقع الذي يكون من الأنسب فيها تقدير النسبة المئوية?
 ٢ اذكر حالتين يكون فيها تقدير النسبة المئوية مفروضاً، وحالتين يكون فيها حساب النسبة المئوية بصورة مفبركة ضرورياً.
 ٣ فسر كيف أن تقدر لك ١٠٪ من عدد ما يساعدك في تقدير ٥٪ من العدد وتقدير ١٥٪ من العدد نفسه؟ أعطاء أمثلة.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: لاحظ مدرب النساء أنه عندما يصعب أنور ٨٥٪ على الأقل من أولي ضرباته فإنه يفوز بال المباراة. وفي المباراة الحالية كانت ٧٣ من ٩٨ ضربة من ضربات أنور الأولى صائبة. فهل سيفوز أنور بالمباراة؟ فسر مبرراتك.

٢ المجلة: أي النسب المئوية، في اعتقادك، تعدد الأسهول في استخدامها عند التقدير؟ فسر اختياراتك.

٣ التواصل: قدر كلاماً معاً يأتى، ووضح كيف أوجدت تقدسك.
(ب) ٩٪ من ٤٢٣٠ (١٤٨٪ من ٩٧)

(مترابطيات حل المسائل
• ابحث عن النقط.
•نظم قائمة.
• اعمل جدولأ.
• حزن وتحقق.
• اعمل بطريقة عكسية.
• استخدم التفكير المنطقي.
• ارسم تمثيلاً بيانيًّا.
• حل مسألة أبسط.

الوحدة
النinth (ج)

حل المسائل باستخدام النسب المئوية
Problem Solving Using Percents

السعر صحيح

عندما تشاهد الإعلانات في الصحف والمجلات وعلى التلفاز ترى عدّة نماذج عن الاستراتيجية المتعددة لجذب الزبائن.

يمثلون مثلاً عن:

مبيعات «العودة إلى المدرسة»، مبيعات «مهرجان السوق»...

وتحظى تخفيضات تشجيع الشراء بالجملة.

تعطي بعض الشركات بطاقات خصم تشجيعك على شراء منتجاتهم بدلاً من منتجات

الشركات المنافسة أو لتعريفك على منتجاتهم الجديدة. تعمد بعض الشركات على استراتيجية

معينة في تحويل السعر لدفعك إلى الشراء، مثلاً ثمن البيع البالغ ٩٩,٩٨٠ ديناراً، أو

٩٩,٩٩٠ ديناراً هو أكثر استقطاباً للزبائن من ثمن البيع البالغ ١٠٠ دينار.

تمنح بعض الشركات بطاقات تحولك الشراء الآلا والدفع لاحقاً. أسعار بعض المنتجات

تبقى دائماً مخفضة، ولكن هل أسعار التخفيضات في الواقع هي أسعار جيدة للشراء؟

١ لماذا تضع الشركة عصضاً على المشتريات بالجملة؟

٢ كيف يمكن الشركة أن تطهّي مصاريف الخصومات والبطاقات التي تمنحها للمشتريات إلاتها؟

٣ لماذا يأخذك سعر ٩٩,٩٩٠ ديناراً أكثر استقطاباً من سعر ١٠٠ دينار؟

النسبة المئوية التزايدية Percent Increase

- سبب تعلم
- كيفية إيجاد النسبة المئوية التزايد عدد.
- كيفية إيجاد الناتج أو القيمة الأصلية إذا أعطيت النسبة المئوية للزيادة.

استكشف

النسبة المئوية التزايدية

- مسترمارات الدرس: آلة حاسبة
- مكلا هي الفريدة؟**
- ١ ما نسبة الفريدة الجمركية في الدولة التي تعيش فيها؟ وإذا لم يكن هناك فريدة محددة استخدم ٦٥٪
 - ٢ سعر جهاز حاسوب ٧٥٠ ديناراً، كم ستدفع فريدة مبيعات جمركية على هذا السعر؟
 - ٣ أخفى الفريدة الجمركية على السعر الأصلي وخذن الناتج على الآلة الحاسبة.
 - ٤ ما النسبة المئوية للفريدة الجمركية على سعر الجهاز؟
 - ٥ أخفى ١٠٠٪ على النسبة المئوية للفريدة الجمركية، والآن حاول إيجاد هذه النسبة من ثمن الجهاز. ماذا يمثل هذا العدد؟
 - ٦ قارن بين هذه القيمة والقيمة المخزنة على الآلة الحاسبة، وفسر لماذا هما متساويان.

من الاستخدامات
يحب مدير أحد المحال
التجارية السعر القطاعي (الفرق)
للسلع معتمداً على التكلفة الكلية
(سعر الجملة) والنسبة المئوية
النهاية.

- المصطلحات الأساسية
- النسبة المئوية للزيادة
Percent Increase

تعلم

النسبة المئوية التزايدية

يشتري متجر يصنع سعر الجملة ولكنه يبيعها سعر أعلى، وهذا يسمى سعر البيع بالفرق. فرق السعر بين سعر الجملة والسعر القطاعي يمكن أن يستخدمه صاحب المتجر لدفع العماله والطفلات وتحقيق الأرباح. الفرق بين سعر الجملة والسعر القطاعي عادة ما يمثل بنسبة مئوية تسمى **نسبة المئوية التزايدية**.

لإيجاد القسمة النهائية، يمكنك طرب القسمة الأصلية في $(100\% + \text{النسبة المئوية للزيادة})$.
لذلك، يمكنك القسمة لإيجاد القسمة الأصلية إذا كنت تعلم القسمة النهائية.

مثال

نظرًا إلى التوصيات الجديدة، تست زباجل عدد طلاب مدرسة متولدة إلى 495 طالب فكان هناك 12 ٪ زيادة في التسجيل عن السنة الماضية، فما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم السنة الماضية؟

الحل

القيمة النهائية = القسمة الأصلية $\times (100\% + \text{النسبة المئوية للزيادة})$
هناك 12 ٪ زيادة في عدد الطلاب هذا العام عن العام السابق. وهذا يعني أن $112\% / 112 - 100\%$ من عدد الطلاب المسجلين في العام الماضي $= 95$ هي $112\% / 100$ من أي عدد؟

$$\begin{array}{r} \text{كتب المعادلة:} \\ 112 - 95 = 112 \times \frac{x}{100} \\ 17 = 112 \times \frac{x}{100} \\ 17 \times 100 = 112x \\ 1700 = 112x \\ x = \frac{1700}{112} \\ x = 15 \end{array}$$

كان هناك 142 طالبًا مسجلًا في العام الماضي. يمكنك التأكد من الإجابة مستخدماً الآلة الحاسبة

$$142 - 95 = 53 \quad \text{طالب زيادة. هل } 53 \text{ هي } 12\% \text{ من } 442 \\ 53 = 12\% \text{ من } 442 \\ 53 = 0.12 \times 442 \\ 53 = 53 \quad \text{قريبة جدًا من } 53\%.$$



لكرة مقدمة للمذاكرة
 عليك دائمًا التأكد من
 إجاباتك لتجري الدالة وذلك
 يوميًّا حتى في معاذه (كتاب
 العمل في صورة معاذه)

هل تتفق؟

في دولة الكورت يصل عدد
 سمعقات الإذاعة بمرتبها السنوية
 إلى 18 وسمعقات التلفزة إلى 14 .
 وستخدمي الإنترنت إلى 400 ألف
 حسب التقديرات لسنة 2004 .

تحقق من فهمك

- ١ لماذا يمكنك إيجاد القسمة النهائية بعد زيادة 4% بالضرب في 96% ؟
- ٢ ماذا تعني زيادة $7\% / 100$ ما الطرائق الأخرى التي يمكن أن تصف بها زيادة $9\% / 100$ وماذا يعني أن الزيادة أكبر من $7\% / 100$ ؟
- ٣ هل من الممكن أن تكون 50% زيادة على عدد، أصغر من 1% زيادة على عدد آخر؟ قشر.



المشكلة لحل المسائل (٤-١)

شئر

افرض أن راتب مدير إحدى الشركات في السنة ٢٠٠٠٠ دينار ويفقد ٢٥٪ منه على إيجار المنزل. إذا زاد الراتب ١٠٪ وزاد إيجار المنزل ٥٪ فما النسبة المئوية من الراتب الجديد التي سوف ينفقها على إيجار المنزل الجديد؟

الإجابة

١. كم يبلغ الراتب السنوي؟

٢. ما النسبة المئوية من الراتب التي تتفق على الإيجار؟

٣. ما النسبة المئوية للتزايدة في الراتب؟

٤. ما النسبة المئوية للتزايدة في إيجار المنزل؟

خطوة

٥. اكتب معادلة لتوجيه قيمة الإيجار قبل أي زيادة في الإيجار أو الراتب.

٦. أي معادلة تستخدماها لتوجيه الراتب الجديد؟ افرض أن س = الراتب الجديد.
$$(1) \text{ من } ٢٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ \times (١ + ١٠\%)$$
$$(2) \text{ من } (٧١٠٠ + ٧١٠٠) \times (١ + ٥\%)$$

حل

٧. كم يكون الراتب بعد التزايدة؟

٨. كم كان إيجار المنزل قبل التزايدة؟

٩. كم يكون إيجار المنزل بعد التزايدة؟

١٠. اكتب النسبة بين تكاليف الإيجار الجديد والراتب الجديد.

١١. اكتب النسبة التي في بند (١٠) كنسبة مئوية مفردة لأقرب عدد صحيح للنسبة المئوية.

تحقق

١٢. اكتب معادلة أخرى يمكنك استخدامها لإيجاد الراتب بعد التزايدة.

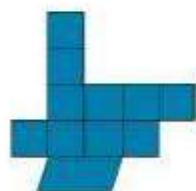
حل مسألة أخرى

١٣. افرض أن مدحول إحدى العائلات ٣٠٠٠٠ دينار في السنة ويفقد منه ٧٪ على إيجار المنزل. إذا زاد المدحول ٤٪ وزاد إيجار المنزل ٩٪، فما النسبة المئوية من المدحول الجديد التي تتفقها العائلة على إيجار المنزل الجديد؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوازن: قارن بين الطريقةين اللذين توجد بهما الكلفة الكلية بعد إضافة أرباح المبيعات. أي الطريقةين تفضل؟ ولماذا؟



٢ اختبار إستراتيجية: ارسم شكلاً بحيث يكون $50\% / 20\%$ أكبر مساحة من هذا الشكل.

- ٣ التفكير الناقد: ١٢ جراثاً من مشروب يحتوي على 10% من عصير الفواكه.
- (أ) كمية عصير الفواكه في هذا المشروب بالجراثات؟
- (ب) أهلن عن مشروب جديد يحتوي على 20% زيادة من عصير الفواكه، فكم تكون كمية عصير الفواكه في المشروب الجديد؟
- (ج) ما النسبة المئوية لعصير الفواكه في المشروب الجديد؟

إذابة إيجابيات حل المسائل

- ابحث عن السطح.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولأ.
- حفن وتحفظ.
- اعمل بطاقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم شيئاً بيانياً.
- حل مسألة أيسط.

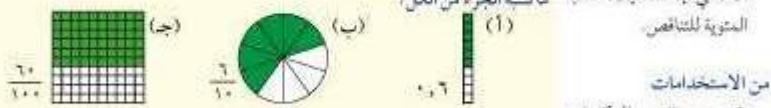


١١-٩

النسبة المئوية للتناقص Percent Decrease

سوف تعلم
كيفية إيجاد النسبة المئوية للتناقص.
لنا نقص هذه.

استكشف
النسبة المئوية للتناقص
كيفية إيجاد الناتج أو العدد
الأولي إذا أعطيت النسبة
نسبة الجزء من الكل؟



من الاستخدامات
يقيس صانعو المكروبات

الصوتية لأنهم يحيطون، باستخدام
النسبة المئوية، نسبة تشويش

ال頻道، على غرار الصوت عن

كيف تستخدم الطرح لإيجاد عدد هذه الأجزاء؟

لماذا يمكنك استخدام الطرح

أكتب كلًا من النسب المئوية الآتية كمطروح من الكل
وينتهي بها.

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) 2\% \quad (3) 50\% \quad (4) 66\frac{2}{3}\% \quad (5) 37.5\%$$



تعلم النسبة المئوية للتناقص

خفض أصحاب متجر أسعار البضاعة لتحسين المبيعات. مقدار التناقص بين سعر البيع بالمخزن
(القطاعي) وسعر البيع بالجملة جعل البضائع أكثر جاذبية للعملاء.

عادةً ما يسمى مقدار التناقص أو الخصم **النسبة المئوية للتناقص** أو **النسبة المئوية للخصم**.

المصطلحات الأساسية
نسبة مئوية للتناقص
Percent Decrease



مثال (١)

يصل جاسم في محل بيع أدوات مكتبية ويحصل على خصم ٢٠٪ على مشترياته. إذا كان سعر البيع بالسوق لأحد شرائط التسجيل هو ٧,٩٩٠ دينار، فكم ستدفع جاسم بعد الخصم؟

الحل**الطريقة الأولى:**

أولاً: اطرح النسبة المئوية للخصم من ١٠٠٪
 $100\% - 20\% = 80\%$
 ثم: من ٧,٩٩٠ هو مقدار الخصم
 $7,990 \times 0.20 = 1,598$
 $7,990 - 1,598 = 6,392$
 ستدفع جاسم ٦,٣٩٢٪ من ثمن الشراء.
 اطرح مقدار الخصم من ثمن الشراء
 $7,990 - 6,392 = 1,6$
 ستكلف الشراء ٦,٣٩٠ دينار
 ستكلف الشراء ٦,٣٩٠ دينار.

حاول أن تحل

١ سعر البيع بالسوق لخطبة لحمل الأقراص الديجيتية قطرها ٩ سم هو ١٢,٨٧٠ دينار. ديناراً الذي سعاد يطأطه خصم ٥٪، كم ستدفع لشراء الخطبة؟

الشرط والتدخل بالمهنة

واعتباراً واحدة من المزایا الإضافية
 الحاسة به، معظم موظفي البرج
 بالجزرة يحصلون على خصم على
 المشتريات، عادة ما يتراوح من ١٠٪
 إلى ١٤٪ من السعر الفضائي.

مثال (٢)

سعر بيع بطلوتون هو ٤٠,٩٥٠ ديناراً. إذا كان سعره الأصلي ٤٠ ديناراً، فما تغيرت نسبة الخصم؟

الحل

أولاً: مقدار الخصم
 $40,950 - 40 = 40,910$
 ما النسبة المئوية لـ ٤٠,٩١٠ من ٤٠
 $40,910 / 40 = 10,225$
 أكتب المعاشرة
 $10,225 / ٤٠ = 25\%$
 تقسيم الفرق على ٤٠
 $40,910 / ٤٠ = 1,٠٢٥$
 من ١,٠٢٥ = ٠,٢٥
 نسبة المئوية للخصم هي ٢٥٪

حاول أن تحل

٢ في الشهر جان السنوي للموعدة إلى المدارس خُفض سعر التطلوب من ٣٠,٩٩٠ دينار إلى ٢٤,٩٩٠ دينار، فما تغيرت النسبة المئوية للخصم؟



إذا كانت تعلم مقدار الخصم والسعر النهائي، في يمكنك إيجاد السعر الأصلي

مثال (٣)

أعلن سعر عن خصم ١٢,٥٪ على جميع الأدوات الرياضية، وكان سعر بيع كرة القدم للطفل الرياضي بعد الخصم هو ٦٩,٩٧ ديناراً، فما سعرها الأصلي؟



الحل:

سعر البيع = السعر الأصلي \times (١٠٠ - النسبة المئوية للخصم)

= السعر الأصلي \times (١,٠٠ - ١٢,٥٪) تحول النسبة المئوية إلى كسر

عشرينية

$$69,97 = \text{من} (1,00 - 0,125)$$

الطرح

$$69,97 = \text{من} (0,875)$$

$$69,97 = 0,875 \times \text{من}$$

$$\text{القسم الطرفيين على} 0,875 = 0$$

$$\text{من} = 79,971$$

السعر الأصلي هو ٧٩,٩٧ ديناراً.

حاول أن تجعل

٢ سعر تلفزيون مليون بعد الخصم هو ٢٦٩,٩٦١ ديناراً، إذا كانت نسبة الخصم ٣٪، فما سعره الأصلي؟

هل تتمام

في كثير من أنحاء العالم عندما يستخدم الناس كلمة كرة القدم فإنهم يقصدون سوكر Soccer بينما يقصدون الكورة من داخل المرمى أو من خارجه، فتسأل رياضة كرة القدم الأولى كثيرة.

تحذير من المهمك

- ١ لماذا يمكنك إيجاد قيمة المنتج بعد الخصم ٣٪ عن طريق الضرب في ٧٧٪؟
- ٢ لماذا يمكنك الحصول على ١٥٪ كنسبة مئوية لزيادة في حين لا يمكنك الحصول على ١٥٪ كنسبة مئوية للتناقص؟
- ٣ حيث دلال النسبة المئوية للتناقص من ١٢٠ إلى ١٠٠ مستخدمة الطريقة الآتية:
النسبة المئوية للزيادة من ١٠٠ إلى ١٢٠ هي ٢٠٪.
إن النسبة المئوية للتناقص من ١٢٠ إلى ١٠٠ هي ٢٠٪، هل هذا صحيح؟ قرر.



حل المسائل وفك التفكير المطابقي

- ١ التفكير الناقد: تصل جملة في محل للزهور، سوف تحصل على ١٠٪ تخفيضاً على كل المشتريات بالإضافة إلى خصم قدره ٥٪ على المبيعات في هذا الأسبوع، وبالتالي سوف تحصل جملة على التوزيع من الخصم. إذا اشتريت زهوراً بـ١٥ ديناراً، فما هي الترتيبات الآتية سوف يعطليها سعرًا أفضل؟
- (أ) تأخذ ١٠٪ خصمًا ثم بعد ذلك تأخذ ٥٪ خصمًا على المبلغ المتبقى.
- (ب) تأخذ ٥٪ خصمًا ثم بعد ذلك تأخذ ١٠٪ خصمًا على السعر المتبقى.
- (ج) تأخذ ١٥٪ خصمًا.

- ٢ التواصل: هل تخفيض قدره ٢٥٪ على أغراض بـ٤٠ ديناراً مساوٍ لتخفيض قدره ٤٪ على أغراض بـ٢٥ ديناراً صحيح.

- ٣ المجلة: قارن بين الطريقتين اللتين استخدمناهما في مثال (١) لإيجاد سعر متبع مع التخفيضات. أي طريقة تفضل ولماذا؟

- ٤ التواصل: تقول لوحة الإعلان (اشترِ درَّيْتاً من القطع تحصل على ١٥٪ خصمًا على طلبك) وأنت تريد شراء ١٠ أغراض مدمجة فقط لتهديها إلى شخص ما. إذا كان سعر المرضس المدمع الواحد ٧٥٠، ديناراً، فما هي:
- (أ) كم سيكون ثمن ١٠ قطع؟ كم سيكون ثمن ١٢ قطعة؟
- (ب) كم عدد القطع التي ستشربه؟ فمثلاً.

استراتيجيات حل المسائل
• ابحث عن النص.
• نظم قائمة.
• اعمل جدولًا.
• حزن وتحقق.
• اعمل بطاقة عكسية.
• استخدم التفكير المطابقي.
• ارسم ثقبلاً يائً.
• حل سلة أسط.



تطبيقات على تغير النسبة المئوية

Applications of Percent Change

صلةدرس لقد تعاملت مع النسبة المئوية في صور مختلفة، والآن سوف تعلم كيفية استخدام النسب المئوية ودراجها وتطبيقاتها.

- سوف تعلم
- استخدام النسبة المئوية
- وتطبيقاتها للتزايد والتناقص.

استكشف دمج النسب المئوية

من الاستخدامات كيف وصلت إلى هنا؟



ناقش المواقف التالية في أي منها يمكنك استعادة الكمية الأصلية؟

- ١ رفع محل مجوهرات كل أسعار المجوهرات $\% 50$ ثم بنسبة أخرى تختلف $\% 50$ على سعر البيع.

يستخدم تغير النسبة المئوية في أعمال البرمجة عند هبوط أو ارتفاع سعر الأسهم.

- ٢ انخفض متجر أسماء بنسبة $\% 50$ ، وفي آخر موسم التخفيض أدخل صاحب المتجر شبرة على الحاسوب لزيادة الأسعار $\% 50$.

- المصطلحات الأساسية
- دمج النسب المئوية

تعلم تطبيقات على تغير النسبة المئوية

عادة ما يحتاج المستهلكون إلى دمج النسبة المئوية للتزايد والنسبة المئوية للتناقص

Combining Percents

مثال (١)

رفعت إحدى شركات الطيران أسعارها بنسبة $\% 10$ ، ثم منحت هذه الشركة موظفها خصمًا يبلغ $\% 15$. فكم ستدفع إحدى الموظفات في هذه الشركة ثمنًا لذكرة كان سعرها 179 دينارًا قبل الـ $\% 10$ التزايد؟

الحل

ثمن التذكرة بعد الزيادة:

$$179 + 10\% \times 179 = 179 + 17.9 = 196.90 \quad \text{السعر الأصلي} \times (1 + 10\%)$$

ثمن التذكرة بعد الخصم:

$$196.90 - 15\% \times 196.90 = 196.90 - 29.585 = 167.315 \quad \text{السعر بعد الزيادة} \times (1 - 15\%)$$

ستدفع الموظفة 167.315 دينارًا تقريباً ثمنًا لذكرةها.



مثال (٢)

يكلفك استئجار قارب في اليوم الواحد ٣٥ ديناراً بضاف إليها نظير الخدمة، وكان هناك عرض ٢٠٪ خصمًا مسنتاً على الاستئجار خلال أسبوعين. قارن سعر التذكرة في الحالات الآتية:

(أ) ٢٠٪ خصمًا قبل إضافة ١٠٪ نظير الخدمة.

الحل:

$$\text{أولاً أصل خصماً} = ٣٥ \times ٢٨ = ٩٨٠$$

$$\text{ثم أضف} ١٠٪ \text{زيادة نظير الخدمة.}$$

$$٩٨٠ + ٩٨٠ \times ١٠٪ = ١٠٧٦$$

(أولاً أضف) ١٠٪ زيادة نظير الخدمة.

$$٩٨٠ + ٩٨٠ \times ٢٠٪ = ١٢٣٢$$

نلاحظ أن الكلفة واحدة في الحالتين وهو ١٢٣٢ ديناراً.

(ب) ٢٠٪ خصمًا قبل إضافة ٥ دينار نظير الخدمة.

الحل:

$$\text{أولاً أصل خصماً} = ٣٥ \times ٢٨ = ٩٨٠$$

$$\text{ثم أضف} ٥٪ \text{زيادة نظير الخدمة.}$$

$$٩٨٠ + ٩٨٠ \times ٥٪ = ١٠٢٤$$

$$\text{ثم أصل خصماً} = ١٠٢٤ \times ٢٠٪ = ٢٠٤٨$$

$$٢٠٤٨ + ٢٠٤٨ \times ١٠٪ = ٢٣٥٢$$

الكلفة ٣٣ ديناراً إذا تم تطبيق الخصم قبل إضافة نظير الخدمة، والكلفة ٣٢ ديناراً إذا طبق بعد إضافة نظير الخدمة.

حاول أن تحمل

١ دفع موسم في شهر يوليو فاتورة قيمتها ٢٥ ديناراً للكهرباء، وفاتورة شهر أغسطس كان بها زيادة ٢٠٪ عن فاتورة يوليو، ومع الخلاص درجات الحرارة أصبحت فاتورة شهر سبتمبر أصغر بـ ٢٪ من فاتورة شهر أغسطس، فكم ستدفع موسم قيمة فاتورة شهر سبتمبر؟

٢ بلغ سعر التذكرة الواحدة لحضور حفلة موسيقية ١١,٥٠٠ ديناراً وبضاف إليها نظير الخدمة إذا تم تطبيق ٢٠٪ خصمًا، فما سعر التذكرة؟

(أ) قبل إضافة ١٠٪ نظير خدمة؟

(ب) قبل إضافة ١٠٪ دينار نظير خدمة؟

إذا زاد شيء أو نقص، فأنت في حاجة إلى أن تعرف ما نسبة التزايد أو النقص وهذا يستدعي الرجوع إلى العدد الأصلي

المكررة

متعددة

سوف تدفع ٨٠٪ (٢٠ دينار) من الـ ٥٠ دينار، من قيمة تكلفة الخدمة إذا طبق الخصم بعد الإضافة.

١٧-

مثال (٣)

لورخط في بيان حول أرباح صنعت أنها تافتقت ٤٪ عن سنتها pastt. إذا كان بيان أرباح المصنع تصل إلى ٢٣٢٥ ديناراً، لكم كانت على الأصل؟ وما النسبة المئوية المطلوبة لكي تعود الأرباح إلى مستواها السابق؟

الحل:

إذا تافتقت الأرباح ٤٪ فهـي تصل إلى ٩٦٪ من قيمتها السابقة، فنوجـد القيمة السابقة.

$$\begin{array}{r} \text{أكبـعـاجـةـ} \\ 2325 - 96\% \\ \hline 2225 \\ \text{الـمـطـفـرـيـنـ عـلـىـ} \\ 96\% \end{array}$$

الـقـيـمـةـ السـابـقـةـ كـاتـ ٤٤٢١,٨٧٥ـ

تافتقت الأرباح بمقدار ٢٤٢١,٨٧٥ - ٢٣٢٥ = ٩٦,٨٧٥ ديناراً لإيجاد النسبة المئوية للتزايد المطلوبـةـ لإعادة الأرباحـ لـسـوـاـهـاـ السـابـقـ،ـ أـوـجـدـ السـيـةـ المـئـوـيـةـ لـكـوـنـ ٩٦,٨٧٥ـ لـكـوـنـ ٢٣٢٥ـ

$$\begin{array}{r} \text{أكبـعـاجـةـ} \\ 96,875 \times 2325 \\ 96,875 \\ \hline 2325 \\ \text{الـمـطـفـرـيـنـ عـلـىـ} \\ 2325 \\ \text{96,875} \\ \text{سـ} \end{array}$$

حـولـ الـكـسـرـ العـدـدـيـ إـلـىـ سـيـةـ مـئـوـيـةـ
إـذـاـ سـوـفـ تـحـاجـجـ إـلـىـ ٤٪ـ زـيـادـةـ إـلـاـعـادـةـ الـأـرـبـاحـ إـلـىـ سـوـاـهـاـ السـابـقـ

تحـقـقـ مـنـ إـجـابـكـ

الخلفـتـ الـأـرـبـاحـ إـلـىـ ٢٣٢٥ـ دـيـنـارـاـ إـذـا زـادـتـ سـيـةـ ٤٪ـ،ـ هـلـ سـعـودـ إـلـىـ

$$\begin{array}{r} ٠,٠٤٢ \times 2325 \\ + 2325 \\ \hline 2421,875 \\ \text{حـولـ ٠,٠٤٢ـ إـلـىـ ٤٪ـ} \\ \text{بـسـ التـعـبـيلـاتـ وـالتـقـرـيبـ،ـ الرـقـمـ} \\ \text{لـيـسـ دـيـقـاـ وـلـكـنـ أـقـرـبـ ماـ يـكـونـ إـلـىـ} \\ 2421,875 \end{array}$$

حاـولـ أـنـ تـحـلـ

٢ زـادـتـ نـقـاتـ تـوفـ ٢٥٪ـ عـنـ الـعـامـ السـابـقـ لـتـصـلـ إـلـىـ ١٤٥٠ـ دـيـنـارـاـ ماـ النـسـيـةـ المـئـوـيـةـ
لـلتـافـقـنـ الـيـ تـحـمـلـ نـقـاتـ تـوفـ تـعـودـ إـلـىـ سـوـاـهـاـ السـابـقـ؟

كرة مطبلة
حلـ مـسـأـلةـ أـسـطـمـ مـنـ السـابـقـ
لـإـيجـادـ سـيـةـ مـئـوـيـةـ لـلـتـزاـيدـ
الـيـ تـعـكـسـ سـيـةـ مـئـوـيـةـ
لـلتـافـقـنـ.
كمـثـالـ،ـ إـذـاـ تـافـقـتـ الـروـاتـبـ
٤٪ـ مـنـ ١٠٠ـ دـيـنـارـ إـلـىـ ٦٠ـ
ديـنـارـ فـاـ زـالـتـ تـحـاجـجـ إـلـىـ
٦٦٪ـ زـيـادـةـ لـكـيـ تـرـجـعـ إـلـىـ
سـوـاـهـاـ السـابـقـ.



تحقق من فهمك

- ١ وـصـحـ لـهـذـاـ السـلـعـةـ السـعـلـةـ فـيـ التـكـلـ إـلـىـ الـبـيـنـ لـيـسـ مـجـاـنـاـ
- ٢ بـعـضـ الـنـاسـ يـحـسـ بـدـلـ الـحـلـدـةـ الـذـيـ تـكـرـهـ مـنـ قـيـمـةـ الـقـاتـرـةـ قـبـلـ اـضـافـةـ الـضـرـائبـ،ـ
وـالـعـضـ الـآخـرـ يـحـسـ بـهـ مـنـ الـقـيـمـةـ بـعـدـ الـضـرـائبـ،ـ فـمـنـ سـيـرـكـ بـدـلـ خـدـمـةـ أـكـثـرـ؟ـ
- ٣ هلـ ٤٠٪ـ لـلتـافـقـنـ يـلـغـيـ ٧٪ـ لـلـتـزاـيدـ وـلـمـاـ؟ـ



حل المسائل والتفكير المطاطي

٤ تفكير رياضي: وجد جاسم عرضاً في أحد مكاتب شركة سياحة يتضمن هذا العرض بخصم ٢٨٪ من ٢٢٥ ديناراً لشن رحلة إلى أحد البلدان مع العلم أن المكتب يأخذ ١٠٪ ربيعاً. هل سيكون الأفضل لجاسم إذا طرح المكتب قيمة الخصم ثم خاد وأضاف قيمة الربيع، أو أضاف الربيع ثم قام بطرح الخصم؟

٥ التواصل: ما هو الأفضل للزيارات، حساب التخفيضات بطريقة متالية أو جميع التخفيضات كلها مرة واحدة، ومن ثم حساب السعر النهائي؟ نسر

٦ التخفيضات المبيعات بنسبة ٣٠٪ يصل إلى ٧٠٠٠ دينار. أي نسبة زيادة تعيد المبيعات إلى حالتها قبل الاتخاف؟

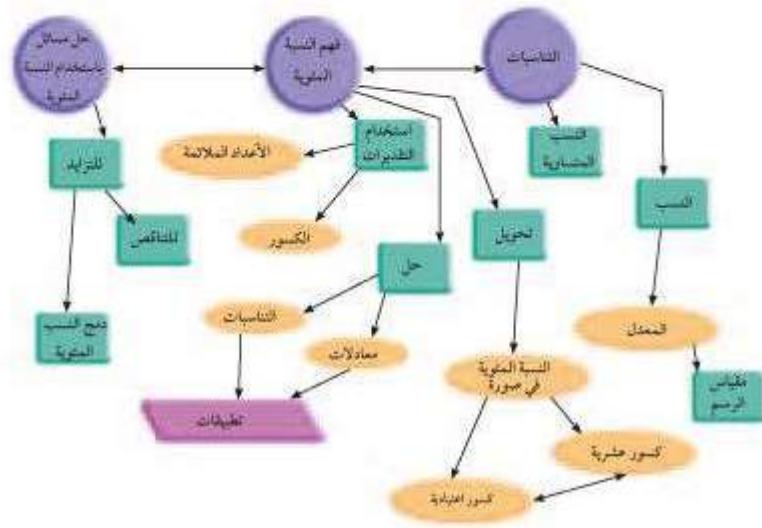
استراتيجيات حل المسائل
• ابحث عن النقط.
• فهم قائمة.
• اعمل جدولأً.
• حزن وتحقق.
• اعمل بطريقة عكسية.
• استخدام التفكير المطاطي.
• ارسم ترتيباً بيانياً.
• حل مسألة أبسط.



اختبار الوحدة التاسعة

- ١ أصلع وستايني ليكاليف الذاير لوضع آن دفع مبلغ ٦ دينار شهرياً ببطاقات، ودفع مبلغ ٤،٢ دينار شهرياً بطاقتين لهما المعدل نفسه.
- ٢ إذا كانت نسبة أطوال أصلاح مثلث هي ٣:٤:٥، ومحيط المثلث ٨٤ سم، فما طول كل ضلع من أصلاح المثلث؟
- ٣ أيهما أفضل: شراء أثيروب معجون أسنان يزن ١٢٥ جراماً بسعر ٧٥٠ دينار، أم أثيروب آخر يزن ١٨٠ جراماً بسعر ٩٠٠ دينار؟ أعط معدلات الوحدة للتحقق من صحة إجابتك.
- ٤ بلغ متوسط طول لاعب كرة السلة في أحد الفرق الرياضية المحترفة مترين وخمسة سنتيمترات تقريباً، ويكون ارتفاع السلة ثلاثة أمتار وخمسة سنتيمترات. إذا كان متوسط طول طالب في المرحلة المتوسطة هو ١٦٥ سم، فكم يجب أن يكون ارتفاع السلة حتى يستطيع طالب في المرحلة المتوسطة اللعب وتكون النسبة بين طوله وارتفاع السلة المختلفة هي النسبة نفسها بين طول اللاعب المحترف وارتفاع السلة؟
- ٥ هناك ١٠ طلاب في الصف السادس، ١٥ طلاب في الصف السابع، ٢٥ طلاب في الصف الثامن. كثروا نادياً للعمل السرحي ما النسبة المئوية لأعضاء النادي من طلاب الصف السادس؟
ما النسبة المئوية لأعضاء النادي من طلاب الصف السابع؟
ما النسبة المئوية لأعضاء النادي من طلاب الصف الثامن؟
- ٦ يبيع متجر بأسعار زائدة عن سعر الجملة بنسبة ١٠٪، فما هي أكبر نسبة مئوية للتحفيض يمكنه وضعها أثناء التبريلات من دون أن يبيع منتجاته بسعر أقل من سعر الجملة؟
- ٧ أكلت سلوى معكرونة وسلطة. وقد تناولت في وجبتها كلها ٤٥٠ سعرة حرارية و١٥٠ جراماً من الدهون. إذا كان كل جرام من الدهون يعطيها ٩ سعرات حرارية، فما النسبة المئوية للسعرات التي حصلت عليها من الدهون مقارنة بالوجبة كلها؟

مخطط تنظيمي للمواد الخام



الوحدة التاسعة (٤): التنااسب

- النسبة المتساوية هي إيجاد نسبة متساوية ل نسبة معلومة، يمكن إيجاد نسبة أخرى متساوية لها عن طريق ضرب كل من حذى النسبة في العدد نفسه أو قسمة حذى النسبة على العدد نفسه غير الصغرى.
- التناسب هو معادلة تنص على أن هناك سنتين متساويتين
- إذا كانت النسبتان تكملان تناسبًا، فإن تأرجي القرب الشاعمي يكون متساوين إذا كان $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$ حيث $x \neq 0$ و $y \neq 0$.
- حل النسبات هو إيجاد العدد المقصوص وذلك باستخدام النسب المتساوية أو الحساب الذهني أو القرب الشاعمي.
- معدلات الوحدة يمكن استخدامها لحل مسائل النسبات وتكون قواعد المعدل.
- الرسم بيقياً رسم بيقياً للشكل الحقيقي للأشياء ولكن ليس بالمقاسات الحقيقة، مقياس الرسم يعطي النسبة بين المقاسات في الرسم والمقاسات للشيء الحقيقي، إذا كان الحد الأول في النسبة صغيراً، فإن الرسم يكون تصغيراً للشكل الأصلي أما إذا كان الحد الأول في النسبة كبيراً فذلك يكون تكبيراً للشكل الأصلي.

ملخص الوحدة التاسعة (ب): فهم النسبة المئوية

- النسبة المئوية هي نسبة تقارب عدداً إلى ١٠٠، النسبة المئوية تعنى أجزاء من الـ ١٠٠ أو جزءاً من كل ١٠٠.
- ترى عادة النسبة كمتسلسل ي يأتي بالدالورة.
- يمكنك إعادة كتابة النسبة في صورة كسر عشرى، أو كسر اعديادي أو نسبة مئوية.
- يمكن أن تحل مسائل النسبة المئوية باستخدام النسب أو كتبة معادلة.
- عند تقدير النسبة المئوية يمكن استخدام أعداد متناسبة أو استخدام كسور اعديادية تكون قريبة من النسبة المئوية.

ملخص الوحدة التاسعة (ج): حل مسائل باستخدام النسبة المئوية

- الفرق بين سعر البيع بالفارق وسعر الجملة يمكن أن يمثل بالنسبة المئوية للترايد.
- لإيجاد النسبة المئوية للترايد، اطرح سعر الجملة من سعر البيع بالفارق واقسم الفرق على سعر الجملة.
- أسينا يخفضن أصحاب المناجر أسعار البيع، مقدار التخفيض أو الخصم يمكن أن يمثل بالنسبة المئوية للتقصص.
- لإيجاد النسبة المئوية للتقصص، اطرح سعر البيع من سعر البيع بالفارق واقسم الفرق على سعر البيع بالفارق الأصلي.

الوحدة العاشرة

العد والاحتمال Counting and Probability

شعوب العالم



بعد مئات المرأة الكورية الحق في التصويت والترشح للانتخابات وبعد 44 عاماً من النضال من أجل الحصول على حقوقها السياسية، حملت الانتخابات النيابية في العام ٢٠٠٩ مقاجأة سارة إذ فازت أربع نساء بمقاعد برلمانية وأصبحن أعضاء في مجلس الأمة الكوري.

الفنون والأداب



تكون الأشكال ذات الخطوط الثلاثة المتوازية، والسلالة في الفن الآسيوي من توافق من الخطوط المستقيمة والمنتفعة. ويزر هذه الأشكال إلى عناصر أربعة هي: السماء والأرض وال النار والماء. ويمكن استخدام مبدأ العدل لتحديد عدد الطراائق التي يمكن من خلالها استخدام هذه الأشكال.

العلوم

بعد إجراء تجارب عددة على مجموعات متعددة من الهرة كالهر السيامي والهر المارسي، قام مربو الحيوانات بتطوير سلالة من الهرة لتحسين نوعيتها. وتنسق هذه السلالة بويربها الطويل.



الكارروائية أساسية

- يسكنك عد الطراط الممكنته لوقوع حدث ما باستخدام الشجرة البالية أو سدا العد.
- التدليل أو الترطيب هو اختيار لأشياء بترتيب ما. أما التوفيقية فهي اختيار لأشياء من دون ترتيب.
- الاحتمال أو الاحتمال النظري لحدث ما هو إمكانية وقوع هذا الحدث.
- الاحتمال التجاري هو عد مرات وقوع الحدث مقسماً على عدد التجارب. يحسب الاحتمال الهندسي بالمقارنة بين المساحات والأطوال أو قياسات أخرى.
- الاحتمال المشرط هو احتمال وقوع الحدث إذا علنا أن الحدث آآ قد وقع قبله.
- من الممكن أن تكون الأحداث مستقلة أو مرتبطة.

مشروع الوحدة

المقادير

الناتج

لهم
عظلك
لهم

ينتظر لعنة للفتنين تبادل و / أو تواليهن
استخدم ما تعرفه من الاحتمالات
لتحمل اللعنة سليمة. قد ترغب في
استخدام البطاقات وقطع النحو والذورات والمسكبات
المرئية أو يسكنك اختيار أعداد أو أشياء موضوعة داخل
قيمة، وربما ترغب في أن تكون اللعنة مخصوصة بعدد معين
من اللاعبين أو أن تكون لعبها فردية.

الحقائق من معقولية الإجابة

في معظم الأحيان نتعين بالات حاسمة حل مسائل تفرض أعداداً كبيرة، لكن من السهل إدخال أعداد غير صحيحة أو إسماط الأقواس أو زرقاء عند نقل الإجابة من شاشة الآلة الحاسبة، مما من المهم التأكد من معقولية الإجابة وساعد التقدير والتفكر، السليم على القيام بذلك.

التركيز على حل المسائل

ينتصي أحمد إلى جمعية تنمية البيئة، إليك بعض المواقف التي واجهها، اذكر ما إذا كان تقدير كل إجابة قريباً ما يكفي أو أصغر بكثير أو أكبر بكثير من الإجابة الفعلية ووضح السبب:

- ١) تجد بعض الكبار أن العادات المطردة تزال ب معدل 40 م^2 كل دقيقة، ما عدد الأشجار المربعة التي تزال بحسب هذا المعدل في شهر واحد؟
الإجابة: 1728000 م^2
- ٢) يسمى الورق المعاد تدويره بـ «خلفات البطل» ويكلف (إنتاج 1000 ورقة من الورق الذي يعاد تدويره بـ 350 قلنساً، ويكلف إنتاج 1000 ورقة من الورق الذي يعاد تدويره بـ 100 قلنساً). كم حجم خشب الشجرة القابل للاستخدام؟
الإجابة: 3366 م^3
- الإجابة: 7 فلوس

العد Counting

الوحدة العاشرة (٤)

يشجع الآف المترجين في الملعب وملائكة الأشخاص في أنحاء العالم.

تطلق صفاره البداية، فبدأ يشد عضلات جسمك كلها، حتى أن ريشك تجاولان بشدة استثنى بعض الهواء وقيل أن تدرك ذلك، تجد نفسك وقت تجذب خط النهاية وتتوّز بالبطولة أنت الناز في بطولة الألعاب الأولمبية أو دورة الألعاب الآسيوية، ستمارق نعمات الشهد الوطني بذلك أمن العالم بأسره عند منح الميدالية الذهبية.

في رأيك، ما الذي ستدركه دونما عن الألعاب الآسيوية أو الأولمبية؟

الرياضي الذي لوى كاحله ومنع الفريق من رفع الميدالية الذهبية؟

الداعي الذي فاز ٤ مرات ولم يتأهل إلى هذه الدورة؟

من الممكن أن يتسنى هؤلاء لكن الجميع سيذكرون عطاهم وشجاعتهم ونثابر لهم أ Nigel أفضل الميداليات ورفع اسم بلدكم



١) في عام ١٩٩٢ اشتراك ٢٧٠٨ سيدات في الألعاب الأولمبية في ألعاب القوى وارتفاع هذا العدد في العام ١٩٩٦ إلى ٣٧٧٩، ما النسبة المئوية لهذا الزيادة؟

٢) في إحدى دورات الألعاب الأولمبية تكون أحد اللاعبين (٦٤ كجم) من رفع ١٨٧ كجم، كم مرتدة يساوي ذلك وزنه؟

١-١٠

الشجرة البيانية ومبدأ العد Tree Diagrams and The Counting Principle

صلة الدرس قد يكون العد في بعض الحالات صعباً. أنت تعلم كيف تستخدم الضرب لإيجاد عدد الوحدات المربعة في المستطيلات. يمكن استخدام طريقة مشابهة عند عدد اختيارات عدة.

- سوف تتعلم
 - استخدام الشجرة البيانية
 - وتطبيق طرائق العد.

استكشِف الشجرة البيانية



- الطريق إلى المدرسة
 - ما وسائل المواصلات المختلفة التي يمكنك استخدامها للذهاب إلى المدرسة والعودة إلى المنزل؟
 - لتفترض أنك تستطيع استخدام كل يوم وسيلة واحدة فحسب من بين الوسائل التي وجدتها للذهاب إلى المدرسة، ما عدد الطرق المختلفة التي يمكنك استخدامها للذهاب إلى المدرسة؟
 - لتفترض أنك تستطيع استخدام كل يوم وسيلة واحدة فحسب من بين الوسائل التي وجدتها للعودة إلى المنزل، ما عدد الطرق التي يمكنك استخدامها للعودة إلى المنزل؟
 - نظم قائمة أو أعمل رسمًا توضح فيه الوسائل التي يمكنك استخدامها للذهاب إلى المدرسة والعودة إلى المنزل، كم عدد الوسائل الممكنة؟

- من الاستخدامات
 - يستخدم تجار السيارات طرائق العد لتحديد أنواع وأعدادها السيارات المتوفرة لديهم.



تعلم الشجرة البيانية ومبدأ العد

يرغب خالد في الذهاب إلى الكويت لمساعدة دوره الألعاب الرياضية، لكنه لم يجد خط طيران مباشر من بيروت. لكن لديه الخيار لخواص الطيران من أحدى المدن التالية: دمشق وعمان والرياض ويمكنه أن يختار بين شركتي طيران، أ.ب. يمكنك إظهار الخيارات المتوفرة لدى خالد بعمل جدول.

- المصطلحات الأساسية
 - الشجرة البيانية
 - Tree Diagram
 - مبدأ العد
 - Counting Principle

يمكنك عد خيارات في الجدول، ويمكنك اعتماد طرق أخرى لإيجاد هذه المعلومات.

ومن بين هذه الطرق، استخدام مخطط الشجرة البيانية. يوضح مخطط الشجرة البيانية فرعاً لكل خيار متوفّر، ويمثل كل فرع من الشجرة ناتجاً ممكناً.



مثال (١)

رسم شجرة بيانية توضح فيها الخيارات الممكنة كلها لسد التراثت الثلاث: دمشق، عمان، الرياض ولشنط طيران - أ ب.

الحل:



السؤال

في الكويت ٧ مطارات تشمل
مطارات مدنية وعمرانية
الخطوط الجوية الكويتية أكبر
شركة طيران في الكويت هذه
سافر ٥٠٠٠ مسافر على
متنها في عام ٢٠٠١

- ١ يمكن لأحد أن يختار بين ٤ شركات طيران ليسفر من الكويت إلى السعودية، ويمكنه أن
يغدو على من ٣ شركات طيران. ارسم شجرة بيانية كم زوجاً مختلفاً من الرحلات يمكنه السفر
علي متنها؟

لنحتاج إلى تنظيم قائمة أو صنع شجرة بيانية. لا بد أنك لاحظت في المثال ١ أن:

$$3 \times 2 = 6 \text{ رحلات}$$

الآن

مبدأ العد

إذا كان يمكن حدوث حدث ما بـ (m) طريقة ويمكن حدوث حدث آخر بـ (n) طريقة، وبالتالي يمكن معاً الحدوث أن يحصل معاً بـ (m × n) طريقة.

ويصلح مبدأ العد كذلك لآخر من مواقفنا.

مثال (٢)

يمكن تصميم بطاقات دعوة باستخدام أربعة تصاميم مختلفة و ٧ ألوان مختلفة و ٩ مواد مختلفة. ما
عدد الخيارات المختلفة المتوفرة لصنع الطاقة؟

الحل:

باستخدام مبدأ العد، لديك $4 \times 7 \times 9$ أي ١٤٤ خياراً للتصميم بطاقة الدعوة

حاول أن تحل

السؤال

استخدم مبدأ العد لازم حل
لبرى ما إذا كان بإمكان تنظيم
قائمة أو صنع شجرة بيانية
لملائحة المباريات القردية

- ٢ لدى أحد المحلات ١٠ أنواع من الورق المستخدم لتعليق المداريا و ١٢ لوناً من أشرطة
الزينة و ٣ أنواع من العقد. ما عدد الخيارات المختلفة المتوفرة لتعليق المداريا؟

تأكد من أنك فهمت المسألة قبل استخدام مبدأ العد.

مثال (٣)

يسمى مدرج للألعاب الأولية ٨٣١٠ مملاً. تذكرنا أنه عليك الدخول عبر البوابات الشمالية لخروج البوابات ٦، ب، ج، د، هـ في الجهة الشمالية للبوابات ٥، ز، ح، ط، ي، كـ في الجهة الجنوبية. يمكن طرقية يمكنك أن تدخل من بوابة شماليـة، وخرج من أي بوابة؟



الحل

في المدرج ٥ بوابات شماليـة و٦ بوابات جنوبية. توفر ٥ طرائق لدخول المدرج

وتوفر $5 + 6 = 11$ بوابة ممكنة للخروج منه.

باستخدام مبدأ العد، لدينا $5 \times 11 = 55$ طريقة للدخول عبر بوابة شمالـية والخروج من أي بوابة.

حاول أن تحل

قد يكون أحد الأعداد
الستة ١٩٩٠، ٢٠٠٠، ٢٠١٠
أو ٢٠٢٠، قد يكون أحد
وستين لوأحد
الأعداد المضمنة
٤٠ - ٩٠

٢ يستخدم العليـاء الذين يجرون التجاـئـات عن الحيوانات بطاقة تعريف يضعونها حول عنق كل من الحيوانات لدراسة عاداتها. كـم شـيلـة مـمـكـنة يمكن وضعـها عـلـى كل بـطاـقة تعـرـيفـ؟

تحقيق من فوتك

١ أـعـطـ مـثـالـاـ عـلـى حـالـةـ يـسـكـنـ اـسـتـخـدـمـ مـبـاـعـدـ العـدـقـيـهـ وـمـثـالـاـ لـمـكـنـ اـسـتـخـدـمـ مـبـاـعـدـ العـدـقـيـهـ.

٢ لـفـتـرـضـ أـنـ لـدـيـكـ ٤ـ تـوـافـرـ مـنـ صـلـصـةـ الفـطـافـرـ وـتـوـافـرـ مـنـ الـطـقـافـاتـ العـلـيـهـ كـمـ عـدـدـ الـفـطـافـرـ الـمـخـلـقـةـ الـتـيـ تـقـسـمـ تـوـافـرـاـ وـعـادـاـ مـنـ الـطـقـافـاتـ العـلـيـهـ؟

٣ ماـأـرـجـهـ الشـهـ وـالـاحـتـالـفـ بـيـنـ حـالـةـ تـقـسـمـ ٤ـ خـيـارـاتـ يـلـيـهاـ خـيـارـانـ تـيـانـ وـبـيـنـ حـالـةـ الـبعـاكـسـةـ، أـيـ خـيـارـانـ يـلـيـهاـ ٤ـ خـيـارـاتـ؟
أـعـطـ مـثـالـاـ عـلـىـ ذـلـكـ.



المرشدة لحل المسائل (١-٢)

باختيارك كلمة واحدة من كل قائمة فيها بيل، كم جملة يمكن تكوينها؟



الاداء	الاسم	الصلة	ال فعل	الطرف
كلب	سرع	كرية الزانحة	جري	مربيها
روبوت	أرجواني	أرجواني	نزل	طريقها
ملك	أرعن	أرعن	جذب	طريقها
إن			انتظر	طريقها

الإجابة

١. كم كلمة توجد في كل قائمة؟

(أ) الأداء (ب) الاسم (ج) الصفة (د) الفعل

٢. كم كلمة تختارها من كل قائمة؟

٣. هل يلزمك الاعتناء بحصة قراءة الجمل؟

خطوات

٤. كيف يمكنك استخدام مبدأ العد لإيجاد عدد الجمل؟

٥. اكتب تعريفاً لإيجاد عدد الجمل.

حل

٦. يسطع التعبير في البند رقم (٥)، كم جملة يمكن تكوينها؟

تحقق

٧. ما الطريقة الأخرى لإيجاد الإجابة؟ أيهما أسهل؟ قصر إجابتك.

حل مسألة أخرى

٨. يمكن طلب القيسن المدارسي عن طريق اتحاد الطلاب، كم زياً مختلفاً هو يمكن؟

اللون	الأكمام	المقاس	الطراز	التصميم	الاسم
أزرق	قصيرة	صغير	قصيس قطبي	كتررة	الاسم والشعار



حل المسائل والتفكير المنطقي



٨ رؤوس

٨ جروه

٨ ذفون

١ التوابل: (ا) كم شخصا مختلفا يمكن تشكيله من كاب

الأقنة؟

(ب) كيف يمكنك تغيير المطبات إذا أردت الفول
أنه يمكن تشكيل ١٠٠٠ شخصا مختلفا؟

٢ في إحدى دورات كرة المضرب العالمية اشتري المنظرون ٥٤٠ صندوقا يحتوي كل صندوق على ٢٤ علبة وفي كل علبة ٣ طلابات. ما عدد طلابات التنس التي اشتروها المنظرون؟

٣ يندرن ناصر يوميا على لعبة كرة القدم.

يختار ثيابه وفق الجدول المقابل. كم زيا مختلفا يمكن أن يورنه ناصر للتدريب؟

جوارب	سروال	قميص
أحمر	أبيض	أزرق
أبيض	أسود	أزرق
مخطط		أحمر

٤ السجلة: اذكر موقعا يكون فيه استخدام قائمة منتظمة أو شجرة بياناً أكثر فائدة من استخدام مبدأ العد.

إسهامات حل المسائل

- ابحث عن النط
- نظم قائمة
- اعمل جداول
- خمن وتحقق
- اعمل بطريقة عكسة
- استخدم التفكير المنطقي
- ارسم تسللا بياناً
- حل مسألة أبسط.

التباديل والترتيبات

Permutations and Arrangements

صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت عن الأنجام اليدوية وبدأ العد. متوجه في هذا الدرس هذين المفهومين حول مواقف عديدة تكون الترتيب فيها مهمًا.

- سوف تتعلم
- تطوير طرائق العد في حالات يكون فيها الترتيب هاماً.

استكشف

الأدوات المستخدمة بطاقات تأشير لكل مجموعة مدون عليها ما يلي: أ، ب، ج، د على كل طالب في المجموعة أن يأخذ بطاقه واحدة: أ أو ب أو ج أو د.

من الاستخدامات عند تحديد ترتيب المتأخر في فريق رياضي، على المدرب أن يدرك الترتيبات الممكنة التي يمكن تشكيلها.



١ إذا أصلحت الطالب الذي يحمل البطاقة أ بمفرده، يكم طريقة يمكنه أن يصطف؟

٢ إذا أصلحت الطالبان اللذان يحملان البطاقتين أ، ب، فيكم طريقة يمكنهما أن يصطفا؟

٣ إذا أصلحت الطالب الذي يحمل البطاقة ج، فيكم طريقة يمكنه أن يقف عندما يصطف الطالبان وفق الترتيب أ، ب؟ والترتيب ب، أ؟ وبكم طريقة يمكن لـ ٣ طلاب أن يصطفوا؟ كيف تربط ذلك بعدد الطرائق الممكنة التي يمكن لطلاب أن يصطفوا بها؟

٤ أصلحت الطالب الذي يحمل البطاقة د، أين يمكن أن يقف عندما يصطف الطلاب وفق الترتيب أ، ب، ج؟ وأين يمكن أن يقف هذا الطالب عندما يصطفون في الترتيبات الأخرى؟ وبكم طريقة يمكن لـ ٤ طلاب أن يصطفوا؟ كيف تربط ذلك بعدد الطرائق الممكنة التي يمكن لـ ٣ طلاب أن يصطفوا بها؟

٥ حتى عدد الطرق الممكنة التي يمكن أن يقف فيها ٥ طلاب في صف واحد.

المصطلحات الأساسية

▪ ترتيب

Arrangement

▪ تبديل

Permutation

▪ مضروب

Factorial

تعلم

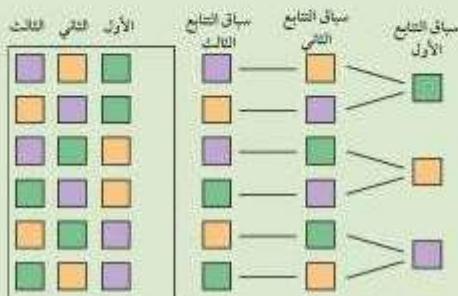
عند معاينة الخيارات المتوفرة المختلفة، غالباً ما تمعن النظر في الترتيب الذي وضع فيه الأشخاص أو الحروف أو الأعداد أو الأشياء الأخرى. التبديل هو ترتيب يمكن فيه موقع الأشياء منها. اتبديل أ ب ج مختلف عن اتبديل ج ب أو يمكن أن يساعد مبدأ العد على تحديد عدد الخيارات أو التباديل.

مثال (١)

في سباق البطل على مسافة 4×100 م لرجال، كان أحد الفرق يضم كلّ من علي وحسن وأحمد ومصطفى. قرر المدرب أن يركض مصطفى في المرحلة الأخيرة يكم ترتيب مختلف يمكنه اختيار علي وحسن وأحمد لمدرب المرالن الثلاث الأولى؟

الحل:

بالنسبة إلى العداء الأول هناك ثلاث امكانيات. عند اختياره يمكنه اختياران أمام العداء الثاني. عند تحديد الخيار يمكنه اختيار واحد أمام العداء الثالث.



باستخدام هذا العدد يساوي عدد الخيارات الكلي $3 \times 2 \times 1 = 6$ طرائق يمكن للمدرب استخدام 6 طرائق مختلفة لترتيب العدائين الثلاثة.

حاول أن تحل

١ يمكن للساحرين أن يتياروا في ٨ خطوط في سباق الـ ٢٠٠ م فراملة. كم عدد الطرائق المختلفة التي يمكن ترتيب الساحرين بها في الخطوط المختلفة؟

يستخدم الترميز الأسني لكتابية حاصل الضرب عندما تكون المواريل كلها متساوية: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4^3$. أما **التكرار** فيستخدم لكتابية حاصل الضرب عندما تكون المواريل أعداداً صحيحة (موجبة) متالية. يكتب مضروب ٤ على شكل 4^3 ويعني $4 \times 3 \times 2 \times 1$. يساوي الصفر!

مثال (٢)

آخر ٨ شخصون لحمل الشعلة الأولمبية عبر المدينة

(١) يكم طريقة يمكن ترتيب حاملي الشعلة؟

الحل:

آخر ٨ شخصون وأوجد الطرائق المختلفة التي يمكن تطبيقهم بها

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$$

لدينا 24 طرائق مختلفة لترتيب حاملي الشعلة



(ب) بكم طريقة يمكن اختيار 3 من حاملي الشعلة وترتيبهم للمرور عبر 3 مرات للشخصيات الهامة؟

الحل:

الطرائق المختلفة لترتيب حاملي الشعلة $= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.
عليك اختيار 3 من حاملي الشعلة الثانية تحسب، ولست مضطراً إلى ترتيب حاملي الشعلة الخمسة الآخرين، أقسم على عدد الطرائق الممكنة لترتيب حاملي الشعلة الذين لن يمرروا عبر مرات الشخصيات الهامة.

$$\frac{1}{5} = \frac{18 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$$

وأزل العوامل المشتركة كلها

$$= \frac{18}{5} = 3 \times 7 \times 6 = 336$$

لدينا 336 طريقة لاختيار 3 من حاملي الشعلة وترتيبهم
نعتبر النتيجة سليمة لأنه يمكن لـ 8 أشخاص حمل الشعلة والعبور أمام مسر الشخصيات الهامة الأولى، ثم يمكن لستة أشخاص أن يحملوها عبر العصر الثاني وأخيراً يمكن لـ 6 من حاملي الشعلة أن يمرروا عبر العصر الأخير.

حاول أن تحل

- ٢ (أ) احسب ١٤
(ب) احسب ٧ - ٣

(ج) نجري محلة إذاعية مسابقة، يتم تسمية الأغانيات العشر الأفضل، وعلى المستمعين تحديد الترتيب الصحيح للأغانيات العشر الأفضل ليتمكنوا من الربح. بكم طريقة مختلفة يمكن لأحد المستمعين اختيار 5 أغانيات من القائمة التي تضم الأغانيات العشر وترتيبها؟

مثال (٣)

لتفرض الله عليك اختيار من بين مجموعة من ١٠ سيارات، بعض السيارات التي ستشارك في الاستعراض وترتيبها كم ترتيباً يمكنك تشكيله إذاً؟

- (أ) ٤ سيارات?
(ب) ٥ سيارات?
(ج) ٧ سيارات?

الحل:

تتضمن عادة الآلات الحاسبة العلمية مفتاح المضروب []

(أ) إذAtom اختيار ٤ سيارات وبالتالي، لم يتم اختيار ٦ سيارات: $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

لدينا 5040 طريقة لاختيار 4 سيارات وترتيبها

(ب) إذAtom اختيار ٥ سيارات وبالتالي، لم يتم اختيار ٥ سيارات:

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30240$$

لدينا ٣٠ طريقة لاختبار ٥ سيارات وترتيبها.

(ج) إذا تم اختبار ٧ سيارات، وبالتالي، لم يتم اختبار ٣ سيارات.
٦٠٤٨٠٠ - ١٠٣٠٠

لدينا ٦٤٨٠٠ طريقة لاختبار ٧ سيارات وترتيبها

حاول أن تحل

- ٣ (١) ما عدد الطرق المختلفة المسكونة لاختبار ٧ طلاب من ٩ وترتيبهم للإشراف على صالة الأنشطة؟
(ب) يفتح الباب إذا ضغطت على ٣ مفاتيح مختلفة بالترتيب الصحيح من بين ٥ مفاتيح مختلفة. بكم طريقة مختلفة يمكن القيام بذلك؟
(ج) لفترض أنه عليك اختبار ٣ طلاب وترتيبهم من بين ٥ طلاب لمشروع الفصل. ما عدد الترتيبات التي يمكنك تشكيلها؟
ما عدد الترتيبات المسكونة إذا كان عليك اختيار ٤ طلاب؟ و ٥ طلاب؟

تحقيق من فهمك

- ١) وضع ما الذي تعنيه ١٥.
٢) أي من الدول التي تعلمها، الخطبة والتربية،... إلخ تشبه المصروب؟ وماذا؟
٣) ما أوجه الاختلاف بين هذه الطرائق المسكونة لاختبار ٢٠ شخصاً من بين ٤٠ وترتيبهم، وعدد الطرائق المسكونة لترتيب ٤٠ شخصاً؟



الصيغة لحل المسائل (١-١٠)



عند الأستاذ أحمد ٨ مجموعات في حصة الرياضيات . وغداً ستقوم ثلاث مجموعات منها بتسليم تقارير مشاريعها .
بكم طريقة مختلفة يمكن للأستاذ أحمد اختيار هذه المجموعات وترتيبها ؟

أفهم

١- كم مجموعة في الفصل ؟

٢- كم مجموعة ستمسلم التقارير يوم الاثنين ؟

٣- ما المطلوب إليك إيجاده ؟

جواب

٤- كم مجموعة لن تسلم التقارير يوم الاثنين ؟

٥- استخدم المفروض لكتابية عدد طرائق ترتيب :

(أ) المجموعات كلها

(ب) المجموعات غير المختارة

٦- استخدم المفروض لكتابية تعيير يوضح عدد الطرق المختلفة التي يمكن لأحمد أن يستخدمها لاختيار المجموعات وترتيبها .

حل

٧- بكم طريقة مختلفة يمكن للأحمد اختيار المجموعات وترتيبها ؟

٨- اكتب جملة تعطي الإجابة النهائية

تحقق

٩- أعد نسخة للتعبير في السؤال رقم ٦ باستخدام العوامل بدلاً من المفروض .

حل مسألة أخرى

١٠- عند الأستاذة هلا ٧ مجموعات في حصة الرياضيات . و يوم الاثنين القادم ستقوم ٤ مجموعات منها بتسليم تقارير مشاريعها . بكم طريقة مختلفة يمكن للأستاذة هلا اختيار هذه المجموعات ؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ اختيار إستراتيجية: لماذا توجد ترتيبات مسكنة للحروف في الكلمة LUGE أقل من عدد الترتيبات في الكلمة SALT?

أي من الكلمتين المليتين عدد ترتيباتها المسكنة أكبر Salt أم Pepper؟ ولماذا؟

٢ التفكير الناقد: أحب المظروف؟! حتى! في ذلك، ما سبب هذا التمرين السريع؟

٣ التواصل: استخدم فيصل ٤ بطاريات من بين ٦ ليشغل القطار الثعبان الخاص به: هل تعتبر هذه الحالة حالة تدريب؟ وقبح إجابتك.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النقط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حسن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المتخفي.
- ارسم نشائلاً بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.

التوافق والمجموعات

Combinations and Groups

◀ حصة الدرس: لقد سبق أن تعلمت عن الخيارات التي يكون الترتيب فيها مهمًا. ستعلم في هذا الدرس أن الترتيب قد لا يكون مهمًا في حالات عدة. ▶

- سوق تعلم
- كثافة تحديد الخيارات
- غير المرتبطة بترتيب على أنها توافق وتطبق طرق العد في حالات يكون فيها الترتيب غير مهم
- من الاستخدامات
- يرتكز اختيار أعضاء المaban في المجلس على تشكيل التوافق

استكشاف التوافق

ما الفرق الذي يحدّه ذلك؟

في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية للعام ٢٠٠٨ فاز كل من اللاعبين (أ) و(ب) و(ج) و(د) بالسداياة النهائية في سباق العد ٤ × ٤٠٠ متر تتابع للرجال.

١ يكم طريقة يمكن اختبار العداء الأول والعداء الثاني؟

٢ اذكر الترتيبات المختلفة للعداء الأول والعداء الثاني. هل الترتيب مهم في هذه الخيارات؟

٣ طلبت محطة تلفازية أن يظهر أي عداءين معاً في مقابلة، ما عدد الخيارات المختلفة التي يمكن تشكيلها باستخدام عداءين من الفريق؟ نظر قائلة.

٤ ما أوجه الاختلاف بين اختبار عضويين من الفريق لل مقابلة واختبار العداء الأول والعداء الثاني؟

تعلم التوافق والمجموعات

لتفترض أن مدرستك تجري انتخابات لاتحاد الطلاب وأن المرشحين هم: كامل وخالد وهبة، ونادر. ينتخب الحائز على أكبر عدد من الأصوات رئيساً لاتحاد ويتنازع الشخص الذي يليه نائباً له. ما عدد الواجه الممكنة للاحتجاج؟

في هذه الحالة يكون الترتيب مهمًا، لذلك لدينا $4 \times 3 = 12$ نائباً ممكناً.

المصطلحات الأساسية
◀ توافق
combination

لفترض أن العالسين اللذين نالا أكبر عدد من الأصوات أصبحوا عضوين في اتحاد الطلاب، بصرف النظر عن أيٍ منهما نال أكبر عدد من الأصوات، كيف يؤثر ذلك على الناتج؟

أعفاء الاعمال	نائب الرئيس	الرئيس
خالد	خالد	كامل
كامل	فهد	كامل
فهد	نادر	كامل
نادر	خالد	خالد
خالد	فهد	خالد
فهد	نادر	خالد
نادر	خالد	خالد
خالد	كامل	فهد
فهد	خالد	فهد
نادر	فهد	فهد
خالد	نادر	نادر
فهد	نادر	نادر
نادر	خالد	نادر
خالد	فهد	نادر
فهد	نادر	نادر
نادر	فهد	نادر

الناتج خالد / كامل هو نفسه كامل / خالد. لذا يمكن حله. والناتج فهد / كامل هو نفسه كامل / فهد. لذا يمكن حلقة وهكذا
واليك

بالناتي يتضمن عدد الترتيب من ١٢ إلى ٦.
عندما لا يكون الترتيب مهمًا، ينخفض عدد الترتيب. وتسمى المجموعة المختارة التي تضم عدداً من الأشياء، بغض النظر عن ترتيبها، **نوعية** من الأشياء.

مثال (١)

يريد ٥ طلاب تشكيل غرفة يضم طالبين لكنية مقالات صحفيّة. لإجراء القرعة، تكتب أسماء المرشحين كلها على بطاقات وتحلّط الإجراء. سحب اثنين معًا، ما عدد الترتيب المختارة التي يمكن تشكيلها من طالبيين؟

الحل:

نظم قائمة:

أحمد، خالد	خالد، نادر	نادر، جابر	جابر، حمد
أحمد، نادر	خالد، جابر	نادر، حمد	
أحمد، جابر	خالد، حمد		
أحمد، حمد			

يمكن تشكيل ١٠ توافق ممكنة لاختيار طالبين من بين ٥ طلاب.



حاول أن تحل

١ إذا تقرر تشكيل الفريق من ٣ طلاب لكتابية الحالات الصحية، ما عدد التوافقي الممكن في هذه الحالة؟

في معظم الأحيان يكون عدد التوافقي كثيراً جداً بحيث يصعب تطبيق قاعدة أور صنع شجرة بيانية، يمكنك استخدام الفكرة التي تعلمتها عن الباديل لإيجاد عدد التوافقي. لقد سبق أن تعلمت أنه كي تختار ٣ من حاملي الشعلة من بين مجموعة من ٨ وترتيبهم، لم تكن تحتاج إلى إزالة غير المختارين. وفي هذه الحالة، تقسم ٨ على ٥ لإيجاد عدد الباديل، لإيجاد عدد طرائق اختيار ٣ من بين ٨ فحسب من حاملي الشعلة، لا تحتاج إلى ترتيب أي من حاملي الشعلة الثلاثة أيضاً، اقسم ٨ على عدد طرائق ترتيب حملة الشعلة للمختارين أيضاً.



مثال (٢)

في أحد المعارض ٢٠ لوحة لذبابة، يكم طريقة يمكن اختيار المجموعتين التاليتين؟ اكتب

إجابتك على شكل مفروم

(أ) ١٧ لوحة

(ب) ٣ لوحة



اختبار ١٧ لوحة هو نفسه اختيار ٣ لوحة. قعدد الطرائق في الحالتين هو نفسه.

المثال

إذا كان مجموع الأعداد في المقام لا يساوي العدد الذي يمثل السطح لهذا مليل على آلة حطاطاً.

مثال (٣)

في الألعاب الأولمبية للعام ٢٠٠٨، المختبر ٣ للاهلي جماز من كل من فريق الدول المشاركة، وكان فرق التحقيقات يضم ٦ لاعبين، كم فريقا مختلفا من ٣ لاعبين كوربيين تم تشكيله؟

الحل

بما أن الترتيب غير مهم في عملية الاختيار، علينا البحث عن توفيق ما:

$$\frac{16}{2^6} = \frac{1}{2^3 \cdot 3!}$$

لدينا ٤ طرائق لاختيار فريق من ٣ أعضاء من بين اللاعبين الـ ٦.

حاول أن تحل

٢ كم فريقا من ٤ لاعبين يمكن تشكيله من مجموعة من ٦ لاعبين؟

تحقق من فهمك

١ فيم مختلف الترتيب عن الترتيب؟ لماذا توجد ترتيب أقل من الترتيب عدد الاختيار من مجموعة ما؟

٢ كيف يرتبط اختيار ٢ من ٧ باختيار ٥ من ٢٧ ولماذا؟



الورقة لحل المسائل (١٠-٣)



يكرم طريقة يمكنك اختبار ٣ كتب من بين مجموع الكتب: كتاب تاريخ أو رواية أو قصة قصيرة أو كتاب جغرافية أو كتاب علمي أو مجلة ثقافية؟

أفهم

- ١ حوط عدد الكتب التي ستحتاجها
- ٢ ضع خطأ تحت الكتاب الذي يمكن اختبارها
- ٣ هل المطلوب هناك هو كتابة تجميع الكتب أم عدد الطرائق المسكون بها التجمع؟

خطط

- ٤ أكتب كلاماً مماثلاً مستخدماً المقرب و بـ
 - (أ) عدد طرائق اختبار العناصر كلها وترتيبها
 - (ب) عدد طرائق ترتيب العناصر المستحارة
 - (ج) عدد طرائق ترتيب العناصر غير المستحارة
- ٥ أي من الصيغ التالية يبين عدد طرق اختبار الكتب؟

$$\frac{!5}{!2 \times !3}$$

$$\frac{!5}{!3}$$

$$\frac{!2 \times !3}{!5}$$

حل

- ٦ يكرم طريقة يمكنك اختبار ٣ كتب من المجموعة؟

تحقق

- ٧ تتحقق من إجابتك بتنظيم قائمة لأنواع الكتب التي يمكن اختبارها، وارمز إليها بالأحرف التالية: أ، ب، ج، د، هـ

حل مسألة أخرى

- ٨ يكرم طريقة يمكنك صنع فقرة من النجم تعلوها ٤ طبقات من الكهات المختلفة، علماً أن الطبقات المتوفرة هي الطنطم والجين والبصل والمخلل والخنز، والصلصة والترايل؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: يكتم طريقة يمكنك تقديم وجهة خفيفة لفريق من ١٠ ساحر إذا كان لديك ١٢ وجهة خفيفة، وبحسب ما يأخذ كل ساحر وجهة واحدة؟

٢ المختر إستراتيجية: يكتم طريقة يمكن اختيار مجموعات مكونة من صدر إلى ١٢ شيئاً من بين ١٢ شيئاً؟

٣ التفكير الرياضي: يكتم طريقة مختلفة يمكن أن تختار ٣ لاعبين من بين ١٠ لاعبين لفريق كرة السلة، فما اختيار ٣ لاعبين من بين اللاعبين السبعة البالغين لفريق آخر؟

٤ تزيد الخيارات مجموعة من بين ١٠ طلاب، ما عدد طلاب المجموعة التي ستختارها بحيث تكون عدد الخيارات أكبر مما يمكن؟

استراتيجيات حل المسائل

- يبحث عن النقط.
- نظم قائمة.
- احصل جدولًا.
- حسم وتحقق.
- احصل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.

الفرصة والاحتمال
Chance and Probability

عيد ميلاد سعيد

كم يوم مولد للفرد الواحد؟ لكل فرد يوم مولد واحد فحسب. أما الأيام الأخرى من السنوات المتتالية التي تحفل فيها أيام المولود فهو الذكرى السنوية لملوك اليوم.
وعلماً لا شك فيه أن العديد من الأشخاص يشاركون يوم المولد نفسه، إذا كان يوم مولدك يقع في ١٧ يونيو / حزيران فإن الشيخ الأحد الصباح يشاركك فيه، وإذا كان يقع في ٢٥ يونيو / حزيران فإن الشيخ نواف الأحد الصباح يشاركك فيه، إننا تحفل باليوم مولد الأفراد المئيين بالنسبة إلينا وإلى عطنا، مثل الملوك ورؤساء الجمهورية.
اليوم الذي يحصل فيه أفراد مختلفون باليوم مولدتهم بستين أحديانا بالتفصيل:
هل ولدت بمفرشك أو شاركت أخ أو اخت يوم مولدهم؟ عند ولادتك من الممكن أن يكون لديك:
- فرصة واحدة من ٨٠ أن تكون توأما (أخ أو اخت لك)
- فرصة واحدة من ٦٤٠ أن تكون توأما (الزوج من آخرتك)
- فرصة واحدة من ٥١٢٠٠ أن تكون توأما (الثلاثة إخوة آخرين لك)
- فرصة واحدة من ٤٠٩٦٠٠٠ أن تكون توأما (الأربعة إخوة آخرين لك)



- ١ هل تشارك أحد المشاهير يوم مولده؟
- ٢ تحفل جولة الكويت بذكرى الاستقلال والعيد الوطني في ٢٥ فبراير. هل هذا التاريخ يصادف في اليوم نفسه من كل عام؟ وماذا؟
- ٣ أي ماجين له فرصة أكبر للحدث، أن تولد كعوام ثالثي أم كعوام خامسي؟

٤-١٠

الاحتمال Probability

صلة الدرس لقد سبق أن استخدمت طرائق لمد النوافذ المسكونة، مستعلم في هذا الدرس حساب فرص حدوث ناتج ما.

سوق تعلم
• حساب الاحتمال

من الاستخدامات

- يستخدم الاحتمال توقع السكان الذي ي يحدث فيه الأعصار.



المصطلحات الأساسية

- | | |
|--------------|-------------|
| تجربة | ▪ نواتج |
| Experiment | Out comes |
| نواتج | فضاء العينة |
| Sample space | حدث |
| حدث | احتمال |
| Event | Probability |



نفرض أنك ترمي قطعة نقود معدنية كجربة يمكن أن تظهر قطعة النمر أو الكتبة فيما تتجهان متارياً في الفرس أو نواتج مسكونة تشمل مجموعة النواتج المسكونة كلها في تجربة ما فضاء العينة، وعادة نهتم بفرصة حدوث حدث معين، وسي ذكر احتمال الحدث.



يمكن كتابة الاحتمال على شكل كسر عشري أو كسر أو نسبة أو نسبة مئوية.

$$L(\text{حدث}) = \frac{\text{عدد التواريخ في الحدث}}{\text{عدد التواريخ في فضاء العينة}}$$

أمثلة

- ١ يلعب فهد و خالد لعبة باستخدام مكعب مرقم، إذا رمى فهد المكعب الرقم وحصل على ٣ أو أكثر يفوز في اللعبة ما النتائج المختلفة للحدث ٣٠ أو أكثر؟ ما احتمال الحدث ٣٠ أو أكثر؟

الحل:

فضاء العينة: ٦ تواريخ $\left\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \right\}$

الحدث ٣٠ أو أكثر: ٤ تواريخ $\left\{ 4, 5, 6 \right\}$

احتمال حصول فهد على ٣٠ أو أكثر في رمي $\frac{4}{6}$ أو $\frac{2}{3}$.

- ٢ تجربة ملأ التجرين يوم مولد صديقتها فاتن، ما احتمال أن تخبن الشهر الصحيح في محاولتها الأولى؟ (لتفترض أن الاحتمالات متساوية ل يوم مولد أي شخص في أي شهر)

الحل:

في السنة ١٢ شهراً وبالتالي يساوي عدد تواريخ فضاء العينة ١٢، يمكن أن يكون فيه مولد فاتن في خلال شهر واحد فقط ، وبالتالي يساوي عدد تواريخ الحدث ١

$$L(\text{تخbin الشهر الصحيح}) = \frac{1}{12}$$

• الإيجاب المطرد

جزء ثالث حول المحيط
الماء هو منطقة يحيط بها
عدد كبير من الأنهار والبر الرئيسي
وهو على شكل حلقة مصان
طولها ٤٠٠٠ كم

حاول أن تحل

- ١ ما النتائج في فضاء العينة في كل معايير؟ وما احتمال الحدث؟

(أ) إذا رمى أحمد مكعباً مرقماً وحصل على ٥ أو أكثر، يفوز في اللعبة

- (ب) هل سيحدث زيارة المحيط الهادئ الكبير في نهاية الأسبوع؟ (باتفترض أن فرص حدوثه في خلال أي يوم من الأسبوع متساوية).

يكتب احتمال وقوع حدث ما دائمًا على شكل عدد بين الصفر واحد.

عندما يستحبذ وقوع حدث يساوي الاحتمال خيراً وعندما يكون وقوعه مزعجاً يساوي الاحتمال واحداً.



مثال (٣)



لتفترض أنك برمي الدوران إلى اليسار، ما احتمال أن يتوقف مؤشرها عند اللون:

- (أ) الأحمر
(ب) الأحمر أو الأزرق
(ج) الأخضر
(د) غير الأحمر

الحل:

$$(أ) لـ (أحمر) = \frac{1}{3}$$

$$(ب) لـ (أحمر أو أزرق) = 1$$

$$(ج) لـ (أخضر) = صفر$$

$$(د) لـ (غير الأحمر) = \frac{2}{3}$$

يمكنك أن تلاحظ أن احتمال الحصول على اللون الأحمر زائد احتمال الحصول على لون غير اللون الأحمر هو ١، يساوي مجموع احتمال وقوع حدث واحد واحتمال عدم وقوعه.

حاول أن تحل



أوجد احتمال رمي السككب المرقم مرة واحدة والحصول على:

- (أ) عدد أولي
(ب) عدد غير أولي
(ج) عدد < ٧
(د) عدد > ٥
(ه) كسر بين ١ و ٢

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

١- اذكر الفرق بين الناتج والحدث. هل يمكن أن يكون الناتج حدثاً؟

٢- كيف تقارن احتمال ٢٥٪ باحتمال ٤٪، وباختصار؟

٣- إذا كان الحدين أ، ب بمتلان الإمكانيات كلها في فضاء عينة، ما الذي تعرفه عن لـ (ب)؟ ولماذا؟



١

ب



المرشدة لحل المسائل (١-٤)



تساوي مساحة كل من القطاعين الأخضر والأصفر من التوارة $\frac{1}{2}$ من مساحة الدوارة.
ما احتمال عدم توقف مؤشر التوارة عند اللون الأصفر؟

أفهم

١. كم قطاعاً في الدوارة؟

٢. أي القطاعات لها المساحة نفسها؟

٣. أي كسر من المساحة يمثل اللون الأصفر؟

خطّط

٤. كيف تجعل مساحة القطاع الأحمر مساوية لمساحة القطاع الأخضر؟

٥. كيف يمكن أن توجد احتمال الحدث:

$$1) \text{لـ} \frac{\text{عدد نوافذ الحدث}}{\text{عدد المواقع في قضاء العينة}} = \frac{4}{(ب) لـ} \quad 2) \text{لـ} \frac{\text{عدد الأحداث}}{\text{عدد الأحداث في قضاء العينة}} =$$

٦. اذكر نوافذ الحدث متساوية الفرص. قد تذكر بعض الألوان أكثر من مرة واحدة.

٧. اذكر النوافذ كلها التي ليست خضراء.

حل

٨. اكتب احتمال عدم توقف مؤشر التوارة عند اللون الأصفر على شكل كسر.

تحقق

٩. كيف يمكنك استخدام الطرح لإيجاد الإجابة؟

حل مسألة أخرى

١٠. تساوي مساحة كل من القطاعات البيضاء والسوداء $\frac{1}{4}$ من مساحة الدوارة.

ما احتمال عدم توقف مؤشر التوارة عند اللون الأسود؟



حل المسائل والتفكير المنطقي



- ١ التفكير الرياضي: الثان فقط من قوارب الحلوي
البيبة مطابقان، ما هما؟ لترى نفسك ألاك الآخرين قالين
عشواي! ما احتمال أن يكونوا مطابقين؟

التفكير الناقد:

أجب مستخدمنا: «ادانتها»، «أحياناً»، «مستحيل»،

٢ يساوي احتمال الحدث المؤكد.

٣ يساوي احتمال الحدث المستحيل.

٤ التواصل: وضح الفرق بين تعابير «مسكون» و«مستحيل».

- ٥ المجلة: وضح لم احتمال وقوع حادث لا يمكن أن يكون أكبر من ١. أعط مثالاً على حدث يساوي احتمال وقوعه ١.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولأ.
- خصم وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.



٥-١٠

الاحتمال التجاري والاحتمال الهندسي Experimental and Geometric Probability

سوف نتعلم

- استخدام التجارب لإيجاد الاحتمالات.

من الاستخدامات

- يستخدم صانعو الأطعمة اختبارات السوق والاحتمال لتحديد ما إذا كان المنتج ملائماً رواجاً.

المصطلحات الأساسية

- احتمال تجريبي
Theoretical Probability
- احتمال تجاري
Experimental Probability
- محاولة
Trial
- احتمال هندسي
Geometric Probability

رمي التقوس المعدنية الأدوات المستخدمة: قطعة تقوس معدنية



- أثناء عدك مع الطلاب في مجتمعك، حدد من يحيى موعد يوم مولده آخر، مثلاً ولد الطالب في مجموعة يوم ١٢ ويوم ٣ ويوم ٢٤ ويوم ١٩ ويعبر يوم ٢٤ التاريخ الأخير لأعياد المولد. تسمى هذا العدد (ن).



- سوف ترمي قطعة تقوس معدنية (ن) مرة (٢٤) مرة للسؤال السابق. اذكر عدد المرات التي تتوقع أن تحصل فيها على صورة.

- ازم قطعة تقوس (ن) مرة. سجل عدد مرات الحصول على الصورة. هل هذا هو العدد الذي توقعته؟

- القسم عدد مرات الحصول على الصورة على عدد مرات رمي قطعة التقوس. فربما النتيجة إلى أقرب واحد من مائة تعتبر آلة الاحتمال.

- ما الاحتمال الأكبر الذي حصلت عليه مجموعة؟ وما الاحتمال الأصغر؟

- اكتب النتائج باستخدام علامات المد (عدد الصور الكافي وعدد الرميات الكلية) أقسم لإيجاد احتمال طلاق الفضلائهم. هل هو قريب من توقعك؟

تعلم التأثير

إحتمالاً قد يكون من السهل حساب الاحتمال النظري أو الاحتمال النظري لمحدث ما. عندما ترمي مكعباً مرقعاً، يكون احتمال ظهور كل وجه $\frac{1}{6}$. لكن في حالات أخرى، قد تحتاج إلى تقدير الاحتمال عبر بيانات استطلاع ما أو البيانات التجريبية. ويسمى الاحتمال المحسب وفق هذه الطريقة الاحتمال التجاري.

تتمثل الطريقة الفضلى لإدراك مفهوم الاحتمال التجاري باستخدامه في حالة يكون فيها الاحتمال النظري معلوماً، والممارسة فيها.



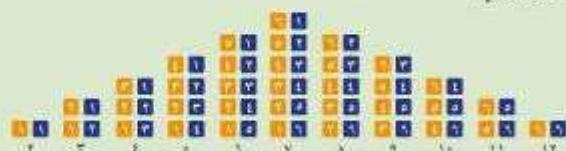
نسمى كل مرة تقام فيها بتجربة محاولة .

مثال (١)

(أ) ما الاحتمال النظري للحصول على المحاجع الممكنة عند دمي مكعبين مرفقين؟

الحل:

باستخدام مبدأ العد، نبين أن عدد التواريخ الممكنة $6 \times 6 = 36$. يمكن رسم مخطط أو تظمي قائمة للاحتجة المحاجع الممكنة كالتالي



الاحتمالات النظرية	
المجموع	٣٦
التواريخ	٣٠
النسبة المئوية	٨٣,٣%

(ب) لإيجاد الاحتمالات التجريبية لرم مكعبين مرتين ٥٠ مرة، وسجل المحاجع التي حصلت عليها

الحل:

حصل أحد الطلاب على النتائج التالية:

الاحتمالات التجريبية	
المجموع	٣٦
التواريخ	٣٠
النسبة المئوية	٨٣,٣%

(ج) قارن بين النتائج التجريبية هذه والنتيجة المئوية النظرية للمحاجع من ٢ إلى ٦
نقارب النسب المئوية للاحتمالات التجريبية والنظرية، وكان من الممكن أن تقارب النتائج
إلى حد أكبر لو أجرى الطالب عدداً أكبر من المحاولات

حاول أن تحل

(أ) عند دمي قطعه شفاف معدليتين، ما الاحتمال النظري للحصول على صورتين؟ وصورة واحدة؟ وعدم الحصول على صورة؟



(ب) لإيجاد الاحتمال التجاري، أود قطعني تفود معدنين ٥٠ مرة، سجل عدد مرات حدوث كل نتيجة

(ج) قارن بين النتائج التجريبية التي حصلت عليها والنسب المئوية النظرية

يمكن اعتماد طريقة أخرى لتحديد الاحتمال وذلك باستخدام تمثيل هندسي ومقارنته بين المساحات أو الأطوال أوقياسات أخرى، وهذا ما يعرف بالاحتمال الهندسي.

مثال (٢)

وضعت هدية صغيرة عشوائية، في قالب حلوى. ففرض تواجد الهدايا في أي جزء من قالب الحلوى متساوية. ما احتمال أن تتوارد الهدايا تحت الأطراف الحمراء؟



الحل:

$$\text{مساحة المستطيل الكلية} = 91 \text{ سم} \times 61 \text{ سم} = 5551 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الوسطى} = 76 \text{ سم} \times 46 \text{ سم} = 3496 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الأطراف الحمراء} = 5551 - 3496 = 2055 \text{ سم}^2$$

$$\text{يساوي احتمال أن تكون الهدايا تحت الأطراف الحمراء} = \frac{2055}{5551} = 0.3705 \approx 37\%$$

حاول أن تحل



٢. وضعت هدية صغيرة عشوائية، في قالب حلوى. ففرض تواجدها في أي جزء من قالب الحلوى متساوية. ما احتمال أن تكون الهدايا تحت إحدى الزهور؟

تحقق من فهمك

١. اذكر الفرق بين الاحتمال النظري والاحتمال التجاري. هل الاحتمالات التي يذكرها الآباء نظرية أم تجريبية؟ هل الاحتمال الهندسي نظري أم تجريبي؟

٢. قال قيد إن الاحتمال التجاري يمكن أن يكون أكبر من ١، هل هذا صحيح؟ وإذا كان كذلك، أعط مثالاً

٣. لنفترض أن السدق في جودة المنتجات أجرى اختباراً على ٢٠ صندوق شمع، فوجد شوغاً معيلاً في ١ منها. واعتبر أن العمل قد فشل في الاختبار. هل هذا عادل؟



الموضوع لحل المسائل (٥-١)



قام خالد باستطلاع طلاب فصله حول يوم مولده كل منهم. ثم نظم البيانات في مخطط الساق والأوراق التالى:

الساق	الأوراق
٠	١٣٥٧٧٨٨٩
١	١١٣٥٦٧٧٧٨٩
٢	٠٠١٢٢٣٤٦٦٧٨٩
٣	٠٠١

- (أ) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بتاريخ ٤١٧
(ب) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بتاريخ ٤٢٩
(ج) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بتاريخ ٤٤

إجابة

١ ماذا تمثل كل إجابة؟

خطوة

٢ ما عدد نواتج فضاء العينة؟

٣ اكتب عدد الطلاب الذين ولدوا في كل من التواريف المذكورة

- (أ) يوم ١٧ (ب) يوم ٣٠ أو ٢١ (ج) يوم ٤

٤ كم طلاباً لم يولد في تاريخ ٤

حل

٥ اكتب احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد في كل من التواريف المذكورة:

- (أ) يوم ١٧ (ب) بعد يوم ٢٩ (ج) لم يولد في يوم ٤

نحو

٦ اكتب كل احتمال في التزال رقم ٥ على شكل نسبة مئوية.

- (أ) يوم ١٧ (ب) بعد يوم ٢٩ (ج) لم يولد في يوم ٤

حل مسألة أخرى

٧ أخفف يومي مولد آخرين: التاسع، والتاسع والعشرين إلى مخطط الساق والأوراق السابق. ثم أجب عن الأسئلة التالية:

(أ) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بتاريخ ٤٢٥

(ب) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بعد تاريخ ٤١٦

(ج) ما احتمال أن يكون أحد الطلاب قد ولد بتاريخ ٤١٠



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التحضير للأخيار: قلل احتمال أن يكون أحد الأشخاص قد ولد في شهر مايو
(أ) ٢٠٪ (ب) ٢٤٪ (ج) ٦٠٪ (د) ٨٥٪

٢ التواصل: أعطى ٦٠٠ مريض من أصل ١٠٠٠ دواء جديداً، أما العدد المتبقى منهم فأعطي له دواء ليس له أي تأثير. من الأشخاص الذين أخذوا الدواء الفعال، تحسنت حالة ٣٠٠ منهم مقارنة بـ ٥٠ شخصاً من الذين أخذوا الدواء الآخر. هل يمكن القول أن الدواء فعال؟ ولماذا؟

٣ النجاة: استبدل ٧ شمعات في صندوق يحوي ٢٤ شمعة عادية بشمعات لا تطفئ عند ضخها. وعندما حاول قهد إطفاء شمعات غير مولده الـ ١٢، بقيت منها ٥ مشتعلة. فارن الاحتمال النظري بالاحتمال التجاري لعدم انطفاء إحدى الشمعات

٤ التفكير الناقد: إذا كان الاحتمال النظري لوقوع حدث ما يساوي ١، هل يمكن للأاحتمال التجاري أن يكون أصغر من ١؟

إماراتيات حل المسائل

- يبحث عن النسق.
- نظم قائمة.
- أعمل جدولأ.
- خزن وتحفظ.
- أعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي
- أرسم نشلاً بيانياً
- حل مسألة أبسط

١-١٠

الاحتمال المشروط Conditional Probability

صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت كيف تحسب احتمالات أحداث فردية. ستعلم في هذا الدرس كيف تؤثر المعلومات الإضافية والشروط على الاحتمالات ▶

- سوف تعلم عن العوامل التي تؤثر على احتمال حدث ما.

من الاستخدامات يطلب التطبيق لحدث كبير الأخذ في الاعتبار العديد من الشروط والاحتمالات بحيث تضاد.

استكشاف الاحتمال المشروط



اطعمة متعددة

نفترض أن لديك المعلومات التالية حول الوجبات المطلوبة في أحد المطاعم. انت تساهم في توزيع الاطباق.

دجاج	طعمان بياني
١١	٧٣
٢٩	٥٢
٣	٤

المصطلحات الأساسية
◀ الاحتمال المشروط
Conditional Probability

- ١ ما الاحتمال أن يطلب شخص طعاماً بيانياً؟ ما احتمال أن تكون الوجبة قد طلبتها من؟
- ٢ هل الوجبة البيانية هي الوجبة المفضلة لدى الطلاب أو الموظفين أو المسنين؟ هل وجة الدجاج هي الوجبة المفضلة لدى الطلاب أو الموظفين أو المسنين؟ هل
- ٣ نفترض أن موظفاً يريد تناول وجبة. فهل من المرجح أن تكون الوجبة دجاجاً أم وجبة بيانية؟ هل مستكون متأكداً بدرجة عالية أو متدربة حول اختيار وجبة الطعام لـ كان الشخص من فئة الطلاب؟
- ٤ نفترض أن أول ٣ مسنين طلبوا وجبة بيانية. إلى أي درجة مستكون متأكداً من اختيار وجبة السن التالي؟

تعلم الاحتمال المشروط

في العديد من المواقف من الحياة اليومية، تؤثر معرفة حدث واحد على القرارات التي مستخدماً بشأن المحدث الثاني. وينطبق هذا الأمر أيضاً على في الحالات المتعلقة بالاحتمال. غالباً ما تساعد المعلومات الإضافية على إيجاد الاحتمال النظري لحدث ما.

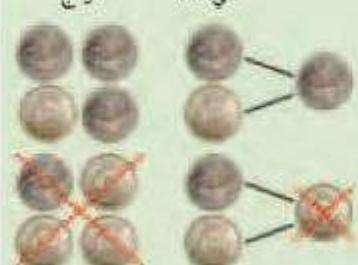


مثال (١)

لتفترض أنت رمي قطعتي نقود معدنيتين، وحصلت على الصورة في المقطعة التالية

(أ) ما احتمال أن تظهر قطعها النكارة الصورة؟

النواج ثانية قطعة



إذا كنت تحصل ناتج قطعة النكارة الأولى، فإن احتمال الحصول على صورتين هو $\frac{1}{4}$. ولأنك تعلم أن ناتج القطعة الأولى هو الصورة، فقد تخفيض هذه النواج في فضاء العينة لدينا الآن ناتجان ممكنان قياسي في فضاء العينة. يساوي احتمال الحصول على صورتين، علماً أن ناتج القطعة الأولى هو الصورة $\frac{1}{4}$.

(ب) ما احتمال أن يكون ناتج قطعتي النكارة المعدنيتين الكثافة؟

يساً أن ناتج قطعة النكارة الأولى هو الصورة، فالاحتمال الحصول على كثابين يساوي صفرًا.

حاول أن تحل

لكرة المسائل
لكرة

قد ترى أنه من الأسهل رسم شجرة بيانية لإيجاد الاحتمال النظري بدلاً من تنظيم قائمة.

١ لفترض أنت رمي مكعبين مرفقيين، وتوقف المكعب الأول عند العدد ١

(أ) ما احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين توقف المكعبان عندهما ٩٦

(ب) ما احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين توقف المكعبان عندهما ٩٨

الاحتمال المشروط هو احتياج وقوع الحدث بـ باعتبار أن الحدث أ قد وقع سابقاً، و بما أن الحدث أ قد سبق ووقع فهذا يحد من نواتج فضاء العينة عند حساب الاحتمال المشروع للحدث بـ.

مثال (٢)

صادف يوم مولده حسود في اليوم نفسه الذي ولد فيه جده في شهر أكتوبر / تشرين الأول

(أ) ما احتمال أنت استطعت تخمين يوم مولده، عشوائياً؟

الحل

يساً أنه ولد في أكتوبر / تشرين الأول وهو شهر من ٣١ يوماً، وبالتالي الاحتمال يساوي $\frac{1}{31}$

(ب) ما احتمال أن يصادف يوم مولده في شهر عدد أيامه ٣٠ يوماً؟

الحل

يساً أن شهر أكتوبر يachsen ٣١ يوماً، وبالتالي يساوي احتمال أن يقع يوم مولده في شهر من

٣٠ يوماً صفرًا.



مثال (٣)

يقوم مراقبان تابعان للجنة الرقابة على البرامج المختلفة بمعاينة مجموعة من البرامج تشير صور الإيهام إلى الأعلى إلى الموافقة على البرنامج، فيما تشير صورة الإيهام المتوجه إلى الأسفل إلى عدم الموافقة على البرنامج. يشير الجدول أدناه إلى عدد البرامج الموافق عليها والمرفوضة.

- (١) ما احتمال أن يكون المراقب الأول قد وافق على فيلم؟ وما احتمال أن يكون المراقب الثاني قد وافق على فيلم؟

وافق المراقب الأول على $\frac{11}{213}$
من بين 213 ، فالاحتمال يساوي $\frac{11}{213} = 5\%$. وونزل المراقب الثاني على 100 فيلم من بين 213 ، فالاحتمال يساوي $\frac{100}{213} = \frac{100}{213} \approx 47\%$

المراقب الأول	المراقب الأول	المجموع
المرأقب الثاني	المرأقب الثاني	المجموع
١٠٠	٢٠	٨٠
١١٣	٧٧	٣٦
٢١٣	٩٧	١١٦

٤. العمال المهم

لكي تصميم نادياً سينمائياً يمكن دراسة النقد السينمائي في معهد السينما.

- (ب) إذا وافق المراقب الثاني على برنامج، ما احتمال أن يوافق عليه المراقب الأول أيضاً؟

الحل: إذا وافق المراقب الثاني على برنامج، سينتظر فضاء العينة.

يساوي احتمال موافقة المراقب الأول أيضاً على البرنامج $\frac{80}{116} \approx 80\%$.

- (ج) إذا رفض المراقب الثاني برنامجاً، ما احتمال أن يوافق عليه المراقب الأول؟

الحل: إذا رفض المراقب الثاني برنامجاً، فالاحتمال موافقة المراقب الأول عليه يساوي $\frac{36}{113} \approx 32\%$.

حاول أن تحل

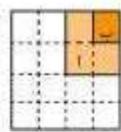
٢. يوضع الجدول التالي ناتج استبيان خضع له بعض الطلاب، أوجد أولاً المجاميع.

لا يحب الرياضيات	يحب الرياضيات	اللات حاسبة مستخدمة في الفصل
٣٤	٥٦	
٢٥	٣٦	اللات حاسبة غير مستخدمة في الفصل

- (أ) ما احتمال أن يحب طالب اختر عشوائياً مادة الرياضيات؟

- (ب) إذا علمت أن طالباً يستخدم الآلة الحاسبة في الفصل، ما احتمال أن يحب هذا الطالب مادة الرياضيات؟

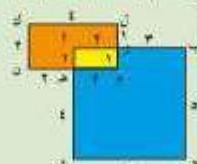




يمكن تثبيت الاحتمال الشروط هندسياً. فلتتعلم أن حدثاً ما وقع في إحدى المربعات وتزغب في معرفة احتمال وقوعه في منطقة مساحتها أصغر من المساحة الأولى أو متساوية معها. في الشكل الموضح، يساوي احتمال وقوع نقطة في المربع ب $\frac{1}{9}$. لكن إذا علمنا أن النقطة تقع داخل المربع أو وبالتالي يصبح احتمال وقوع النقطة في المربع ب $\frac{1}{4}$.

مثال (٤)

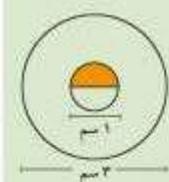
إذا علمنت أن نقطة مانعه داخل المستطيل ك ل م ن، ما احتمال وقوعها داخل المربع أ ب ج د؟



الحل

بما أنك تعلم أن النقطة تقع داخل المستطيل ك ل م ن، فمن الممكن أن تقع داخل المستطيل أ ب ج د. نساوي مساحة هذا المستطيل $\frac{1}{4}$ مساحة المستطيل ك ل م ن، وبالتالي يساوي احتمال وقوع النقطة داخل المستطيل أ ب ج د $\frac{1}{4}$ أو 25% .

حاول أن تحل



(أ) بافتراض أن نقطة مانعه داخل المربع أ ب ج د أعلاه، ما احتمال وقوعها داخل المستطيل ك ل م ن؟

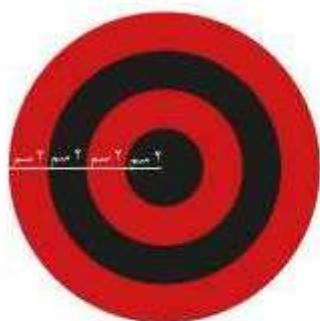
(ب) ما احتمال أن تقع نقطة موجودة داخل الدائرة الكبرى إلى اليسار داخل المنطقة المظللة أيضاً؟ إذا كانت النقطة تقع داخل الدائرة الصغرى، فما احتمال أن تقع داخل المنطقة المظللة؟

تحقق من فهيك

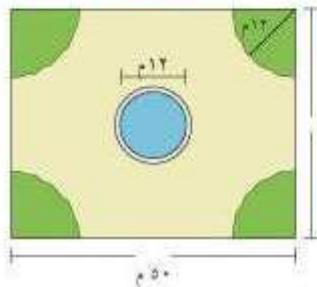
- ١ هل تغير الشروط الجديدة دواماً احتمال وقوع حدث ما؟ ووضح ذلك.
- ٢ أعط مثالاً على احتمال، يتزايد وفق شرط معين، وأعط مثالاً على احتمال، يتناقص وفق شرط معين.
- ٣ رمي مكعبان مرقمان، توقف المربع الأول عند العدد ٢، ما احتمال أن يساوي مجموع العددين اللذين توقف المكعبان عندهما ٤٩ ولماذا؟



حل المسائل والتفكير المنطقي



١. الهمزة: في لعبة السهام، إذا كان طول نصف قطر الدائرة الداخلية ٢ سم، وعرض كل حلقة ٣ سم، فما احتمال أن يصيب اللاعب الدائرة السوداء الداخلية إذا كان قد أصاب إحدى المساحات السوداء؟



٢. التفكير الناقد: أرض أن شخنا قفز بالمنطة وحيط في المنطقة المعلبة الموضحة إلى اليسار ما احتمال أن يهبط في مساحة آمنة بعيداً عن أشجار الأركان وعن النافورة التي في المركز؟

٣. التواصل: إذا تجنبت النافورة الأشجار فيما احتمال الهبوط في مساحة آمنة؟ فنُشر استنتاجاتك، وما العلاقة بين المساحات ذات الأشجار، والنافورة؟

استراتيجيات حل المسائل

- لابحث عن النط.
- تقطم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- تخمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.



الحدث التابع والحدث المستقل

Dependent and Independent Events

Events

◀ صلة المدرس لقد سبق أن تعلمت كيف يمكن لحدث أن يغير احتمال وقوع حدث آخر في هذا الدرس ستعلم ما إذا كان وقوع حدث يرتبط بوقوع حدث آخر.

الاحتمال والإرتباطية

نقطة الالعورد الأدوات المستخدمة: قطع كيس ورق، ٣ بلاطات جيرية (جانب أحمر وجانب أصفر)، شريط لاصق أو قلم تأشير جاف.



- ضع علامة على الجانب الأحمر من بريجين والجانب الأصفر من البريج الثالث باستخدام شريط لاصق أو قلم تأشير جاف.
- ١ اختر مزيجاً من الكيسين من دون النظر داخله ثم سجل ما إذا كانت العلامة موضوعة على الجانب الأصفر أم الأحمر. ثم أعد البريج داخل الكيس.
 - ٢ اختر مزيجاً آخر من الكيسين، ثم سجل ما إذا كانت العلامة موضوعة على الجانب الأصفر أم الأحمر.
 - ٣ أعمل جدولًا لتلخيص النتائج التجريبية للطلاب كلهم.



سوف تعلم

- تبيّن الحدث المستقل من الاستخدامات
- يحتاج عامل الكهرباء إلى معرفة متى تكون ندقفات الكهرباء مستقلة عن بعضها البعض قبل المباشرة بالعمل.

الربع الثاني

	آخر	آخر	
	آخر	آخر	
	آخر	آخر	

الربع الأول

- ◀ تكرر التجربة، ولكن هذه المرة من دون إعادة البريج إلى الكيس.
اذكر تأثير السحب الأول على السحب الثاني في كل حالة.

المصطلحات الأساسية

- ◀ أحداث مرکبة Compound Events
- ◀ أحداث مستقلة Independent Events
- ◀ أحداث تابعة Dependent Events
- ◀ خاصية الضرب Multiplication Property

الأحداث التابعة والأحداث المستقلة

تعلم

تسمى الأحداث التي تتضمن أكثر من ناتج واحد **أحداثاً مرکبة**. أحياناً يؤثر وقوع حدث على احتمال وقوع حدث آخر، وأحياناً قد لا يكون له أي تأثير إطلاقاً. وفي هذه الحالة نقول إن **الحدثين مستقلان**. إذا لم يكن الحدثان مستقلين، يسمى الحدث الثاني **حدثاً تابعاً**. وقد تعاملت مع حالات مماثلة عند درس الاحتمال المشروط.



مثال (١)

هل الأحداث التالية مستقلة؟

- (أ) البرج الأولي ينكعب مرقم تعلقي الناتج ٥، ويساوي مجموع المرتبتين الأوليين ٤.

الحل:

الحدث الثاني مرتبط بالحدث الأول، لذلك احتمال أن يكون المجموع ٤ يساوي صفرًا.

- (ب) الطقس اليوم مشمس ولقد غيرت الإذاعة برامجها.

الحل:

لا تأثر للطقس الشخص على تغيير الإذاعة للتراجم. الحدثان مستقلان.

- (ج) ولد شخص في ٢٧ مايو وولد شخص آخر في ٢٧ مايو.

الحل:

لا يرتبط يوم مولد الشخص الثاني يوم مولد الشخص الأول، وبالتالي الحدثان مستقلان.

حاول أن تحل

لابد أن تكون التوائم
المتطابقة من نفس
الجنس أم التوائم غير
المتطابقة فقد تكون من
كل الجنسين.



١ هل الأحداث التالية مستقلة؟

- (أ) النساء تطرد فالجي الاستعراض.

- (ب) أنت ترتدي قميصا عليه شعار نادي القادسية وفاز فريق القادسية في بطولة كرة القدم.

إذا كان الحدثان A ، B مستقلين، فإن احتمال حدوث كل من A ، B يعطى بـ:

$L(A \cap B) = L(A) \times L(B)$ ونسمى هذه الخاصية للأحداث المستقلة بخاصية الضرب.

يمكن تمثيل هذه الحالة هندسياً. إذا كان احتمال حدث

$$\begin{array}{c} \frac{4}{5} \\ \text{يساوي } \frac{4}{5}, \text{ واحتمال حدث } B \text{ يساوي } \frac{3}{4}, \text{ فيالي} \\ \text{يساوي احتمال وقوع كل من الحدين } A \text{، } B: \\ B = \frac{3}{4} \\ A = \frac{4}{5} \end{array}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

مثال (٢)

أوجد احتمال رمي قطعة لفود معدنية

والحصول على كتابة تم رمي حckett مرقم

والحصول على عدد أكبر من ١

الحل:

لا توفر نتيجة رمي قطعة اللفود على نتيجة رمي



المكعب المرموم، فاحتمال الحصول على كتابة وعلى عدد أكبر من ١ يساوي:

$$L(\text{كتاب}) = \frac{1}{7} = \frac{9}{63} \approx 14\%$$

يمكن تمثيل ذلك باستخدام الشجرة البائية أعلاه.

لدينا ١٢ ناتجاً ممكناً يتحقق العدد ٥ الشرط السادس، فالاحتمال المطلوب يساوي $\frac{5}{12}$.

مثال (٣)

لتفرض أنك تختار طالباً عشوائياً، ساوي احتمال أن يرتدي الطالب نظارات ٥٠، وساوي احتمال أن تكون عيناه خضراء ٦٠، ما احتمال أن يكون الطالب الذي تم اختياره من بين الذين يرتدون نظارات وتكون عيناه خضراء؟

الحل

$$L(\text{طالب يرتدي نظارات وعيناه خضراء}) = 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

يساوي احتمال أن يكون الطالب يرتدي نظارات وتكون عيناه خضراء ٣٠٪

حاول أن تحل

٢ في أحد المعارض التجارية للطبع الفنية، يتألف ٨٠٪ من الزبائن من رجال الأعمال، ويقوم ٤٣٪ منهم بشراء بعض السلع، ما احتمال أن يكون زبون من رجال الأعمال ويشتري سلعة ما؟
عندما تسحب بطاقة من مجموعة، ثم تزيد سحب بطاقة ثانية فإن الاحتمال يتغير إلا إذا أعددت البطاقة الأولى إلى المجموعة.

مثال (٤)

(أ) سحبت بطاقة وأعيدت إلى المجموعة، ثم سحبت بطاقة أخرى، ما احتمال أن تكون البطاقة الأولى حمراء اللون والثانية زرقاء اللون؟

(ب) سحبت بطاقتان (من دون إعادة البطاقة الأولى إلى المجموعة)، ما احتمال أن تكون البطاقة الأولى حمراء اللون والثانية زرقاء اللون؟

$$(A) \text{ البطاقة الأولى: } L(H) = \frac{3}{7}, \text{ البطاقة الثانية: } L(Z) = \frac{1}{7}$$
$$L(\text{حمراء وزرقاء}) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49} \approx 2\%$$

$$(B) \text{ البطاقة الأولى: } L(H) = \frac{3}{7}, \text{ البطاقة الثانية: } L(Z) = \frac{1}{7}$$
$$L(\text{حمراء وزرقاء}) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49} \approx 2\%$$



حاول أن تحل

٣ سحب بطاقات من المجموعة في مثال (٤)، ما احتمال أن تكون كل منها من اللون الأخضر في حال أعيدت البطاقة الأولى إلى المجموعة؟ وفي حال عدم إعادة البطاقة الأولى إلى المجموعة؟

تحقق من فهمك

- ١ ما أهمية استقلال الأحداث بالنسبة إلى شخص يستخدم الاحتمال؟
- ٢ لم يمكن استخدام خاصية الضرب لاجتذاب الاحتمال المرتبط بزوج من الأحداث المستقلة؟
- ٣ يساوي احتمال حدث $\frac{1}{3}$ ، ويساوي احتمال حدث $B = \frac{1}{3}$ واحتمال $(A \cap B) = \frac{1}{9}$. هل يمكن أن تكون إن A و B مستقلان؟ وضح ذلك.



حل المسائل والتفكير النقطي

١ التفكير الناقد: اختر حرفان مختلفان عشوائياً من حروف الكلمة BIRTHDAY، والحرف الأول ثم يتم إرجاعه (أ) احتمال أن يكون حرف واحد على الأقل حرف متجرد VOWEL؟

(ب) إذا كان الحرف المختار الأول هو (R)، فما احتمال أن يكون حرف واحد على الأقل حرف متجرد؟

(ج) إذا كان الحرف المختار الأول هو (A)، فما احتمال أن يكون حرف واحد على الأقل حرف متجرد؟

٢ التواصل:وضح كيف يمكنك استخدام مبدأ العد لإيجاد احتمال وقوع حدث مركب

٣ الفرض: ترمي قطعة نقود (معدنية) ثلاثة مرات. وحصلت في كل مرة على «الصورة». ما احتمال أن تحصل على «الصورة» في الزيارة الرابعة؟

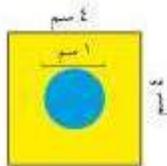
إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدول.
- سخن وتحقق.
- اعمل بطاقة عكسية.
- استخدم التفكير النقطي.
- ارسم تسللاً بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.



اختبار الوحدة العاشرة

- ١ هل يمكن أن تصل النسبة $\frac{1}{4}$ احتمال؟ لتر.
- ٢ تلعب مها وصديقتها لعبة يسحبون رقم، تربع بها إذا سارت المكعب وحصلت على عدد أكبر من ٤. ما احتمال أن تفوز صديقتها باللعبة؟
- ٣ في عبوة يدور لعدة أنواع من الأزهار وهي ٥ بذرة أقحوان، ٨٠ بذرة دوار الشمس، ١٠٠ بذرة زهرة سوسن، و٤٠ بذرة قرنفل، أوجد احتمال أن تخثار عشراتي بذرة قرنفل.
- ٤ في مسابقة، كانت الجوائز ١٠٠ دينار، ٧٥ دينار، ٢٥ دينار، ٢٥ دينار، ٢٥ دينار، ٢٥ دينار.
(أ) إذا اختربت جائزة عشوائية لمنها احتمال أن تفوز بـ ٧٥ دينار؟
(ب) إذا منحت جائزة إلى ١٠٠ دينار فعلاً، فما فرصتك في الفوز بـ ٧٥ دينار؟
- ٥ يكم طريقة يمكننا أن نزيد ١٠ كتب على أحد رفوف المكتبة؟
- ٦ يكم طريقة يمكننا أن نختار ٣ أنواع من السكاكر من أصل ١٠ أنواع؟
- ٧ أوجد احتمال أن يصيغ أحد الهدف الداري من الرسم المقابل.
- ٨ يحتوي صندوق على ٣ كرات: واحدة زرقاء، واحدة حمراء، واحدة خضراء. ارسم شجرة بيانية للتواتج المحكمة إذا أردنا أن تسحب كرتين واحدة تلو الأخرى دون إعادة الكفة الأولى.
- ٩ ولد سعد في الثلاثين من أحد الأشهر. ما احتمال أن يكون قد ولد في شهر أكتوبر؟
- ١٠ في علبة الأفلام ٧ أفلام حمراء و ٣ أفلام زرقاء و ٤ أفلام خضراء. سحب قلم ثم قلم ثان. ما احتمال أن يكون القلم الأول أحمر والقلم الثاني أزرق إذا:
(أ) نست إعادة القلم الأول قبل سحب القلم الثاني.
(ب) لم يتم إعادة القلم الأول قبل سحب القلم الثاني.



مخطط تنظيمي للوحدة العاشرة



ملخص الوحدة العاشرة (أ) : العد

- يتضمن مبدأ العد على أنه إذا كان يمكن وقوع حدث ما بم طريقة، ويمكن حدث آخر أن يقع بـ(ن) طريقة، فإن هذين الحدين يمكن أن يقعا معاً بم × ن طريقة. يمكنك أيضًا استخدام جدول أو شجرة بيانية كي تمعد.
- يستخدم اصطلاح المفروض لكتابية حاصل ضرب أعداد صحيحة متالية. ٤! يساوي مفروض ٤ وي يعني $4 \times 3 \times 2 \times 1$.
- يعرف صفر ! على أنه يساوي ١.
- التبديل أو الترتيب هو اختيار مراتب من الأشياء. يمكنك استخدام مبدأ العد أو المفروض لحساب التباديل.
- التوفيق هو اختيار من الأشياء غير المرتبة. يساوي عدد التوفيق عدد التباديل متضوئاً على عدد الطرق الممكنة لترتيب الأشياء المختلفة.

ملخص الوحدة العاشرة (ب)، الفرصة والاحتياط

- فضاء العينة هو مجموعة النواتج الممكنة كلها أو نواتج تجربة ما . والحدث هو ناتج أو مجموعة من النواتج
- $$\text{الاحتياط أو الاحتياط النظري} = \frac{\text{عدد النواتج في الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$
- يساوي مجموع احتياط وقوع حدث ما واحتياط عدم وقوعه . ١.
- يحسب الاحتياط التجاري باستخدام بيانات انسان أو تجارب معينة . ويساوي عدد مرات وقوع الحدث مششواً على عدد المحارلات.
- يحسب الاحتياط اقتديسي باستخدام النماذج الهندسية والمقارنة بين المساحات أو الأطوال أو أي مقاييس أخرى.
- الاحتياط المفروض هو احتياط الحدث بـ على أن الحدث قد يقع فعلاً .
- إذا لم يوثر وقوع حدث ما على احتياط وقوع حدث آخر، يكون الحدين مستقلين.
- يتضمن خاصية الضرب على أنه بالنسبة إلى الحدين المستقلين لا بـ $L(A \cap B) = L(A) \times L(B)$.

طبع مسلسل الزيارات بروابط جالية يربد، ووكلن فرسان ضمن
كتابه في قوى المهرجانات الأكاديمية والفنية المدنية، وسلسلة
الطبور لدراسة العلوم والهندسة وهي جزء من الكتب المطلوبة
والكافحة ودوريات المكتبة في الولايات، وهي متكامل مع المدرسة
الوطنية الاميرية المكونة من 180 دارسة سبعة كائنات في العالم.
على امتداد كل دارسة وتشتتهم على حسب المعرفة

يتكون المسلسل من:

- كتاب المطالع
- كتاب المعلم
- كتاب المعلمين
- كودرة المعلمين مع الإجابات



PEARSON
Scott Foresman

مركز
البحوث
التربوية