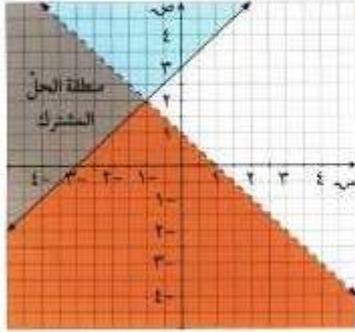


kuwait.net
منتديات كويت



كتاب الطالب

الصف التاسع
الفصل الدراسي الأول

الرياضيات

الرياضيات

الصف التاسع
الفصل الدراسي الأول

كتاب الطالب

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيساً)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

أ. حسين علي عبدالله

الطبعة الأولى

١٤٣٣ - ١٤٣٢ هـ

٢٠١٢ - ٢٠١١ م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف التاسع
أ. جميلة محمد البيدان (رئيسًا)

أ. حسن نوح المهنا

أ. منى فتحى عاشور

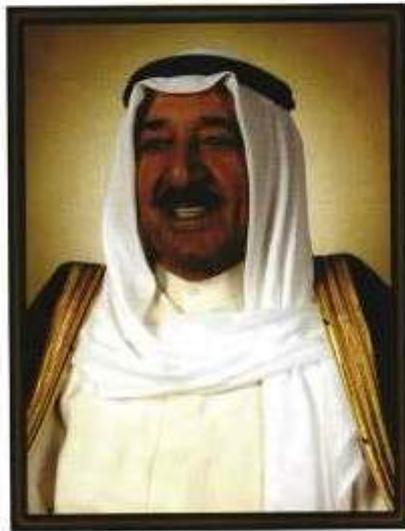
أ. عبد الرزاق على البغلي

أ. غدبر عيسى الشنطي

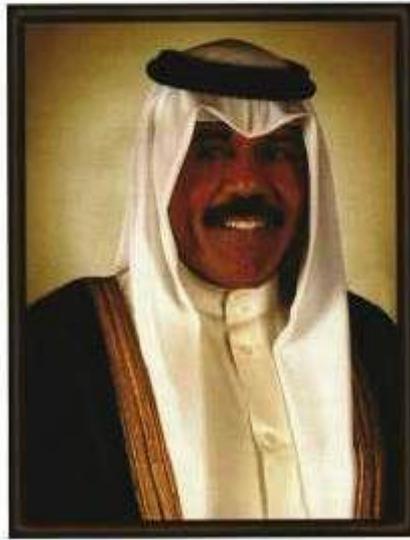
دار التوثيق House of Education ش.م.م.م. وبيرسون إنيوكيشن ٢٠١١

© جميع الحقوق محفوظة؛ لا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو تصويره أو تخزينه أو تسجيله
بأي وسيلة دون موافقة خطية من الناشر.

الطبعة الأولى ٢٠١١



صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت



سَمُو الشَّيْخِ نَوَافِلِ أَحْمَدَ بْنِ أَبِي الصَّبَاحِ
وَقِي عَهْدِ دَوْلَةِ الْكُوَيْتِ

مقدمة

في ضوء ما شهدته السنوات الأخيرة من طفرة هائلة في المستحدثات التكنولوجية المرتبطة بمجال التعليم، كان على منظومة التعليم بمستوياتها وعناصرها المختلفة بدولة الكويت أن تتأثر بهذا التطور، فحرصت وزارة التربية على تطوير مناهج العلوم والرياضيات لتصبح قادرة على استيعاب المتغيرات التربوية والعلمية الحديثة.

ولما كان من الضروري أن يعايش المتعلم المعلومات المتدفقة من مصادر تعز عن الحصر، وأن يستعد لأداء دور فاعل في أي موقع من مواقع العمل الوطني، ويصنع مع أقرانه حياة الأمان والعزة والنماء، فيتحقق للوطن المكانة التي يريها بين دول العالم.

وكان على النظم التعليمية أن تعيد النظر في المناهج لإعداد الأبناء بالكفايات اللازمة والمهارات المتنوعة المستجيبة لكل تغيير في هذه الحياة.

عندئذ كفل المنهج الجديد تغيير دور المتعلم نتيجة لهذه المستحدثات، ليخرج من حيز المنلقي إلى دائرة التفاعل النشط، والمشارك في المواقف التعليمية، عندما يبحث ويقارن ويستنبط ويتعامل بنفسه مع المواد التعليمية، حتى يسهم في تحقيق الاكتفاء الذاتي لوطنه اقتصادياً واجتماعياً وثقافياً، وسد حاجاته من العمالة الوطنية في مختلف المجالات.

لقد أتاح المنهج الجديد للعلوم والرياضيات للمتعلم الارتباط بالبيئة من خلال طبيعة الأنشطة التعليمية، واكتساب الطلاب مهارات التعلم الذاتي وغرس حب المعرفة وخصيلها استجابة لأهداف المنهج الرئيسية.

ولقد انتظم التغيير أهداف المنهج ومحتواه وأنشطته، وطرائق عرضها وتقديمها وأساليب تقويمها، ضمن مشروع التطوير.

وكان اختيار هذه السلسلة من المناهج بصورة تتماشى مع الاتجاهات التربوية الحديثة في التعليم والتعلم، وتراعي المعايير الدولية في تعليم العلوم والرياضيات. وإذا كانت هذه السلسلة لم تغفل دور ولي الأمر في عملية التعليم، فإنها ركزت على دور المعلم؛ حيث يسهل عملية التعليم، لطلابه ويصمم بيئة التعليم، ويشخص مستويات طلابه، ويسير لهم صعوبات المادة العلمية، فتزداد معايير الجودة التعليمية. والآن نطرح بين أيديكم هذه المجموعة من كتب العلوم والرياضيات الجديدة التي تتضمن كتاباً للمتعلم وآخر للمعلم، وكراسة للأنشطة، من إعداد ذوي الكفايات العالمية والخبرات المتطورة، أملاً في الوصول إلى الغايات المرجوة من أقرب طريق إن شاء الله.

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

أ. مريم محمد الوتيد

١٢	الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية
١٣	مشروع الوحدة
١٥	الوحدة الأولى (١): المجموعات
١٦	١ - ١ المجموعة الجزئية
١٨	٢ - ١ المجموعة الشاملة ومجموعة الفرق والمجموعة المتممة
٢١	الوحدة الأولى (ب): العمليات على الأعداد الحقيقية
٢٢	٣ - ١ جذور التربيعية والأعداد غير النسبية
٢٧	٤ - ١ الأعداد الحقيقية (المقارنة والترتيب)
٣١	٥ - ١ القيمة المطلقة
٣٣	٦ - ١ العمليات على الأعداد الحقيقية ونواضها
٣٥	الوحدة الأولى (ج): الأسس
٣٦	٧ - ١ قوانين الأسس
٣٩	٨ - ١ الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة الموجبة
٤٤	٩ - ١ الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة السالبة
٥٢	الوحدة الثانية: تحليل البيانات
٥٣	مشروع الوحدة
٥٥	الوحدة الثانية (١): عرض البيانات
٥٦	١ - ٢ تسجيل وتنظيم البيانات وتمثيلها
٦٢	٢ - ٢ مقياس النزعة المركزية
٦٩	٣ - ٢ التمثيل البياني بالنقاط المجمعة ومخططات الساق والأوراق
٧٤	٤ - ٢ مخطط الصلوقي ذي العارضتين
٧٩	الوحدة الثانية (ب): استخدام البيانات للإجابة عن الأسئلة
٨٠	٥ - ٢ فهم استطلاعات الرأي
٨٥	٦ - ٢ مخططات الانتشار والتزعات
٩٠	٧ - ٢ تصميم استطلاع الرأي



١٠٠	الوحدة الثالثة: الجبر: المعادلات الخطية والمتباينات
١٠١	مشروع الوحدة
١٠٣	الوحدة الثالثة (٢): المعادلات والعلاقات الخطية
١٠٤	٣-١ فهم العلاقات بين متغيرين
١٠٩	٣-٢ حل معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين
١١٤	٣-٣ التمثيل البياني لمعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين
١١٩	الوحدة الثالثة (ب): المعادلات الخطية
١٢٠	٣-٤ فهم الميل
١٢٥	٣-٥ أنماط في معادلات خطية ورسوم بيانية
١٣٠	٣-٦ الخطوط المتوازية والعلاقة بين ميلها
١٣٤	٣-٧ أرواح المعادلات الخطية
١٣٩	٣-٨ المتباينات الخطية
١٤٨	الوحدة الرابعة: التحليل والمعادلات والمتباينات والحدوديات النسبية
١٤٩	مشروع الوحدة
١٥١	الوحدة الرابعة (١): التحليل
١٥٢	٤-١ تحليل الفرق بين مربعين
١٥٥	٤-٢ تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^٢ + ب س + ج$
١٥٨	٤-٣ تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^٢ + ب س + ج$
١٦٢	٤-٤ تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعتهما
١٦٦	الوحدة الرابعة (ب): المعادلات والمتباينات
١٦٧	٤-٥ حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل

١٧١	٦-٤ حلُّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيرٍ واحد
١٧٤	الوحدَةُ الرابعةُ (ج): الحدودياتُ النسبيةُ
١٧٥	٧-٤ الحدودياتُ النسبيةُ وتبسيطُها
١٧٨	٨-٤ جمعُ الحدودياتِ النسبيةِ
١٨٣	٩-٤ طرحُ الحدودياتِ النسبيةِ
١٨٧	١٠-٤ ضربُ الحدودياتِ النسبيةِ وقسمُها
١٩٦	الوحدَةُ الخامسةُ: القياسُ، وعناصرُ الهندسةِ، والمساحاتُ والحجومُ
١٩٧	مشروعُ الوحدَةِ
١٩٩	الوحدَةُ الخامسةُ (أ): عناصرُ الهندسةِ
٢٠٠	١-٥ المستقيماتُ المتوازيةُ والمستقيماتُ المتعامدةُ
٢٠٥	٢-٥ الواجهاتُ ثلاثيةُ الأبعادِ
٢١٠	الوحدَةُ الخامسةُ (ب): مساحةُ سطحِ المجسمِ وحجمُ المجسمِ
٢١١	٣-٥ المساحةُ السطحيةُ للمنشورِ والأسطوانةِ
٢١٦	٤-٥ المساحةُ السطحيةُ للمهرمِ والمخروطِ
٢٢٢	٥-٥ حجمُ المنشورِ والأسطوانةِ
٢٢٧	٦-٥ حجمُ الهرمِ والمخروطِ
٢٣٢	الوحدَةُ الخامسةُ (ج): القياسُ
٢٣٣	٧-٥ دقةُ القياسِ والأرقامُ المعنونةُ
٢٣٨	٨-٥ الموقعُ

ثقافة

في العام ٢٠٠٨ قام علماء الآثار في دولة الكويت بالتنقيب عن الآثار في منطقة مزار الخضير لكي يُزودونا بالمعلومات المهمة عن الحضارات والثقافات القديمة. ولكي يجدوا أبعاد هذه الآثار، استخدموا الجذور التربيعية للأعداد الموجبة.

شؤون

يُستخدم الرقم الذهبي لإيجاد أبعاد مستطيلات في العديد من اللوحات. أحياناً، وبشكل تقريبي، يظهر الرقم الذهبي في الطبيعة، مثلاً في الشكل الهندسي لنجم البحر وفي زهرة دوار الشمس. تُحقق قيمتان عدديتان ϕ ، ψ النسبة الذهبية إذا كان الطول الكلي $\phi + \psi$ بالنسبة إلى طول القطعة الأطول ϕ مساوياً للنسبة بين ϕ إلى القطعة الأقصر ψ .

أي إذا كان $\frac{\phi + \psi}{\phi} = \frac{\phi}{\psi}$
أما القيمة العددية للرقم الذهبي هي $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ أي تقريباً ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧.



علوم

درست عالمة الفضاء أيلين أوشو تأثيرات النظام الشمسي على النظام البيئي في الأرض مستخدمة أعداداً نسبية وأعداداً غير نسبية.



تاريخ

نشأ علم الأعداد الحديث من ترسيات معرفية لحضارات قديمة، مثل حضارة المصريين القدماء. وتدل الصورة على الربط اللاحق للأعداد المصرية القديمة، والقيم المكانية في النظام العشري.



الفكر الرياضي أساسية

المجموعة الشاملة هي المجموعة التي تشمل كل العناصر قيد الدراسة.

المجموعة الجزئية هي جزء من مجموعة.

مجموعة التقاطع هي مجموعة العناصر المشتركة بين مجموعتين.

مجموعة الاتحاد هي مجموعة العناصر الموجودة في كلتا المجموعتين.

المجموعة المشتملة إذا كانت المجموعة A مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة S ، فإن المجموعة A تحتوي على عناصر تنتمي إلى S ولا تنتمي إلى S تُسمى A متضمنة المجموعة S .

نستطيع أن نعبّر عن الأعداد الكبيرة والصغيرة بالصورة العلمية باستخدام الأسس.

مشروع الوحدة



في هذا المشروع سوف يتعرف الطلاب ضمن مجموعات على النسبة الذهبية 1.618 ويرسمون مستطيلات، أمثلتها هي في النسبة 1 إلى 1.618 . سوف يبحثون عن بعض اللوحات الفنية التي تراعي هذه النسبة. كذلك سوف يقارنون نسبة طول بعض الأوراق النقدية الكويتية إلى عرضها بالنسبة الذهبية.

التركيزُ على حلِّ المسائلِ

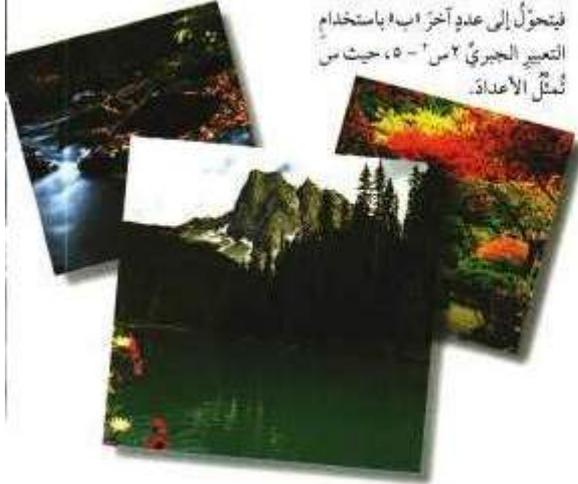
دُكِرَتْ إجابةُ كلِّ من المسائلِ التالية، حدِّدْ ما إذا كانت الإجابة قريبة بما يكفي (صحيحة) أو أصغر بكثيرٍ أو أكبر بكثيرٍ من الإجابة الفعلية واذكر الأسباب.

1 يريد ناصر أن يحصل على العدد ١٥ كنتاج. فأي الأعداد عليه أن يدخلها في اللعبة ليحصل على هذا الناتج؟
إجابة: ٣، ٢، ٣، ٢، ٣.

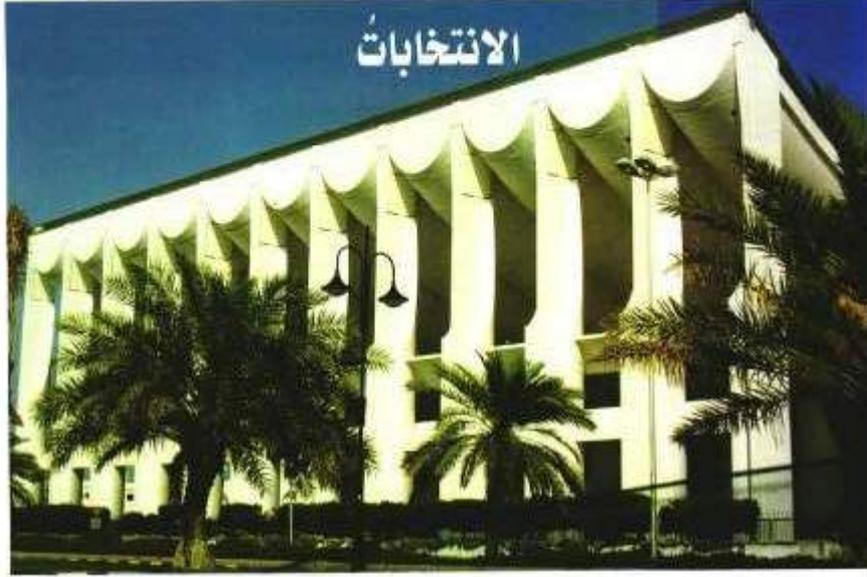
2 باستخدام القانون $E = \frac{1}{2}mv^2$ يمكن الحصول على السرعة القصوى للوح التزحلق، حيث v : المسافة بالمتري (م)، E : السرعة (م/ثانية)، أو وجد سرعته عند اجتيازه مسافة ١٠٠ متري؟
إجابة: ١٠٠ كم/ساعة.

3 اشترى أحمد ٣ لوحات لمناظر طبيعية كل واحدة منها على شكل مربع. مساحة كل من اللوحتين الأولى والثانية ١٠٠ سم² ومساحة اللوحة الثالثة ٤٠٠ سم². وضع أحمد اللوحات الثلاث ملاصقة لبعضها بعضاً لتشكل مستطيلًا. أو جد طول وعرض المستطيل الذي حصل عليه.
إجابة: الطول: ٣٠ سم، العرض: ٢٠ سم.

4 يُناظر ناصر على الألعاب الرياضية على الحاسوب لتتمية قدراته الحاسوبية، إذ إنه يدخل عددًا معينًا ١٠ إلى اللعبة، فيتحول إلى عدد آخر a باستخدام التعبير الجبري $2^a - 5$ ، حيث a تمثل الأعداد.



التحقق من معقولية الإجابة
عندما تراجع إجابتك من مسألة للتحقق منها، الجأ إلى الحس المنطقي



- ١ من يستطيع الترشح لانتخابات مجلس الأمة؟
- ٢ مم تتألف اللجان؟
- ٣ هل تستطيع التفكير في مخطط يُسأل العلاقة بين المرشحين وأعضاء مجلس الأمة واللجان؟

تجرى الانتخابات في الكويت لانتخاب مجلس الأمة كل ٤ سنوات. لذا فقد قُسمت الكويت إلى ٢٥ دائرة انتخابية. ولكن في عام ٢٠٠٦ جرى تقسيمها إلى ٥ دوائر إنتخابية فقط.

يستطيع المنتخب الاقتراع لأربعة مرشحين. وعلى المرشح إلى مجلس الأمة أن يكون قد تجاوز الثلاثين من العمر.

لمجلس الأمة الحق في تعيين لجان من أعضائه. من هذه اللجان: الداعية والدفاع، المالية، التشريعية، التعليمية، الصحية، حقوق الإنسان، وغيرها.

المجموعات الجزئية Subsets



◀ **صلة الدرس** تعرّف في الصف الثامن المجموعات، وعمليات التقاطع والاتحاد على هذه المجموعات. سوف تتعلّم في هذا الدرس المجموعات الجزئية. ▶

سوف تتعلّم
المجموعات الجزئية.

من الاستخدامات
يستخدم منظمو

المهرجانات الرياضية
المجموعات الجزئية
لتوزيع الرياضيين.

استكشاف المجموعات الجزئية

البطاقات

شكّل طلاب الصف التاسع ٤ لجان تقوم ببعض الأنشطة اللاصفية: لجنة الرياضة، لجنة البيئة، لجنة الثقافة الدينية، لجنة المسرح.
أكتب مستخدماً أحد الرموز \subseteq ، $\not\subseteq$:

- ١ مجموعة أعضاء لجنة الرياضة ... مجموعة طلاب الصف التاسع.
- ٢ مجموعة أعضاء لجنة البيئة ... مجموعة أعضاء لجنة الثقافة الدينية.
- ٣ هل يوجد طلاب يُشاركون في أكثر من لجنة؟
- ٤ هل يوجد طلاب من الصف لا يُشاركون في أي لجنة؟
- ٥ افترض أن الطلاب جميعهم يشتركون في اللجان ولا يُشارك أي طالب في أكثر من لجنة، صف العلاقة بين مجموعات اللجان ومجموعة طلاب الصف التاسع.

المصطلحات الأساسية
◀ مجموعة جزئية \subseteq
Subset
◀ ليست مجموعة جزئية $\not\subseteq$
Not Subset
◀ مجموعة خالية \emptyset
Empty Set
◀ مجموعات متساوية
Equal Sets

تعلم المجموعات الجزئية

يضع بعض طلاب فصلك نظارات طبية. مجموعة الطلاب في فصلك الذين يضعون نظارات طبية هي مجموعة جزئية من مجموعة طلاب الفصل.
لتكن م مجموعة طلاب الفصل الذين يضعون نظارات طبية، ك مجموعة طلاب الفصل.
كل عنصر في م ينتمي إلى ك. لذلك نقول إن م مجموعة جزئية من ك أو م محتواة في ك أو ك تحوي م. نُعبّر عن ذلك بالرموز على الصورة م \subseteq ك.



مثال (١)

لتكن S مجموعة الأرقام في النظام العشري، M مجموعة الأرقام المكوّنة للمعدّد ٥٣٤٥١، اكتب كلًّا من M ، S بذكر العناصر، ثمّ بين أنّ M مجموعة جزئية من S .
 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، $M = \{1, 3, 4, 5\}$.
 بما أنّ كلّ عنصر من M ينتمي إلى S ، فإنّ M هي مجموعة جزئية من S ونكتب $M \subseteq S$.

حاول أن تحلّ

- ١ أعط مجموعتين جزئيتين من المجموعة S في المثال (١).
 ٢ يمكن لمجموعة ما ألا تكون مجموعة جزئية لمجموعة أخرى.

مثال (٢)

لتكن المجموعتان: $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ، $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
 لاحظ أنّ العنصر ٠ ينتمي إلى المجموعة S ($0 \in S$)، ولكنه لا ينتمي إلى المجموعة M ($0 \notin M$). لذلك نستنتج أنّ المجموعة M ليست مجموعة جزئية من المجموعة S . نكتب $M \not\subseteq S$.

حاول أن تحلّ

- ٢ لتكن $M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ، $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
 ٢ لتكن $M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ، $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

تذكّر
 ١ كلّ E تعني أنّه يوجد عناصر تنتمي إلى K ولا تنتمي إلى E .
 ٢ المجموعة الخالية \emptyset هي مجموعة جزئية من أيّ مجموعة.

تعريف

تساوي المجموعتان S ، M إذا كانت كلّ منهما مجموعة جزئية من الأخرى.
 أي أنّ: إذا كان $S \subseteq M$ ، $M \subseteq S$ فإنّ $S = M$ والعكس صحيح.

مثال (٣)

لتكن M هي مجموعة عوامل العدد ٦، S هي مجموعة أرقام العدد ١٦٦٣٢، اكتب كلًّا من M ، S بذكر العناصر ثمّ بين أنّ $M \subseteq S$.
 $M = \{1, 2, 3, 6\}$ ، $S = \{1, 6, 3, 2\}$.
 بما أنّ كلّ عنصر في M ينتمي إلى S (أي $M \subseteq S$)
 بما أنّ كلّ عنصر في S ينتمي إلى M (أي $S \subseteq M$)
 وبالتالي $M = S$.

حاول أن تحلّ

- ٣ اكتب مجموعة S مساوية للمجموعة M .

ملاحظة:
 كلّ مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها.

تحقق من فهمك

- ١ هل يمكن أن يتساوى عدد عناصر مجموعة مع عدد عناصر مجموعة جزئية منها، فسّر إجابتك.
 ٢ اكتب مجموعة S لا تحوي مجموعة M .

المجموعة الشاملة ومجموعة الفرق والمجموعة المتمة

Set, Difference Set and Complement of a Set

◀ صلة الدرس في الدرس السابق، تعرّفنا مفهوم المجموعة والمجموعة الجزئية. في هذا الدرس، سوف نتعلّم مجموعة الفرق بين مجموعتين والمجموعة المتمة.

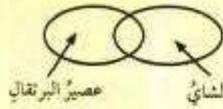
استكشاف أنواع المجموعات

الشراب المفضل

استطلع محمود ١٠ طلاب فصله حول مشروباتهم المفضلة وكأنت النتائج كما يأتي:

الشراب المفضل	اسماء الطلاب
عصير البرتقال	حمّد، فهد، عمر، محمّد، أحمد، سامي، خالد، جاسم، يوسف، عليّ
الشاي	حمّد، فهد، عمر، محمّد، أحمد، سامي، خالد، جاسم، يوسف، عليّ

طلاب الفصل



عصير البرتقال الشاي

استخدم مخطط فن المقابل

- 1 اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون الشاي ولا يشربون عصير البرتقال.
- 2 اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون عصير البرتقال ولا يشربون الشاي.
- 3 اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون عصير البرتقال والشاي معاً.
- 4 أكمل الجملة: (فهد، محمّد، خالد) هي مجموعة الطلاب الذين يشربون ولا يشربون
- 5 ما الذي يُميّز طلاب المجموعة (سامي، عليّ).

سوف تتعلّم
■ إيجاد مجموعة الفرق بين مجموعتين، والمجموعة المتمة لمجموعة جزئية في المجموعة الشاملة.

المصطلحات الأساسية
المجموعة الشاملة

Set

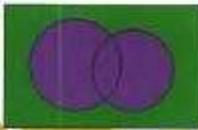
مجموعة الفرق

Difference Set

المجموعة المتمة

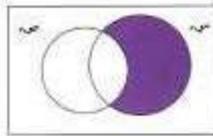
Complement of a Set

تعلّم المجموعة الشاملة ومجموعة الفرق والمجموعة المتمة



تُسمى مجموعة طلاب الفصل **المجموعة الشاملة**. وغالبًا ما يُرمز إليها بالرمز U وتُمثّلها بمستطيل. بينما تُمثّل المجموعات الجزئية بمحتويات مغلفة داخل المستطيل. تختلف المجموعة الشاملة من مسألة إلى أخرى، قد تكون مجموعة الأعداد الكلية أو مجموعة أشهر السنة أو غيرها...





في فترة الاستكشاف، تكون مجموعة مفضلي الشاي،
مجموعة مفضلي عصير البرتقال. مجموعة الطلاب
الذين يُفضلون الشاي فقط دون عصير البرتقال تُسمى
مجموعة الفرق وتُكتب على الصورة $M - N$ وهي
ممثلة بالمنطقة المظللة.

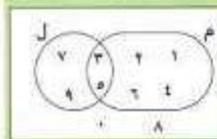
فكون: $M - N$ هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى M ولا تنتمي إلى N .

مثال (١):

لكون $M - N$ مجموعة الأرقام في النظام العشري، من الشكل أدناه أوجد كلاً من:

(أ) $M - N$ ، (ب) $N - M$ ، (ج) $M - N$ ، (د) $N - M$.

(أ) $M - N = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ ، (ب) $N - M = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ ، (ج) $M - N = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ ، (د) $N - M = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$.



حاول أن تحل

١ في المثال أعلاه، أوجد (أ) $M - N$ ، (ب) $N - M$ ، (ج) $M - N$ ، (د) $N - M$.

(ب) $M - N$ ، (د) $N - M$ ، (ج) $M - N$ ، (د) $N - M$.

مثال (٢)

لكون $E = \{5, 4, 3\}$ أعط مجموعة ج بحيث:

$$E - J = \emptyset$$

هناك أكثر من حل. يجب ألا تتضمن المجموعة ج عناصر تنتمي إلى E أي $E \cap J = \emptyset$.

إجابة ممكنة: $J = \{8, 7\}$

حاول أن تحل

٢ في المثال (٢)، أوجد كلاً من: $E - \emptyset$ ، $\emptyset - E$.

ش



تُقسّم دولة الكويت إلى ٦ محافظات.

$E = \{الأحمدية، العاصمة، الفراتية، حولي، الجهراء، مبارك الكبير\}$.

لكون E مجموعة المحافظات الأكثر قرباً من الحدود الجنوبية، إذا

$K = \{الأحمدية، مبارك الكبير\}$.

المجموعة التي تنتمي عناصرها إلى المجموعة E ولا تنتمي إلى المجموعة K هي

{حولي، الجهراء، الفراتية، العاصمة}. تُسمى هذه المجموعة **متباعدة** المجموعة K ويرمزُ إليها بالرمز $K - E$ وتقرأ **متباعدة** المجموعة K .



متشمة المجموعة K هي \bar{K} = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى E ولا تنتمي إلى K .

لاحظ أن:

١ $K \cap \bar{K} = \emptyset$ ٢ $K \cap E = K$ ٣ $\bar{K} \cap E = \bar{K}$

٤ $K \cup \bar{K} = E$ ٥ متممة $\bar{K} = \bar{\bar{K}} = K$

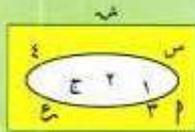
مثال (٣)

لنأخذ المجموعة $E = \{س، ج، د، ا، ب، ١، ٢، ٣، ٤\}$ والمجموعة $K = \{ج، ا، ١\}$

١ مثل كلاً من المجموعتين بمحيط فن نرى أن $\bar{K} = E$

٢ أوجد \bar{K} لم ظلل المنطقة التي تمثلها

الحل:



١ بما أن كل عنصر من E ينتمي إلى E ، إذا $\bar{K} = E$

٢ ومتشمة E هي $\bar{E} = \{س، ج، د، ا، ١، ٢، ٣، ٤\}$

حاول أن تحل

٣ إذا كانت $E = \{س، ج، د، ا، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩\}$ ، $K = \{س، ج، ا، ١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$ أوجد \bar{K} .

تحقق من فهمك

١ هل يمكن أن تتساوى مجموعة ومتشمتها؟ فسر.

٢ هل يمكن أن تكون المجموعة المتشمة خالية؟ فسر.

حل المسائل والتشكيب المنطقي

لتكن $E =$ مجموعة الأرقام في النظام العشري،

$K = \{١، ٢، ٣، ٤، ٦\}$ ، $M = \{١، ٢، ٣، ٤\}$.

١ أوجد كلاً من

١ \bar{K} ، \bar{M}

٢ $K \cap M$ ، $\bar{K} \cup \bar{M}$

٣ $\bar{K} \cup M$ ثم $\overline{(\bar{K} \cup M)}$

٤ $\bar{K} \cap M$ ثم $\overline{(\bar{K} \cap M)}$

٥ قارن بين $\overline{(\bar{K} \cup M)}$ ، $\bar{K} \cap M$

٦ قارن بين $\overline{(\bar{K} \cap M)}$ ، $\bar{K} \cup M$

ملاحظة: ما توصلت إليه في ب، ج يدعى قانون دي مورغان (DMORGAN).



شاشات التلفزيون

تُقاس شاشات التلفزيون بأحد قياسات قطرها وليس كما يُشاع بقياس ارتفاع الشاشة أو طولها أي أن شاشة التلفزيون ٣٠ بوصة لا يُمكن أن يكون عرضها (ارتفاعها) أو طولها ٣٠ بوصة. بالإضافة إلى ذلك، نستطيع أن نقبس قطر الشاشة باستخدام نسب ومعدلات الصورة المتنوعة: (٣:٤)، (٤:٣)، (١٦:٩)، (١٠:٨)، (١٠:٦)، (١٠:٥)، (١٠:٣)، (١٦:٩) وأنواع التلفاز الشائعة هي ذات النسب ٣:٤ و١٦:٩. للتلفاز التقليدي نسبة تساوي ٥:٤:٣ وهذا يعني أن نسبة ارتفاع الشاشة إلى قطرها تساوي $\frac{3}{5}$.

ونسبة طولها إلى قطرها تساوي $\frac{4}{5}$. ومن ناحية أخرى، إن نسبة نوع آخر من التلفزيونات هي ١٦:٩:٣:٣٧. هل ٣٣٧ هو عدد صحيح؟ فالألة الحاسبة تُعطيك ١٨,٣٥٧٥٥٩٧٥١ والحاسوب يُعطي ١٨,٣٥٧٥٥٩٧٥٠٦٨٥٨١٩٢٩. في الحقيقة الجذر التربيعي للعدد ٣٣٧ ليس عددا صحيحا لأنه عدد غير نسبي. لتمثيل النسبة ١٦:٩:٣٣٧ نحتاج إلى الأعداد النسبية وغير النسبية أو بشكل عام إلى الأعداد الحقيقية.

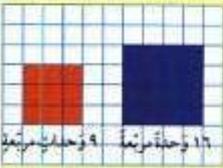
- ١ هل نستطيع إيجاد طول وارتفاع شاشة تلفاز قطرها ٣٠ بوصة؟
- ٢ أوجد الارتفاع والطول التقريبي للتلفاز قطر شاشته ٣٠ بوصة ونسبته ١٦:٩:٣٣٧.

الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية Square Roots and Irrational Numbers

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت عن المربعات الكاملة وجذورها التربيعية. ستتعلم في هذا الدرس عن جذور تربيعية أخرى وأنواع أخرى من الأعداد.

استكشف الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

هل ذلك عدد نسبي؟ الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة، شبكة مربعات



نذكر أن العدد النسبي هو نسبة مثل $\frac{1}{2}$ حيث a, b عدنان صحيحان، ($b \neq 0$).

- ارسم على شبكة مربعات مربعًا يكون الأقرب إلى 10 وحدات مربعة.
- ارسم المربع الأكبر الذي يأتي تاليًا.
- أوجد طول ضلع كل من المربعين.
- ابحث عن عدد نسبي $\frac{1}{2}$ بحيث يكون $(\frac{1}{2})^2 = 10$. استخدم الآلة الحاسبة. سجل الأعداد التي استخدمتها ومربع كل منها.
- هل وجدت عددًا نسبيًا مربعه يساوي 10؟ إذا لم يكن كذلك، فما العدد النسبي الأقرب الذي وجدته؟

تعلم الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

أنت تعلم أن $(3)^2 = 9$ و $(-3)^2 = 9$ وأنه يوجد جذران تربيعيان للعدد 9 هما $3 = \sqrt{9}$ و $-3 = -\sqrt{9}$.

يُعرف الجذر التربيعي الموجب بالجذر التربيعي الأساسي، ويُسمى الجذر التربيعي السالب بالجذر التربيعي السالب.

الجذران التربيعيان ($\pm\sqrt{v}$)	الجذر التربيعي السالب ($-\sqrt{v}$)	الجذر التربيعي الأساسي (\sqrt{v})
$3 \pm \sqrt{9}$	$3 = -\sqrt{9}$	$3 = \sqrt{9}$

يجب أن تدرك أن لا معنى لإيجاد الجذر التربيعي لعدد سالب. للجذرين التربيعيين لعدد ما القيمة المطلقة نفسها.

سوف تتعلم

- تحديد الجذور التربيعية التي هي أعداد غير نسبية.
- من الاستخدامات يُدرك صانعو الأدوات البصرية الفرق بين الجذر التربيعي غير النسبي والجذر التربيعي النسبي، وهم يستخدمون الجذور التربيعية عند التعامل مع الحالات المعقدة جدًا.



المصطلحات الأساسية

- الجذر التربيعي الأساسي
Principal Square Root
- جذر تربيعي سالب
Negative Square Root
- عدد غير نسبي
Irrational Number

نذكر

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب من هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه كان الناتج من.



مثال (١)

إليك مخطط أرض مربعة الشكل مساحتها ٢٨٩ م^٢. ما طول أضلاع هذه الأرض؟



نفرس أن طول الأرض المربعة l متر.

$$\text{مساحة الأرض} = l \times l = l^2 \text{ أي أن } l^2 = 289$$

$$l = \pm \sqrt{289} \text{ يقال } l = 17 \text{ أو } l = -17$$

لا يُمكن قبول العدد -17 لأن الطول لا يُمكن أن يكون عدداً سالباً.

طول أحد أضلاع الأرض هو 17 م.

حاول أن تحل

١ مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين مساحته 72 وحدة مربعة. ما طول ضلع القائمة؟

تعدم أن مجموعة الأعداد النسبية $\left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ وأن الأعداد النسبية يُمكن كتابتها في صورة أعداد عشرية (أو كسور عشرية) منتهية مثل 0.487 ، أو بصورة أعداد عشرية دورية (أو كسور عشرية دورية) مثل 2.16 ، 0.3 .

و هناك مجموعة أخرى من الأعداد تُسمى أعداداً غير نسبية وهي أعداد لا يُمكن كتابتها على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان، b عدد غير صفري، مثل $\sqrt{5}$.

$\sqrt{17}$ ، $\sqrt{47}$ ، ومثل الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر مثل $\pi = 3.141592653589\dots$ فالأرقام العشرية في π لا تنتهي ولا تتكرر. لذا π عدد غير نسبي.

والأعداد غير النسبية من الممكن أن تتضمن كسوراً عشرية ذات نمط في كتابة أرقامها مثل $0.02022022202222\dots$



معلومة مفيدة

عند استخدام الحاسوب أو آلة حاسبة أخرى لإيجاد $\sqrt{7237}$ سيظهر من الناتج منزلات عشرية أكثر.

مثال (٢)

استخدم الآلة الحاسبة لتحدد ما إذا كان كل جذر تربيعي مقابلي عدداً نسبياً أم غير نسبي.

$$(1) \sqrt{7237} \quad (ب) \sqrt{2567}$$

باستخدام الآلة الحاسبة ومن طريق الزر \square :

$$\textcircled{1} \sqrt{7237} = 85.069932\dots \text{ أرقام الكسر العشري غير منتهية وغير مكررة،}$$

لذا $\sqrt{7237}$ عدد غير نسبي.

$$\textcircled{2} \sqrt{2567} = 50.665\dots \text{ عدد نسبي.}$$

حاول أن تحل

٢ هل $\sqrt{3}$ هو عدد نسبي.



من خواص الجذور التربيعية
 إذا كان a ، b عددين موجبين فإن

• $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
 • $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

مثال: $\sqrt{21} = \sqrt{7 \times 3} = \sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7} \times \sqrt{9} = \sqrt{7} \times 3 = 3\sqrt{7}$
 $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3\sqrt{4}}{10 \times \sqrt{1}} = \frac{3\sqrt{4}}{10 \times 1} = \frac{3\sqrt{4}}{10} = 0.3\sqrt{4}$

أوجد $\sqrt{2500}$

حسن تفكر...
 ربما يمكن تحليل 2500 إلى عوامل تكون مربعات كاملة.
 $2500 = 25 \times 100 = 2500$ بالتالي:
 $\sqrt{25 \times 100} = \sqrt{2500}$
 $\sqrt{25} \times \sqrt{100} =$
 $50 = 5 \times 10 =$

أحمد تفكر...
 سأكتفي باستخدام الآلة الحاسبة:
 $50 = \sqrt{2500}$




ملاحظات

- 1 وضع كيف استخدم حسن حقيقة أنه يمكن تحليل 2500 إلى مربعات كاملة.
- 2 استخدم حسن الخاصية الثالثة $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$. أعط مثالاً آخر في يومك.

أن هذه الخاصية لا تنطبق على عملية الجمع: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

تحقق من فهمك

- 1 وضح الفرق بين الجذر التربيعي الأساسي والجذر التربيعي السالب.
- 2 وضح الفرق بين $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$. ماذا تعطي الآلة الحاسبة عندما ندخل $\sqrt{9}$ ؟





يُمكنك أن توجد عدة التواني التي يستغرقها رقاص الساعة ليتارجح جيئةً وإياباً. أوجد أولاً الجذر التربيعي لطول الرقاص بالأمتر، ثم ضاعف الناتج. كم من الوقت يستغرق رقاص ساعة طوله ١,٢ م ليتارجح.

المهم

- ١ ما المطلوبُ إليك إيجادُه؟
- ٢ ما طولُ رقاص الساعة؟
- ٣ ضَع عطاءً تحت الخطوات التي استخدمتها لإيجاد عدد التواني.

حفظ

- ٤ كيف يُمكنك إيجاد الجذر التربيعي لعدد ما باستخدام الآلة الحاسبة؟
- ٥ كيف يُمكنك مضاعفة عدد ما؟

حل

- ٦ استخدم المصطلحات الأساسية لإيجاد الجذر التربيعي لـ ١,٢. قَرِّب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف.
- ٧ ضاعف الجذر التربيعي لـ ١,٢.
- ٨ كم من الوقت يستغرق رقاص ساعة طوله ١,٢ م ليتارجح جيئةً وإياباً؟

نحسب

- ٩ لم من المهم أتباع الخطوات بترتيب معين؟ ماذا يحدث إذا عكست الترتيب؟

حل مسألة أخرى

- ١٠ كم من الوقت يستغرق رقاص ساعة طوله ٩,٦ أمتر ليتارجح جيئةً وإياباً؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

١) المجلة: هل الجذر التربيعي للعدد ٢٠٠٠ يساوي ضعف الجذر التربيعي للعدد ٤١٠٠٠؟ وضح إجابتك.

٢) التقدير: باستخدام الصيغة $m = \sqrt{12,6v}$ ، حيث m = المسافة بالكيلومترات إلى خط الأفق، v = الارتفاع بالأمتار لعيني الناظر عن الأرض، يُمكنك إيجاد إلى أي مسافة يمتد مدى نظرك إلى خط الأفق. إذا تسلق سامي شجرة بحيث أصبحت عيناه على ارتفاع ٩,٧٥ م فوق الأرض، فعلى أي مسافة يمتد مدى نظره؟

٣) التوصل: يقع المطعم عند قمة برج إيفل Eiffel في باريس على ارتفاع ٣٠٠ متر. استخدام الصيغة الواردة في التمرين ٢ لتحديد المسافة التي يمتد عليها مدى نظري زبائن هذا المطعم. وإذا كان ارتفاع برج إيفل ضعف ذلك، فهل تُصبح المسافة التي يمتد عليها مدى نظري زبائن المطعم ضعف ما كانت عليه سابقاً؟ وضح إجابتك.

٤) التفكير الناقد: اكتب المرئعات العشرة الأولى الكاملة وعوامل كل منها. أعبّر النظر في عدد عوامل كل منها. ماذا يُمكنك أن تستنتج حول عدد عوامل كل من المرئعات الكاملة؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- مرّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



الأعداد الحقيقية (المقارنة والترتيب) Real Numbers (Comparing and Ordering)

◀ صلة الدرس: تعرّفت في الدرس السابق الأعداد غير النسبية. في هذا الدرس سوف تدرس الأعداد الحقيقية. ▶

سوف تتعلّم
■ مقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها.

من الاستخدامات
■ تُستخدم في أمور كثيرة مثل عدّ الفلوس والدنانير.



المصطلحات الأساسية
◀ الأعداد الحقيقية

Real Numbers

◀ الفترات

Intervals

◀ فترة مغلقة

Closed Interval

◀ فترة مفتوحة

Open Interval

◀ فترة نصف مغلقة

Half - Closed Interval

◀ فترة نصف مفتوحة

Half - Open Interval

استكشاف الأعداد الحقيقية

البطاقات

١ ا د ب مثلث قائم الزاوية.
(أ) حدّد أطوال أضلاع الزاوية القائمة بوحدات الطول.
(ب) أوجد طول الوتر باستخدام نظرية فيثاغورث.
هل طول الوتر هو عدد نسبي؟

٢ ك ل م مثلث قائم الزاوية.
(أ) حدّد أطوال أضلاع الزاوية القائمة بوحدات الطول.
(ب) أوجد طول الوتر.
(ج) استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد طوله.
هل هذا الطول هو عدد نسبي؟

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة

تعلم الأعداد الحقيقية: مقارنتها وترتيبها

أحاذ مجموعة الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية يُشكّل مجموعة تُسمّى مجموعة الأعداد الحقيقية أي أن $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$.

يوضّح المخطط التالي العلاقات بين مجموعات الأعداد.

أمثلة

$3, -18, 0, 12, 0, -$	الأعداد الصحيحة	الأعداد النسبية	الأعداد الحقيقية
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, \frac{12}{5}$	الكسور		
$1, 250, 0, 13, -10, \sqrt{2}$	الكسور العشرية المتناهية والدورية		
$\sqrt{2}, 0, 1, 0, 1, 0, 0, \dots$ $2 + \pi, \frac{1}{5}, \sqrt{0.111}$	الأعداد غير النسبية		

مثال (١)

قارن بين العددين π ، $3,14$
 $3,14159 = \pi$ $3,141414... = 3,14$
 إذاً $\pi < 3,14$
حاول أن تحل
 ١ استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد $3\sqrt{7}$ ثم قارن بين $1,73$ ، $3\sqrt{7}$.

معلومة مفيدة
 مجموعة الأعداد الحقيقية بدون
 الصفر يُرمز إليها \mathbb{R}^* أي أن
 $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$
 كذلك $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$
 $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$

إن مقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها مشابهة لمقارنة الأعداد الصحيحة وترتيبها.

مثال (٢)

رتب تصاعدياً الأعداد التالية: π ، $3\frac{5}{8}$ ، $17\sqrt{5}$
 $3,625 = 3\frac{5}{8}$ $3,1415 = \pi$
 إذاً $\pi < 3\frac{5}{8}$
 $5 > 17\sqrt{5} > 4$ $25\sqrt{5} > 17\sqrt{5} > 16\sqrt{5}$
 إذاً $4 < 17\sqrt{5}$ فيكون $3\frac{5}{8} < 17\sqrt{5}$
 إذاً الترتيب التصاعدي π ، $3\frac{5}{8}$ ، $17\sqrt{5}$
حاول أن تحل

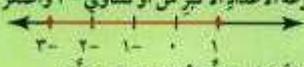
فكرة مفيدة
لحل المسائل

بما أن $3\frac{1}{4} < 3\frac{5}{8}$
 $3\frac{1}{4} > \pi$
 إذاً $3\frac{5}{8} > \pi$

٢ رتب تنازلياً الأعداد التالية: π ، $2\sqrt{7}$ ، $6,5$

الفترة هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وهي تشمل كل الأعداد الحقيقية الواقعة بين عددين مختلفين. حيث يُعبر عن الفترة بقوسين يوضع بداخلهما عدداً، الأصغر يُمثل بداية الفترة والأكبر يُمثل نهاية الفترة مثلاً:
 $[-1, 5]$ ، $(-7, 4)$ ، $(-4, 6]$ ، $[-3, 2)$
 وتُصنّف الفترات إلى ثلاثة أنواع:
الفترات المغلقة: [أ، ب] هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب بما فيها أ، ب أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ وأصغر من أو تساوي ب.

مثال (٣)

اشرح معنى الفترة $[-1, 3]$ ومثلها على خط الأعداد.
 $[-1, 3]$: هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين -1 و 3 وتضم أيضاً العددين -1 ، 3 أو $[-1, 3]$: هي مجموعة الأعداد الأكبر من أو تساوي -1 وأصغر من أو تساوي 3 .

 ويُمثل طرفي الفترة المغلقة على خط الأعداد بدوائر مظللة.



حاول أن تحل

٣ مثل الفترة $[-\frac{4}{3}, \frac{1}{6}]$ على خط الأعداد.

الفترات المفتوحة: (أ، ب) هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب فقط، أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أ، أصغر من ب.

مثال (٤)

مثل الفترة $(-٤, ٥)$ على خط الأعداد.



وتمثل طرفي الفترة المفتوحة على خط الأعداد بدوائر غير منغلقة.

حاول أن تحل

٤ اكتب الفترة التي تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية التي أصغر من ٥ و أكبر من -١، و مثلها على خط الأعداد.

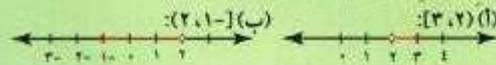
الفترات نصف المفتوحة أو نصف المغلقة:

(أ، ب]: هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب ومن ضمنها ب.

[أ، ب): هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب ومن ضمنها أ.

مثال (٥)

مثل الفترات $(٢, ٣]$ ، $[-١, ٢)$.



حاول أن تحل

٥ مثل على خط الأعداد: الفترة $(-٤, ٢]$ ، الفترة $[-١, ١)$.

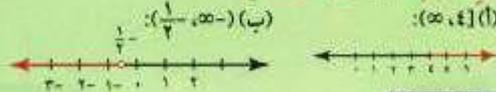
فترات تتضمن $-\infty$ ، $+\infty$

$(-\infty, ١]$ هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية الأكبر من $-\infty$ ومن ضمنها ١

$(١, -\infty)$ هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية الأصغر من ١ ومن ضمنها $-\infty$

مثال (٦)

مثل الفترات التالية على خط الأعداد.



حاول أن تحل

٦ اكتب الفترة التي تمثل كل الأعداد الحقيقية الأصغر من ٣.

معلومة مفيدة

الرمز $-\infty$ يقرأ ما لا نهاية

تحقق

من فهمك

- ١ المجموعة التي أعضاؤها أكبر من أو تساوي ١ وأصغر من أو تساوي ٢. حدّد هذه الفترة، ومثلها على خط الأعداد.
- ٢ حدّد الفترة الممثلة بخط الأعداد أدناه.
- (١) 
- (ب) 
- ٣ صنّف كلّاً من الأعداد التالية إلى أعداد نسبية وأعداد غير نسبية $\frac{3}{4}$ ، 2 ، 16 ، 0 ، $3-\pi$ ، $\frac{1}{5}$ ، 4.95 ، 17 ، $22-\pi$ ، $9+4$ ، صفر

حل المسائل والتفكير المنطقي

- ١ الحسّ العددي: اكتب قيمة n بحيث يكون n عدداً نسبياً؟
- ٢ تحليل الخطأ: قدّر أحد الطلاب $9\sqrt{16} + 16$ وحصل على الإجابة ٧. ما الخطأ الذي وقع فيه الطالب؟
- ٣ إذا كانت $1 \geq x$ حدّد الفترة.
- ٤ إذا كانت $x < 5$ حدّد الفترة.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خزّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حلّ مسألة أبسط.

- ٥ هل يُمكن أن تكون الفترة مجموعة خالية؟



القيمة المطلقة Absolute Value

◀ **صلة الدرس** تعرّف كيفية إيجاد القيمة المطلقة لعددٍ نسبيّ. في هذا الدرس، سوف تقوم بإيجاد القيمة المطلقة لعددٍ حقيقيّ، وتحلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

استكشف: القيمة المطلقة

أيّهما أقرب على خط الأعداد؟

١ (أ) يقول سالم إنه يقف ثلاث وحدات إلى يمين الصفر ويقول أحمد إنه يقف وحدة واحدة إلى يسار الصفر. أيّهما أقرب إلى الصفر؟

(ب) يقول سالم إنه يقف ٤ وحدات إلى يمين الصفر ويقول أحمد إنه يقف ٤ وحدات إلى يسار الصفر. أيّهما أقرب إلى الصفر؟

وبالتالي المسافة بين ٤، صفر تساوي المسافة بين (-٤)، صفر.

سوف تتعلّم
■ إيجاد القيمة المطلقة.
■ حلّ معادلة تتضمن القيمة المطلقة.

من الاستخدامات
■ تُستخدم القيمة المطلقة في المعاملات المصرفية.



تعلّم: القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعددٍ حقيقيّ هي المسافة بين هذا العدد والصفر. إيجاد القيمة المطلقة للعدد الحقيقي يشابه مع إيجاد القيمة المطلقة للعدد النسبيّ.

فمثلاً $|-٨١| = ٨١$ ، $|-٥| = ٥$ ، $|-١٠٠| = ١٠٠$ ، $|-٣| = ٣$.

المصطلحات الأساسية
◀ قيمة مطلقة

مثال (١)

أوجد كلاً من: (أ) $|\pi - 2|$ (ب) $|\sqrt{9} - \sqrt{16}|$

(أ) $|\pi - 2| = |\pi - 2| = |3.14 - 2| = |1.14| = 1.14$

(ب) $|\sqrt{9} - \sqrt{16}| = |3 - 4| = |-1| = 1$

حاول أن تحلّ

١ أوجد كلاً من:

(أ) $|31.21|$ (ب) $|-4|$ (ج) $|4 - \pi|$

Absolute Value

نذكر
 $3.14 = \pi$

خواص القيمة المطلقة: لكل s ، t \exists ح

$|s| \times |t| = |s \times t|$

$||s| - |t|| \leq |s - t|$

حيث $s \neq 0$

$|s - t| = |t - s|$

يمكننا إيجاد قيمة تعبير جبري بدلالة s بالتعويض بقيمة s .

مثال (٢)

أوجد قيمة $|٢س - ٦|$ إذا كانت $س = ٤$.

$$٢س - ٦ = |٢(٤) - ٦| = ٦ - ٨ = -٢$$

$$٦ - ٨ =$$

$$٢ =$$

حاول أن تحل

٢ أوجد قيمة:

$$س + ٢ + |٧ - س|$$
 إذا كانت $س = ٣$.

استخدام القيمة المطلقة في حل معادلة مع متغير:

نستطيع أن نعرف أيضا القيمة المطلقة على الشكل الآتي:

$$|س| = س \quad \text{إذا كانت } س \geq ٠$$

$$|س| = -س \quad \text{إذا كانت } س < ٠$$

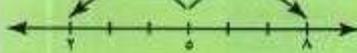
(ب) $|س| \leq ٠$

عندما نقول $|س| = ٣$ نعلم أن المسافة بين $س$ ، صفر تساوي ٣ وحدات، وعندما نقول

$|س - ٥| = ٣$ نعلم أن المسافة بين $س$ ، ٥ تساوي ٣ وحدات

أمثلة

٣ حل المعادلة: $|س - ٥| = ٣$



$$س - ٥ = ٣ \quad \text{أو} \quad س - ٥ = -٣$$

$$س = ٨ \quad \text{أو} \quad س = ٢$$

يكون لدينا حلان لهذه المعادلة: $س = ٨$ أو $س = ٢$.

٤ حل المعادلة: $|س + ١| = ٢$

$$س + ١ = ٢ \quad \text{أو} \quad س + ١ = -٢$$

$$س = ١ \quad \text{أو} \quad س = -٣$$

يكون لدينا حلان لهذه المعادلة: $س = ١$ أو $س = -٣$.

حاول أن تحل

$$٣ |١ - س| = ٤$$

$$٤ = |٤ + م|$$

انتبه

$$|٤س - ٣| = ٤س + ٣$$

تحقق

من

١ حل المعادلة الآتية: $|٢س - ٥| = ١$. ماذا تنتج؟

٢ حل المعادلة الآتية: $|٣س + ٧| = ٧$. صغرا. ماذا تنتج؟



العمليات على الأعداد الحقيقية وخواصها

Operations with Real Numbers

◀ صلة الدرس في الدروس السابقة رتبت الأعداد الحقيقية وقارنتها، وفي هذا الدرس سوف تُنفذ عمليات على هذه الأعداد وتستخدم خواصها.

استكشف

العمليات على الأعداد الحقيقية

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة

- ١ أدخل $١٢ + ٤ + ٨$ على الآلة الحاسبة. ما هو الناتج؟ هل تبدأ الآلة الحاسبة بعملية الجمع أو القسمة؟
- ٢ أدخل $٨ + (٤ + ١٢)$. في رأيك، ما هي العملية التي ستبدأ بها الآلة الحاسبة؟
- ٣ اذكر أي العمليات يجب إجراؤها أولاً على كل من:

(أ) $٣ \times ٢ + ١$	(ب) $٤ + ٣ - ١٥$	(ج) $٢ + (١ - ٣)$
----------------------	------------------	-------------------

تعلم

العمليات على الأعداد الحقيقية وخواصها

تُحقّق العمليات على الأعداد الحقيقية خواص الإبدال، التجميع، وتوزيع الضرب على الجمع، وعلى الطرح.

إذا فرضنا أن أ، ب، ج أعداد حقيقية فإن:

	$أ + ب = ب + أ$
خاصية الإبدال لعملية الجمع	$أ \times ب = ب \times أ$
خاصية الإبدال لعملية الضرب	$أ + (ب + ج) = (ب + ج) + أ$
خاصية التجميع لعملية الجمع	$أ \times (ب \times ج) = (ب \times ج) \times أ$
خاصية التجميع لعملية الضرب	$أ + (ب + ج) = (ب + ج) + أ$
خاصية توزيع الضرب على الجمع	$أ \times (ب + ج) = (أ \times ب) + (أ \times ج)$
خاصية توزيع الضرب على الطرح	$أ \times (ب - ج) = (أ \times ب) - (أ \times ج)$

يُمكنك تبسيط التعبيرات العددية باستخدام خواص العمليات: الإبدال، التجميع، والتوزيع.

مثال (١)

بسط $\left(\frac{1}{10} + \frac{7}{0} + \frac{8}{10}\right) \times \frac{0}{3}$

خاصية الإبدال $\left(\frac{7}{0} + \frac{1}{10} + \frac{8}{10}\right) \times \frac{0}{3} = \left(\frac{1}{10} + \frac{7}{0} + \frac{8}{10}\right) \times \frac{0}{3}$

خاصية التجميع ثم تبسيط $\left(\frac{7}{0} + \frac{8}{10}\right) \times \frac{0}{3} =$

الاختصار $\left(\frac{7}{0} + \frac{8}{10}\right) \times \frac{0}{3} =$

خاصية توزيع الضرب على الجمع الاختصار $\left(\frac{7}{0} \times \frac{0}{3}\right) + \left(\frac{8}{10} \times \frac{0}{3}\right) =$

$٢ + ١ =$
 $٣ =$

سوف تتعلّم

- تنفيذ عمليات على الأعداد الحقيقية.
- استخدام خواص الأعداد الحقيقية.
- من الاستخدامات
- يستخدم علماء الفضاء خواص الأعداد الحقيقية لتبسيط تعابير عددية وحل معادلات متعلقة بحركة الكواكب والنجوم.



المصطلحات الأساسية

- ◀ خاصية الإبدال
- The Commutative Law
- ◀ خاصية التجميع
- The Associative Law
- ◀ خاصية توزيع الضرب على الجمع
- The Distributive Law of Multiplication Over Addition
- ◀ خاصية توزيع الضرب على الطرح
- The Distributive Law of Multiplication Over Substraction

حاول أن تحل

١ أوجد الناتج في أبسط صورة

$$(1) \frac{8}{15} + \frac{3 \times 2}{5} + \frac{7}{15} \quad (ب) (2-2) \times 9 \quad (ج) \frac{4}{52} + \frac{8}{13} \times \frac{3}{2}$$

يمكنك تبسيط التعبيرات العددية باستخدام أولويات وهي:

(أ) تبسيط العمليات داخل الأقواس.

(ب) إجراء عمليات الضرب والقسمة من جهة اليمين.

(ج) إجراء عمليات الجمع والطرح من جهة اليمين.

مثال (٢)

أوجد الناتج في أبسط صورة: $2 \times 7 - 0,3 + 167 \times 5$

$$\text{بما أن: } 167 \times 5 = 835$$

$$\text{فيكون: } 2 \times 7 - 0,3 + 835$$

$$= 14 - 0,3 + 835$$

$$= 14 - \frac{3}{10} + 835$$

$$= 14 - 3 + 835$$

$$= 846$$

حاول أن تحل

٢ أوجد الناتج في أبسط صورة: $6 - 7,6 \times 0,25 + \frac{1}{4}$

تحقق من فهمك

١ متى تبدأ بإجراء العمليات من اليمين إلى اليسار؟

٢ هل هناك خاصية إبدال لعملية الطرح؟ أعط مثالاً.

حل المسائل والتفكير المسطر

١ التفكير الناقد: اكتب ثلاثة تعبيرات عددية مختلفة ناتج كل منها يساوي واحدًا حيث يحتوي كل تعبير على العدد ٤ أربع مرات، بالإضافة إلى بعض العمليات (الجمع والطرح والضرب والقسمة).

٢ استخدم أحمد القانون التالي: $2 \times 2 + 2 \times 2 = 8$ لإيجاد محيط المستطيل، بينما استخدم سالم القانون: $2 \times (2 + 2)$. هل سالم هو على صواب؟ ولماذا؟



الأسس Exponents

الوحدة
الأولى (ج)

نظام الأعداد لدى حضارة المايا

يعود نظام الأعداد في حضارة المايا إلى القرن الرابع حيث استخدموا الأساس ٢٠ كبديل أساسي للعد نسبة إلى عدد أصابع الأيدي والأرجل لدى الإنسان. استخدموا أيضًا (٠) لتمثيل ١ إلى ٤ و (-) لتمثيل (٥). نظموا الأعداد بحيث تكون أول خمس قيم مكانية هي ١ = (٢٠)، ٢٠ = (٢٠)، ٤٠٠ = (٢٠)، ٨٠٠٠ = (٢٠) و ١٦٠٠٠٠ = (٢٠). وكانوا أول من رمزوا الرقم صفرًا.

صفر ١ ٤ ٦ ٩ ١١ ١٧

- ١ كيف تكتب $2 \times 2 \times 2 \times 2$ بطريقة أخرى؟
- ٢ كيف تطوّرت القيم المكانية عند شعب المايا؟

قوانين الأسس Laws of Exponents

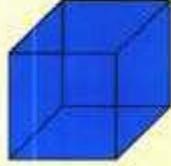
◀ صلة الدرس سبق أن تعرّفت القوى والأسس، في هذا الدرس سوف تتعلّم ضرب القوى (الأعداد الأسيّة) ذات الأساس المشترك وقسمتها.

سوف تتعلّم ضرب القوى ذات الأساس المشترك وقسمتها.

استكشّف ضرب القوى وقسمتها

مكعبٌ من الزجاج طول ضلعه ١٠ سنتيمترات.

(أ) أوجد حجم هذا المكعب؟
 (ب) أوجد حجم ١٠ مكعبات؟
 (ج) قال خالد إن: $10 = 10 \times 10 = 10^2$. هل خالد على صواب؟ فشرّ ذلك.



١٠سم

من الاستخدامات يستخدم علماء الفضاء ضرب القوى ذات الأسس الكبيرة لحساب السرعات في الفضاء. ويستخدم علماء الأحياء قسمة القوى لقياس طول خلايا معينة.

تعلمّ قوانين الأسس

ضرب القوى ذات الأساس المشترك

تستطيع أن تكتب تعبير $3 \times 3 \times 3$ باستخدام أساس واحد. لذلك

$$3 \times 3 \times 3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$$

مرتان ٣ مرات

$$3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

ما العلاقة بين الأسس ٦، ٤، ٢. لاحظ أن: $6 = 4 + 2$.

يُمكننا ضرب عددين أُسيتين لهما الأساس نفسه بجمع الأسس فتنتج أن:

$$3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6$$

وبصورة عامة يكون القانون العام إذا كان من عددًا حقيقيًا غير صفري، فإن

من $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ، حيث a ، m ، n عددان صحيحان موجبان

مثال (١)



المصطلحات الأساسية

◀ ضرب القوى
 Multiplying Powers
 ◀ قسمة القوى
 Dividing Powers

بسّط كلٍّ من التعابير التالية: (أ) $(3^-) \times (3^-)$ (ب) 5×5^2 (ج) $5^2 \times 5^3$

(أ) $(3^-) \times (3^-) = 3^{(-) + (-)} = 3^{-2}$

(ب) $5 \times 5^2 = 5^{1+2} = 5^3$

(ج) $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$

التبسيط

$3^- \times 3^- = 3^{-2}$

حاول أن تحلّ

١ يُمكنك استخدام ضرب القوى لتبسيط الأعداد.

(أ) $(7) \times (7) = 7^2$ (ب) $(\frac{2}{v}) \times (\frac{2}{v}) = (\frac{2}{v})^2$ (ج) $(0, 2) \times (0, 2) = (0, 2)^2$



مثال (٢)

يجتاز الضوء حوالي $10 \times 9,5$ كم في السنة الأرضية الواحدة. حوّل هذه المسافة إلى السنتيمتر.

$$\begin{aligned} 10 \times 9,5 \text{ كم} &= 10 \times 9,5 \times 1000 \text{ متر} \\ &= 10 \times 9,5 \times 1000 \times 100 \text{ سنتيمتر} \\ &= 10 \times 9,5 \times 10^5 \\ &= 9,5 \times 10^6 \text{ سنتيمتر} \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٢ تُعطى المسافة (م) التي يجتازها الضوء بالقانون الآتي:
 $m = c \times t$ حيث إن السرعة (ع) تُساوي 3×10^8 كم/ثانية،
 أوجد المسافة إذا كان الزمن (ز) = $3,6 \times 10^6$ ثانية.

قسمة القوى ذات الأساس المشترك: تختلف عملية قسمة القوى ذات الأساس المشترك عن عملية الضرب.

$$7^7 = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = \frac{7^7}{7^3}$$

ما علامة الأس ٢ بالأشيين ٣، ٥. تلاحظ أن: $5 - 3 = 2$. يُمكننا قسمة عددي أسّي على آخر لهما الأساس نفسه وذلك بطرح الأسس، لذا نستنتج أن $7^5 = 7^3 \cdot 7^2 = 7^2$ وبصورة عامة يكون القانون العام:

إذا كان من عددًا حقيقيًا غير صفري
 فإن $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ، حيث أ، ب عدداً صحيحان موجبان

مثال (٣)

أوجد الناتج: (أ) $\frac{7^3}{7^2}$ (ب) $\frac{7^3}{7^3}$

(أ) $7^3 \div 7^2 = 7^{3-2} = 7^1 = 7$

(ب) $7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0 = 1$

حاول أن تحل

٣ أوجد الناتج.

(أ) $\frac{10^3}{10^2}$ (ب) $\frac{7^3}{7^3}$ (ج) $\frac{10^4}{10^4}$ (د) $\frac{7^4}{7^4}$

حل المسألة

بسم الله الرحمن الرحيم

١ = ١٠

حيث أ عدد صحيح موجب

مثال (٤)

تبعد الشمس عن الأرض حوالي $1,5 \times 10^8$ كم. إذا كانت سرعة الضوء حوالي 3×10^{10} كم في الدقيقة، فأوجد الزمن اللازم لكي يصل ضوء الشمس إلى الأرض، مستخدماً القانون: $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \text{الزمن}$

$$\begin{aligned} \frac{1,5 \times 10^8}{3 \times 10^{10}} &= \text{الزمن} \\ \frac{1,5}{3} \times \frac{10^8}{10^{10}} &= \\ 0,5 \times 10^{-2} &= \\ 10^{-2} \times 0,5 &= \\ 10^{-2} \times 0,5 &= \\ 0,5 \times 10^{-2} &= \end{aligned}$$

ويكون الزمن اللازم ليصل ضوء الشمس إلى الأرض $0,5$ دقائق.

حاول أن تحل

٤. تبلغ أقصر مسافة بين الشمس والقمر حوالي $3,6 \times 10^8$ كم. أوجد الزمن اللازم كي يصل ضوء الشمس إلى القمر.

تحقق من فهمك

١. أوجد قيمة كل مما يأتي:
(أ) $7 + 13$ (ب) $\left(\frac{1}{7}\right)^7 \times (13 + 12)$
٢. أذكر الحالة التي تستخدم فيها طرح الأسس؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

١. تحتوي القشرة الأرضية على حوالي 12×10^{10} طن متري من الذهب. تبلغ قيمة الطن المتري من الذهب حوالي 40 مليون دينار كويتي (إحصائيات سنة ٢٠٠٠). ما القيمة التقريبية للذهب الموجود في القشرة الأرضية بالدينار الكويتي؟
٢. يحتوي جسم الإنسان على حوالي 7×10^{10} ميكرو لتر من الدم لكل كيلوجرام واحد من وزن الجسم. وتوجد في كل ميكرو لتر 5×10^5 من الكريات الحمراء. أوجد العدد التقريبي للكريات الحمراء الموجودة في جسم إنسان يزن 70 كيلوجراماً.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- حرّض وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



تعلم الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة الموجبة

غالبًا ما يستخدم العلماء قوى العدد ١٠ في وصف معالم الأرض للتعبير عن الأعداد الكبيرة في **الصورة العلمية**. وفي الصورة العلمية يُكتب العدد كقوى للعدد ١٠ مضروبة في عدد قيمته المطلقة أصغر من ١٠ وأكبر من أو تساوي ١.

$$١٠ \times ٢,٨٧ = ٢٨٧ \quad ١٠ \times ٤,٥٦ = ٤٥٦ \quad ١٠ \times ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$$

لكي تكتب عددًا كبيرًا في الصورة العلمية، بسهولة، حرك الفاصلة العشرية حيث تُريد، واحسب كم منزلة عشرية تحركت، واكتب هذا كقوى للعدد ١٠. السبب في هذا هو أن التحرك إلى اليسار منزلة واحدة هو نفسه مثل القسمة على ١٠.

تحريك الفاصلة العشرية منزلة واحدة إلى اليسار	$١٠ \times ٢٠٥,٣ = ٢٠٥٣$
تحريك الفاصلة العشرية منزلة أخرى إلى اليسار	$١٠ \times ٢٠,٥٣ =$
إنها الآن في الصورة العلمية	$١٠ \times ٢,٠٥٣ =$

مثال (١)



أوسع لغات التخاطب انتشارًا في العالم هي ماندارين، اللغة الأساسية في الصين، ويُقدَّر أن ٨٤٤ مليونًا من البشر يتخاطبون بها كلغتهم الأساسية. اكتب هذا العدد في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.



في الشكل النظامي تكتب ٨٤٤ مليونًا كالآتي: ٨٤٤٠٠٠٠٠٠٠. وفي الصورة العلمية تكتب ٨٤٤ مليونًا كالآتي: $١٠ \times ٨,٤٤$

حاول أن تحل

١ اكتب الأعداد التي تُمثل الذين يتكلمون اللغة الآتية في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.

- (أ) الإنجليزية: ٣٢٦ مليونًا من البشر.
- (ب) الألمانية: ٩٨ مليونًا من البشر.
- (ج) العربية: ١٩٥ مليونًا من البشر.

بعض الأعداد أكبر من أن تظهر بكل أرقامها على شاشة العديد من الآلات الحاسبة، وبعض الآلات الحاسبة تُظهر مثل تلك الأعداد آليًا في الصورة العلمية.

حل

يوجد حوالي ١٠٠٠ لغة مختلفة للتخاطب في جنوب شرق آسيا.



مثال (٢)



تبعد الأرض حوالي ١٥٠ مليون كيلومتر عن الشمس، ما هي هذه المسافة بالأمتار؟
أدخل ١٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠ بالآلة الحاسبة ثم اضرب في ١٠٠٠ سيظهر على الشاشة $1,5 \times 10^{11}$ أو $1,5E11$.
تبعد الأرض $1,5 \times 10^{11}$ متر عن الشمس.

حل

الجوجل googol هو 10^{100} ،
والجوجل بلوكس هو 10^{10} أس
جوجل.

حاول أن تحل

٢ قُدِّرَت درجة حرارة باطن الشمس بـ ١٥ مليون درجة مئوية. أوجد طريقتين على الأقل لإدخال هذا العدد إلى الآلة الحاسبة.

مثال (٣)

في ما يلي قراءات الآلة الحاسبة موضحة الأعداد في الصورة العلمية. اكتب هذه الأعداد في الشكل النظامي.

$$11E8,7(أ) \quad 10E5,45(ب) \quad 15E4,5-(ج)$$

$$11E8,7(أ) \text{ تعني } 110 \times 8,7 = 1000000000 \times 8,7 = 8700000000$$

$$10E5,45(ب) \text{ تعني } 10 \times 5,45 = 10000000000 \times 5,45 = 54500000000$$

$$15E4,5-(ج) \text{ تعني } 15 \times 4,5 = 100000000000 \times 4,5 = 450000000000$$

حاول أن تحل

٣ اكتب الأعداد الظاهرة على الآلة الحاسبة في الشكل النظامي.

$$10E9,6(أ) \quad 12E3,812-(ب) \quad 13E1,02(ج)$$



من فهمك

تحقق

١ هل يوجد عدد لا يمكن تمثيله في الصورة العلمية؟

٢ ماذا يعني تحريك العاصلة العشرية إلى اليسار؟

٣ العدد المكتوب في الصورة العلمية له عاملان، سيفك كلاً من العاملين.



قصي رائد فضاء روسي ٤٣٩ يوماً في الفضاء، وعاد إلى الأرض في مارس عام ١٩٩٥.
(أ) كم عدد الساعات التي قضاها في الفضاء؟ اكتب إجابتك في الشكل النظامي.
(ب) كم عدد الدقائق التي قضاها في الفضاء؟ اكتب إجابتك في الصورة العلمية.

الهدف

١ ما المطلوبُ إليك إيجاده؟

خطط

٢ كيف يُمكنك إيجاد عدد الساعات في:
(أ) يومين؟

(ب) ٤٣٩ يوماً؟

٣ كيف يُمكنك إيجاد عدد الدقائق في:

(أ) يومين؟

(ب) ٤٣٩ يوماً؟

حل

٤ كم عدد الساعات التي قضاها رائد الفضاء؟

٥ كم عدد الدقائق التي قضاها رائد الفضاء؟

٦ اكتب عدد الدقائق في الصورة العلمية؟

نحقق

٧ لماذا كتبت عدد الدقائق في الشكل النظامي قبل كتابته في الصورة العلمية؟

حل مسألة أخرى

٨ تاريخ ميلاد صالح هو ٢٩ فبراير، وقد وُلد في سنة كسيرة (٣٦٦ يوماً).
(أ) كم يوماً يتنظر بين تاريخ الميلاد والآخر؟ اكتب إجابتك في الشكل النظامي.

(ب) كم دقيقة تنتظر بين تاريخ الميلاد والآخر؟ اكتب إجابتك في الصورة العلمية.



حل المسائل والتفكير المنطقي

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- حرّض وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التوصل: نحاول عائلة حميد بيع منزلها. السعر المكتوب على ورقة ملكية العقار هو ١٠٥ ك لفرطس ك = ١٠٠٠ دينار.
(أ) يكسب مبيع المنزل؟

(ب) ما أوجه الشبه بين هذه الصورة والصورة العلمية؟ وما أوجه الاختلاف؟

٢ المجلة: وضح لماذا لا تُعدّ التعبيرات العددية الآتية أمثلة عن كتابة أعداد في الصورة العلمية؟

$$(ب) ١٠ + ٣,٧١$$

$$(أ) ١٠ \times ٥٢,٦$$

$$(د) ١٠ \times ٠,٤٣$$

$$(ج) ١٠ \times ١٠$$

الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة السالبة Scientific Notation Using Negative Integer Exponents

◀ صلة الدرس في الدرس السابق كتبت الأعداد الكبيرة بالصورة العلمية مستخدماً الأسس الصحيحة الموجبة، وفي هذا الدرس ستتعلم كيفية كتابة الأعداد الصغيرة جداً بالصورة العلمية مستخدماً الأسس الصحيحة السالبة. ▶

استكشف الأسس الصحيحة السالبة



أناط في كل مكان الكسور الآتية كُتبت كمئاتي قسمة عبر عنها باستخدام الأسس ثم باستخدام الكسور العشرية.

الأسس باستخدام	الصورة العشرية	العدد
10^3	1,000	1,000
10^2	100	100
10^1	10	10
10^0	1	1
10^{-1}	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$
10^{-2}	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$

١ استمر في الجدول حتى تصل إلى 10^{-10} ، صِف أي أنماط تجدها.

٢ ما الصلة بين كل عدد والذي قبله؟

٣ عندما تتحرك إلى أسفل في عمود الصورة العشرية، ماذا يحدث للفاصلة العشرية؟

٤ عندما تتحرك إلى أسفل في عمود استخدام الأسس، ماذا يحدث للأسس؟

٥ صِف العلاقة، إن وجدت، بين الأس وموضع الفاصلة العشرية.

سوف تتعلم

■ كيفية تحويل الأعداد

الصغيرة بين الشكلي

النظامي والصورة العلمية.

من الاستخدامات

■ علماء الأحياء الدقيقة

(الميكروبيولوجيا) يعملون

على أعداد صغيرة جداً

والصورة العلمية تسهل

عليهم ذلك.



المصطلحات الأساسية

◀ أسس سالبة

Negative Exponents

تعلم الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة السالبة

يُمكن استخدام الأسس الصحيحة السالبة لكتابة الأعداد الصغيرة جدًا، وذلك مثلما نستخدم الأسس الصحيحة الموجبة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا. لكي نكتب 0.00345 في الصورة العلمية، نحرك الفاصلة العشرية إلى اليمين حتى يتبقى رقم واحد فقط غير صفري إلى يسار الفاصلة العشرية.

$$0.00345 \rightarrow 3.45 \times 10^{-3}$$

احسب عدد العزلات التي تحركت بها الفاصلة العشرية. وهذا سوف يكون قوة العدد 10 ، وحيث إنك تحركت نحو اليمين فسيكون الأس سالبًا، (-3).

$$0.00345 = 3.45 \times 10^{-3}$$

أمثلة



كروموسوم بشري

1 اكتب الحمض النووي DNA في كروموسوم بشري ما معيّن رفيع جدًا ومكتسب بإحكام داخل الخلية، يلتوي ويلتف بحيث يصل إلى 1.0×10^{-5} سم طولًا. عبّر عن هذا الطول في الصورة العلمية.

اكتب 1 جزء من عشرة آلاف جزء في الصورة العشرية.

$$\frac{1}{10,000} = 0.0001$$

$$10^{-4}$$

حرك الفاصلة العشرية 4 منزلات إلى اليمين حتى تحصل على 1.0 . الفاصلة العشرية تحركت 4 منزلات.

الأس يكون -4.

$$\frac{1}{10,000} \text{ سم} = 1.0 \times 10^{-4} \text{ سم}$$

$$1.0 \times 10^{-4} \text{ سم}$$

2 اكتب 52 جزءًا من مليون في الصورة العلمية.

$$52 \text{ جزءًا من مليون} = 0.000052 \text{ اكتب في الصورة العشرية}$$

$$= 5.2 \times 10^{-5} \text{ حرك الفاصلة العشرية 5 منزلات إلى اليمين}$$

حاول أن تحل

1 (أ) اكتب 1 جزء من مليون في الصورة العلمية.

(ب) اكتب 3 أجزاء من مئة ألف في الصورة العلمية.



يُمكن للعديد من الآلات الحاسبة وضع العدد في الصورة العلمية.



٣ يبلغ طول أقصر حشرة مئة أرجل ٧ أجزاء من مئة جزء من السنتيمتر. اكتب هذا في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.
في الشكل النظامي تكتب ٧ أجزاء من مئة:
 0.07 وحيث أن $1 \times 10^{-2} = 0.01$ سم
في الصورة العلمية تكتب ٧ أجزاء من مئة:
 7×10^{-2}



٤ يبلغ قطر خلية الدم الحمراء حوالي ٧ أجزاء من مئة مليون جزء من السنتيمتر. بين كيف تدخل هذا العدد إلى الآلة الحاسبة.
هناك طرق عديدة ومختلفة لإدخاله
الطريقة الأولى
`7 ÷ 100000000 =`
فيظهر على الشاشة
0.00000007
الطريقة الثانية
يوجد في بعض الآلات الحاسبة مفتاح `10^x` أو `10^y` أو `10^z`
`7 [10^x] 8`
فيظهر على الشاشة
0.00000007
أو 7×10^{-8}
الطريقة الثالثة
يوجد في بعض الآلات الحاسبة مفتاح `EE` أو `EXP` أو `10^x`
`7 [EE] 8`
فيظهر 7×10^{-8}

حاول أن تحل

٢ (أ) يبلغ حجم بعض الفيروسات ٣ أجزاء من المليار من السنتيمتر. اكتب هذا العدد في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.
(ب) بين كيف تدخل ٨ أجزاء من المليون إلى الآلة الحاسبة.

بعض الأعداد تكون أصغر من أن تظهر بكل أرقامها على شاشة العديد من الآلات الحاسبة. إما أن تظهر رسالة خطأ على الشاشة أو تظهر الأعداد عليها ألبا في الصورة العلمية.

تحقق من فهمك

- ١ قيم تشابه كتابة عدد صغير بالصورة العلمية وكتابة عدد كبير؟ وقيم تختلف عنها؟
- ٢ لماذا تكافئ تحريك الفاصلة العشرية إلى اليسار، الضرب في قوى للعدد ١٠ بأسس سالبة؟ ما العمليات الأخرى التي تكافئ الضرب في قوى للعدد ١٠ بأسس سالبة؟ اشرح ذلك.
- ٣ لديك عدد صغير مكتوب بالصورة العلمية. إذا كتبت نتائج ضرب عاملين؛ فصف كلاً من العاملين.





رتب كلاً من الأعداد الآتية من الأكبر إلى الأصغر. فسر إجابتك.

- (أ) $10 \times 1,24$ (ب) $10 \times 2,22$ (ج) $10 \times 1,89$ (د) $10 \times 2,7$

افهم

١ هل هذه الأعداد مكتوبة في الصورة العلمية أو في الشكل النظامي؟

خطك

٢ كيف يمكنك تحديد ما إذا كان العدد المكتوب في الصورة العلمية صالحاً أم لا؟

٣ قارن 10^2 ، 10^3 . أي من العددين أكبر؟

٤ كيف يمكنك استخدام الأس لتقارن قوى لـ ١٠؟

٥ قارن بين $10 \times 1,6$ و $10 \times 2,6$ أي من العددين أكبر؟

٦ عندما تكون الأسس متساوية في العددين والعوامل الأخرى ليست سالبة، فكيف يمكنك مقارنة العددين؟

حل

٧ استخدم فهمك لتبني ٢، ٤، ٦ لترتيب الأعداد.

تحقق

٨ كيف يمكنك الحصول على الإجابة باستخدام طريقة أخرى؟

حل مسألة أخرى

٩ رتب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر. فسر إجابتك.

- (أ) $10 \times 1,9$ (ب) $10 \times 2,5$ (ج) $10 \times 1,2$ (د) $10 \times 2,8$

حل المسائل والتفكير المنطقي

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عيّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

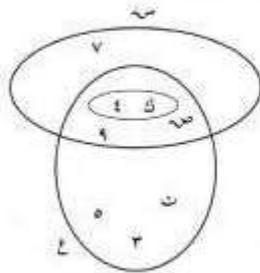
١ التواصل: قال فهد إن العدد ٤٥٠٥٤٥×١٠ مكتوب في الصورة العلمية.
هل توافقه الرأي أو لا؟ فسر إجابتك.

٢ اختر إستراتيجية: سمك شعرة الإنسان هي ١٠×٢ سم.
وسمك الورقة $١٠ \times ٧,٦٢$ سم تقريباً. أيهما سمكه أكثر؟ وما الفرق بين سمكيهما؟
وضح كيف حصلت على إجابتك.

٣ المجلة: وضح كيف ستحلله أيهما أكبر ١٠٠٠٥٦ أم ١٠٠٥٠١ .



اختبار الوحدة الأولى



١ استخدم الشكل المقابل وأكمل مستخدماً \subseteq , \supset , \cap , \cup , \setminus .

(أ) $A \subseteq B$

(ب) $B \subseteq A$

(ج) $A \cap B = \{4, 5, 6, 7\}$

(د) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

٢ لنكن المجموعة الشاملة S ، مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر من ١٤

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$B = \{5, 7, 13\}$$

أوجد: (أ) $A \cap B$

(ب) $A \cup B$

(ج) $A \setminus B$

٣ حدّد ما إذا كان كل تعبير متماثل صحتها أم خطأ.

(أ) $7 > \sqrt{48} > 6$ (ب) $7 > \sqrt{56} > 6$

(ج) $3, 3 > \sqrt{10, 25} > 3, 3$ (د) $0, 2 > \sqrt{0, 03} > 0, 1$

٤ حدّد ما إذا كان كل جدير تربيعي متماثل عدداً نسبياً أم غير نسبي.

(أ) $\sqrt{3600}$ (ب) $\sqrt{8}$ (ج) $\sqrt{6, 25}$ (د) $\sqrt{129, 6}$

٥ مثل الفترات التالية على خط الأعداد.

(أ) $[-3, 5]$ (ب) $(7, 3)$ (ج) $(-5, -2)$

٦ حلّ المعادلة: (أ) $3|س| + 1 = 10$ (ب) $|ت| + 5 = 2$

٧ حلّ المعادلة إن $2 - |ب| = 4$ ثمّ تحقّق من إجابتك بمثلها على خطّ الأعداد.

٨ حدّد قيم $ا$ ، $ب$ التي يكون للمعادلة $|س - ا| = ب$ حل واحد فقط؟

اختبار الوحدة الأولى

٩ المعادلة $2 + 2 = 2$ تعطي محيط مستطيل أطوال أبعاده (ل)، (ع).

إذا كان طول المحيط 28 ، 14 سم وطول أحد البعدين 16 ، 4 سم، فأأي جملة عددية متساوية نستخدمها لإيجاد طول البعد الأخرى؟

(أ) $2 + 2 = 28$ ، $14 + 16 = 2$ (ب) $14 - 16 = 2$ ، $2 + 4 = 28$

(ج) $2 + (14, 28 - 4, 16 \times 2)$ (د) $2 + (4, 16 \times 2 - 14, 28)$

١٠ يُنتج جسم الإنسان حوالي 2×10^{10} من الكريات الحمراء في الثانية، تترغ أحواك الأكبر بنصف لتر من دمه يحتوي على $2,4 \times 10^{11}$ من الكريات الحمراء.

(أ) ما عدد التواني اللازم ليعوّض الجسم الكريات الحمراء التي تترغ بها؟

(ب) حول الإجابة من التواني إلى أيام.

١١ أي من الأعداد الآتية غير مكتوب بالصورة العلمية؟

(أ) $11,24 \times 10^1$ (ب) $2,004 \times 10^{-3}$ (ج) 12×10^{-7}

(أ) (١) و (٢) (ب) (١) و (٣) (ج) (٢) (د) (١) و (٢) و (٣).

١٢ اكتب بالصورة العلمية.

(أ) 7042000000 (ب) $0,00000469$

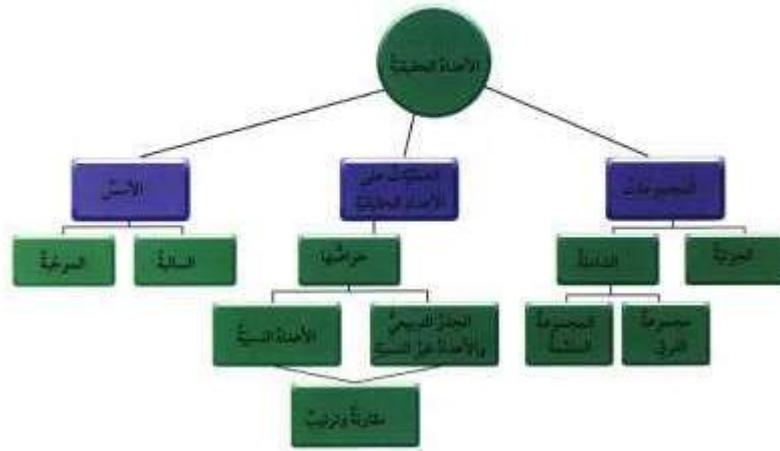
١٣ أوجد الناتج

(أ) $(8 \times 7) \times 10^{-3}$ (ب) $(21 \times 7) \times 10^3$ (ج) $(8 \times 10) \div 2$

١٤ بسط:

(أ) $\frac{10 \times 10}{2 \times 10}$ (ب) $\frac{10 \times 27}{210 \times 0,9}$

مخطط تنظيمي للوحدة الأولى



الوحدة الأولى (أ)

- مجموعة جزئية: S هي مجموعة جزئية من S إذا كان كل عنصر من S ينتمي إلى S وتكتب $S \subseteq S$.
- المجموعتان متساويتان: تتساوى مجموعتان إذا كانت كل منهما مجموعة جزئية من الأخرى.
- المجموعة الخالية \emptyset هي مجموعة جزئية من أي مجموعة.
- مجموعة الفرق: مجموعة العناصر التي تنتمي إلى S ولا تنتمي إلى S وتكتب $S - S$.
- المجموعة المنتمية للمجموعة S هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الشاملة ولا تنتمي إلى المجموعة S .

الوحدة الأولى (ب)

- لكل عدد موجب S جذران تربيعيان أحدهما موجب (أساسي) \sqrt{S} والآخر سالب $-\sqrt{S}$.
- الأعداد غير النسبية هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{P}{Q}$.
- خواص الجذور التربيعية: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ، وحيث a, b أعداد موجبة، $b \neq 0$.
- الفترة: تشمل كل الأعداد الحقيقية الواقعة بين عددين.
- القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة بين هذا العدد والصفير.
- قوانين الأسس: $S^a \times S^b = S^{a+b}$ ، $\frac{S^a}{S^b} = S^{a-b}$ ، حيث a, b عددان صحيحان موجبان، $S \neq 0$.
- الصورة العلمية: يكتب العدد كقوى للعدد 10 مضروبة في عدد قيمته المطلقة أصغر من 10 وأكبر من أو تساوي 1 .

شعوب العالم

اللغة السواحلية هي لغة تجارية وحكومية يتخاطب بها سكان منطقة الكونغو وشرقي أفريقيا، في ما يلي الأعداد باللغة السواحلية:



- ١ موجا
- ٢ مبيلي
- ٣ تانو
- ٤ نني
- ٥ تانو
- ٦ سينا
- ٧ سايا
- ٨ تاني
- ٩ تيسا
- ١٠ كيومي

الفنون والآداب

كان «هوراس» شاعراً رومانياً وله العديد من المؤلفات، التي أثرت في الحياة الأدبية. وكان له مقولة شهيرة في الإحصاء وهي: «إننا نحزرة أرقام وإحصاءات، ولذا لكي نستهلك موارد الطبيعة».



العلوم

بين العام ١٩٨٠ والعام ١٩٩٠ زاد عدد المصابين بمرض الحصبة بـ ١٤٣٠٠ حالة. ومن أعراض الإصابة بفيروس الحصبة ظهور بقع حمراء مستديرة على جلد المريض.



الدراسات الاجتماعية

استخدمت شعوب المايا النقاط، والخطوط للتعبير عن الأعداد. فعندما نوضع الأشكال البيضاوية أسفل عدد ما تكون النتيجة أكثر بعشرين مرة.

$$٢٠ = ٢٠ \times ١ = \text{شعوب المايا} \quad \text{مثلاً: } ١ = \text{شعوب المايا}$$

٤ ●●●●	٣ ●●●	٢ ●●	١ ●	٠ ○
٩ ●●●● ●●●●	٨ ●●●● ●●●	٧ ●●●● ●●	٦ ●●●● ●	٥ ●●●● ○
١٤ ●●●● ●●●● ●●●●	١٣ ●●●● ●●●● ●●●	١٢ ●●●● ●●●● ●●	١١ ●●●● ●●●● ●	١٠ ●●●● ●●●● ○
١٩ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●●	١٨ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●	١٧ ●●●● ●●●● ●●●● ●●	١٦ ●●●● ●●●● ●●●● ●	١٥ ●●●● ●●●● ●●●● ○
٢٤ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●●	٢٣ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●	٢٢ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●	٢١ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●	٢٠ ●●●● ●●●● ●●●● ○
٢٩ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●●	٢٨ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●	٢٧ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●	٢٦ ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●	٢٥ ●●●● ●●●● ●●●● ○

حسب الترتيب عند شعوب المايا، فإن كل دائرة صغيرة وتحتها الشكل البيضاوي تمثل العدد ٢٠. وهكذا كان الترتيب للعدد ٢١ كما يلي: باعتبار الدائرة العليا هي ٢٠ والدائرة السفلى هي ١ وتوجد مسافة فاصلة بينهما.

التكامل الرياضي الأساسية

قد تكون البيانات مفيدة وذات دلالة عند عرضها على شكل تمثيلات، وجداول، ومخططات، ورسوم بيانية.

أحياناً عدد واحد مثل المتوسط الحسابي، الوسط أو المتوسط، يُساعدنا على فهم مجموعة من البيانات.

نستخدم استطلاعات الرأي لجمع المعطيات في مختلف الميادين كالانتخابات، والإعلانات، واختبارات التدقيق.

العين هي مجموعة الأفراد التي نشارك في استطلاع الرأي.

مشروع الوحدة

في هذا المشروع سوف نبتن سمات لتشي أو فناني في الثالثة عشرة أو الرابعة عشرة. سوف تجري استطلاعاً للرأي لتجميع البيانات المطلوبة لهذه السمات. يُمكن أن تشمل هذه البيانات السادة المنطقتين، السمات الرياضية، الألعاب، الهوايات، النوادي، الموسيقى، الأعلام أو الطعام.

التركيز على حلّ المسائل

اقرأ كلَّ مسألة وأجب عن
الأسئلة المتعلقة بها.



١ منقرفاً مقابل ١٤ ديناراً، والمجلات الأربع مقابل ٨ دنانير، ومحمل المجلات مقابل ٤ دنانير، والكامل ذا المجلات مقابل ١٠ دنانير. كما يُعطي خصماً قدره ٢٠٪ على لوح التزلج الذي تشتريه كل من مكوناته على حدة ثم يتم تجميعها. أمّا لوح التزلج الجاهز فيكلف ٢٨ ديناراً.

أ) أي لوح التزلج أدنى سعراً؟
 (ب) عمّ تدور المسألة؟
 (ج) ما التكلفة الإجمالية للوح التزلج المباع أجزاء قبل الخصم؟
 (د) ما مقدار الخصم على لوح التزلج المباع أجزاء؟
 (هـ) صمّع سؤالاً من عندك، ثم أجب عليه.

٢ في منافسات رياضة لوح التزلج، يقوم ٥ حكام بوضع نقاط من ١٠٠ نقطة ثم تُستبعد أعلى وأدنى نتيجتين، ويُؤخذ متوسط الثلاث نتائج الباقية لتحديد ما حصل عليه كل متزلج في الدورة. إذا كانت نتائج المتسابقة «مها» هي: ٨٢، ٨٥، ٨٧، ٨٤. وكانت نتائج «شيماء» هي ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٨. فمن الفائزة في السباق؟
 (أ) عمّ تدور المسألة؟
 (ب) ماذا تتطلب المسألة؟
 (ج) ما أعلى نتيجة حصلت عليها مها؟ ما أعلى نتيجة حصلت عليها شيماء؟
 (د) ما أدنى نتيجة حصلت عليها مها؟ ما أدنى نتيجة حصلت عليها شيماء؟
 (هـ) صمّع سؤالاً من عندك، ثم أجب عليه.

٣ بيع أحد محال الأدوات الرياضية كل جزء من ألواح التزلج وفق الطلب اللوح الخشبي المجلات



قراءة المسألة

عندما نقرأ مسألة ما ربما تكون قيمة المعلومات الواردة فيها كبيرة. يمكن أن يساعدك تخزين تلك المعلومات إلى أجزاء صغيرة على فهم المسألة ككل. أمال نفسك أسئلة في تكون والقاس فيمك لكل جزء من المسألة.

كسبُ النقود وإنفاقها



علام يُعزِّزُ الشَّبابُ أموالهم؟ ولماذا على أحدث الألعاب الإلكترونية أو الأزياء أو التكنو لوجيا، وهي الأشياء التي يعرف عنها المراهقون أكثر من البالغين. تحديدًا كيف يحصل الشباب على المال؟ أنهم يحصلون عليه بالطريقة التقليدية بكونه من مصروف الوالدين، والهدايا النقدية (عيدية) في الأعياد والمناسبات، والعمل في خلال الإجازة الصيفية.

إن المدهش حقًا هو أن نملة الشباب تزايدت في بعض الدول، وبالتالي فإن الإفاق سوف تزايد أيضًا ليصل في الأعوام القليلة القادمة إلى ملايين الدنانير. أي أن التزايد في أعداد الشباب سيتم تزايد في الإفاق.

هل تُريد أن تحمي نقودك كثيرًا؟ هل تُريد عملاً تجاريًا ناجحًا؟ إذا كنت تُريد ذلك فعليك أن تتكلم أو تعمل أو تُنتج منتجًا يشتره الشباب (بين وبنات) لماذا؟ لأن الشباب يُنفقون كل عام ملايين الدنانير وهم لا يُنفقون المال الكثير فقط، على الإنترنت أيضًا على إفاق أصدقائهم وأسرتهم.

١ كيف تؤثر على المشتريات اللازمة لمراكك؟
٢ من وجهة نظرك كيف توقع الخبرة نملة الشباب (المراهقين) عام ٢٠١٥

تسجيل وتنظيم البيانات وتمثيلها

Recording, Organizing and Graphing Data

١-٢

◀ صلة الدرس تعلمت طرقًا مختلفة لعرض البيانات، والآن سوف تتعلم كيفية تنظيم البيانات المجمعة. ▶

استكشف تنظيم البيانات

الأدوات المستخدمة: أوراق رسم بياني

الرياضة للجميع

- ١ اطلب من كل فرد في مجموعتك أن يجيب عن الأسئلة التي إلى اليسار.
- ٢ اطلب من كل فرد في مجموعتك أن يسجل هذه المعلومات.
- ٣ قارن كيف نظم كل منكم البيانات. لاحظ أوجه التشابه والاختلاف.

كم عدد ساعات الرياضة التي تمارسها شهريًا؟
كم جهازًا رياضيًا تملك؟
ما نوع الرياضة التي تفضلها؟
من هو رياضتك المفضل؟



- ٤ تبادل البيانات مع مجموعة أخرى. تبادل مجموعة البيانات المسجلة. الآن صارت العينة أكبر.
- ٥ استخدم هذه العينة الكبرى في حساب المتوسط الحسابي والوسيط لكل من:

(أ) عدد ساعات الرياضة التي تمارسها شهريًا.
(ب) عدد الأجهزة الرياضية التي لدى الأفراد.

- ٦ اجعل فردًا من كل مجموعة يتكرر عرضًا للبيانات (مثل تمثيل بياني بالأعمدة، تمثيل بياني بالنقاط المجمعة، تمثيل بياني بالخطوط وهكذا دواليك) مستخدمًا البيانات في العينة الكبرى.
- ٧ كون استنتاجًا مبنيًا على عرض بيانات ممثلًا كل مجموعة.
- ٨ هل يمكنك جعل الاستنتاج ممثلًا لفضلتك؟ لمدركتك؟ لمدركتك؟ لماذا نعم أو لماذا لا؟

سوف تتعلم

- كيفية تسجيل البيانات واختيار الطريقة المناسبة لتنظيمها وتمثيلها.

من الاستخدامات

- جامعو البيانات، هم الأشخاص الذين يجرون الاستطلاع ويعرفون الهدف من بياناتهم لكي ينظموها بطريقة مناسبة.



المصطلحات الأساسية

- ◀ علامات تكرارية
Tally marks
- ◀ تكرارات
Frequencies
- ◀ جدول تكراري ذو فئات
Frequency Classes
- ◀ Table
- ◀ مدرج تكراري
Histogram



تعلم تسجيل البيانات وتنظيمها

مهما كان موضوع البحث، فإن جمع البيانات غالبًا ما يتضمن الكثير من الحساب. تُستخدم **العلامات التكرارية** كطريقة سريعة لتسجيل العد، وتُستخدم أيضًا لتحديد التكرار عدة مرات حدوث الشيء.

التكرار	العلامات التكرارية	لون السيارة	يُوضِّح الجدول التكراري أصناف الأشياء والعلامات التكرارية والتكرار الذي حدث. يُبين الجدول التكراري المقابل ألوان السيارات التي شوهدت في إحدى ساحات الانتظار وتُستخدم العلامات التكرارية لعدّ السيارات.
٧		أزرق	التمثيلات البيانية بالنقاط المجمعة أو مقطّعة
٤		أبيض	السائق والأوراق: يقيدان في عدّ قيم البيانات (مثلًا العمر، الصف).
١٠		أصفر	عندما تتساوى الفترات (مثلًا عقودًا من الزمن، مجموعات عمرية).
٧		أحمر	

مثال (١)

جاءت الدرجات النهائية لـ ٣٢ طالبًا في أحد الاختبارات كالتالي: (النهاية العظمى ١٠٠).
٨٥، ٨٠، ٧٤، ٨٤، ٧٨، ٦٥، ٨٢، ٧٥، ٧٠، ٦٦، ٩٩، ٨٩، ٨٦، ٧٧، ٧١، ٦٢، ٩٧، ٨٨،
٧٦، ٧٧، ٨١، ٧٩، ٩٢، ٨١، ٧٩، ٧٥، ٧٨، ٨٧، ٧٣، ٧٦، ٨٣، ٦٠.
كوّن جدولًا تكراريًا ذا فئات منتظمة عددها مناسب.

الحل: المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة
 $99 - 60 = 39$

نقرض عدد الفئات ٤

$$\text{إذا طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{39}{4} = 10$$

التكرار	العلامات	الفئات
٤		٦٠ -
١٤		٧٠ -
١١		٨٠ -
٣		٩٠ -
٣٢		المجموع

حاول أن تحل

١ في مسابقة رمي الرمح لفئة الناشئين سُجِّلَت المسافات بالمتري لـ ٢٤ متسابقًا وكانت كالتالي: ٦٢، ٤٧، ٦٦، ٦٠، ٥٢، ٦٩، ٤٩، ٦٥، ٥٤، ٦٠، ٦١، ٤٢، ٥٥، ٥٨، ٤٠، ٥٩، ٥٦، ٥٨، ٥٣، ٥٠، ٦٥، ٦٤، ٥٢، ٥٨.
كوّن جدولًا تكراريًا ذا فئات منتظمة عددها مناسب.

تذكّر

- ١ الفئة ٦٠ - تعني من ٦٠ إلى أصغر من ٧٠.
- ٢ بإمكانك تغيير طول الفئة.
- ٣ بإمكانك تغيير عدد الفئات.



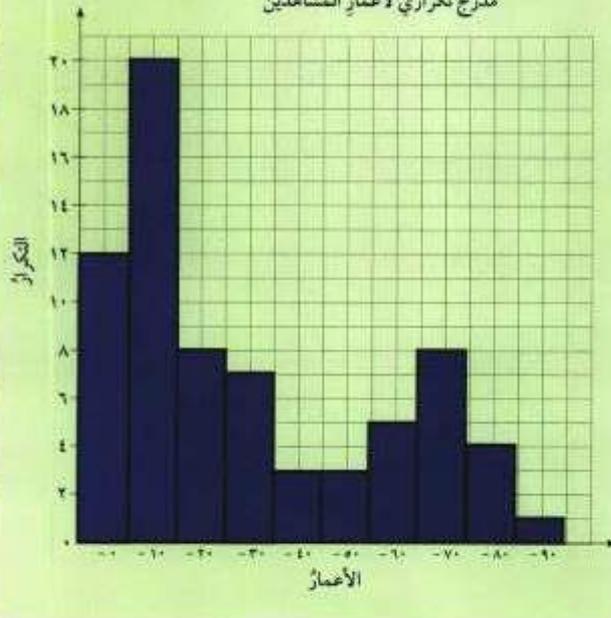
مثال (٢)

في نهاية كل حلقة من برنامج حوار تلفزيوني يُدعى المشاهدون إلى الكتابة لمتبجي البرنامج، ويُطلب منهم كتابة العمر وذكر الموضوعات التي يرغبون في مشاهدتها بالبرنامج. استخدم الجدول التكراري لصنع مدرج تكراري لم يبين أي الفئات العمرية هم مشاهدون متجاوبون جدًا مع البرنامج الحواري.

الفئات (الأعمار)	٠-١٠	١٠-٢٠	٢٠-٣٠	٣٠-٤٠	٤٠-٥٠	٥٠-٦٠	٦٠-٧٠	٧٠-٨٠	٨٠-٩٠
التكرار	١٢	٨	٧	٣	٣	٥	٨	٤	١

إن صنع مدرج تكراري هو يشبه صنع تمثيل بياني بالأعمدة.

مدرج تكراري لأعمار المشاهدين



معلومة مفيدة

لصنع مدرج تكراري، ارسم عمودًا لكل فئة شكل مستطيل عرضه يدل على طول الفئة وطوله يدل على قيمة التكرار.

عند النظر إلى المدرج التكراري، يتضح لك أن الفئة العمرية ١٠-٢٠ هم مشاهدون متجاوبون جدًا مع هذا البرنامج الحواري.



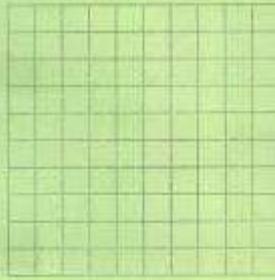
حاول أن تحل

٢ السرعة القصوى في أحد الشوارع التجارية في مدينة الكويت العاصمة هي ٤٥ كم/س.

يُبين الجدول التالي عدة المخالفات المسجلة بحق كل سائق لم يلتزم بالقانون.

التكرار	العلامات التكرارية	فئات السرعة
٥		- ٤٥
٨		- ٥٠
١٢		- ٥٥
٦		- ٦٠
٣		- ٦٥

اصنع مدرّجاً تكرارياً باستخدام الجدول أعلاه، ثم سجّل ملاحظتك.



حد
السرعة
٤٥ كم/ساعة

تحقق من فهمك

- ١ نظم قائمة لمواقف تكون فيها معرفة التكرار هامة.
- ٢ متى استخدمت علامات تكرارية في الماضي؟ كيف استخدمت العلامات التكرارية؟
- ٣ لماذا يكون تنظيم البيانات في المثال (٢) بمدرّج تكراري أفضل منه بالتمثيل البياني بالنقاط المجمعة؟





(النجميات) Asteroids هي قطع صخرية غليظة قصيرة ناجمة من حركة دوران الشمس، يكون معظمها بين مداري كوكب المريخ وعطارد. درس الفلكيون ١٢٥ من هذه النجميات ليتعرفوا بسرعة دوراتها. البيانات مقربة إلى أقرب دوران للنجميات، وتم تلخيصها في التمثيل البياني بالأعمدة أدناه.



- (أ) كم عدد النجميات التي تدور ٤ دورات في اليوم؟
(ب) كون جدولًا تكراريًا لهذا التمثيل البياني.
(ج) ما المتوال؟

افهم

١ حوِّط ما يُطلَّب منك عمله؟

حفظ

٢ تسم الأعمدة في الجدول التكراري.

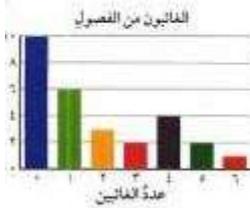
حل

- ٣ كم عدد النجميات التي تدور ٤ دورات في اليوم؟
٤ اكمل الجدول التكراري.
٥ ما المتوال؟

تحقق

٦ كيف تعرف أن كل البيانات سُجِّلت؟

حل مسألة أخرى



- ٧ يوضِّح التمثيل البياني المقابل عدد الفئتين في فصول إحدى المدارس المتوسطة.
(أ) كم فصلًا فيه ٥ فئتين؟
(ب) اصنع جدولًا تكراريًا لهذه البيانات على ورقة أخرى.
(ج) ما المتوال؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الرياضي: طبق استطلاع صغير على مجموعة من الأفراد تتراوح أعمارهم ما بين ١٢، ١٩ سنة. كان السؤال «ما الذي يُقلِّقك بالدرجة الأولى؟» أعطى كل شخصي إجابة واحدة، وقد تمَّ فصل إجابات الإناث عن الذكور. اصنع تمثيلًا بيانيًا بالأعمدة المزدوجة، وكون استنتاجًا قائمًا على التكرارات.

ما يُقلِّق بالدرجة الأولى	إناث	ذكور
التفكير (نتيجة الاختبار)	///	////
الحصول على المال الكافي	////	///
كيف أتدو؟	///	////
التخطيط للمستقبل	///	////
الوالدان	///	///
أن أكون محور الحديث	///	///

تذكّر أن يكون جدول التكرارات طريقة فعالة لتنظيم المعلومات لبعض المسائل.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

٢ التوصل: إذا كنت تصنع للشباب منتجًا من اختيارك، فكيف تستخدم بيانات «عما يُقلِّقهم بالدرجة الأولى؟» كما في التمرين السابق؟ لتخطط لحملة دعائية للسنوات العشر المقبلة؟ ما هو منتجك؟ وكيف سيؤثر على حملتك الدعائية؟

.....

.....



مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

٢-٢

◀ صلة الدرس: تعلمت كيفية عرض البيانات بالتمثيل البياني بالتقاطع المجمعة وبمخططات الساق والأوراق، والآن سوف تعلم كيفية تلخيص البيانات العددية بعدد.

استكشف المتوسط الحسابي، الوسيط، المتوال

يُتخَبُ طلاب الجامعات مندوبين عنهم لتشكيل مجلس الطلبة. يتوقّف عدد المندوبين على عدد الطلاب المسجلين في كلّ كلية.

عدد المندوبين	اسم الكلية	عدد المندوبين	اسم الكلية
٢	كلية العلوم الاجتماعية	٤	كلية العلوم
٢	كلية التربية	٣	كلية الآداب
٤	كلية الحقوق	٢	كلية الطب
٢	كلية الشريعة والدراسات الإسلامية	٣	كلية الهندسة
		٥	كلية العلوم الإدارية

- ١ ما العدد الكلي للمندوبين في مجلس الطلبة لهذه الجامعة؟
- ٢ أيّ كلية لها أكبر عدد من المندوبين؟ كم مندوباً لها؟
- ٣ ما المتوسط الحسابي للمندوبين بالكلية؟
- ٤ افترض أن لهذه الكليات التسع ٥٤ مندوباً في مجلس الطلبة وهي تتمثل بالتساوي. فكم مندوباً لكل كلية؟

تعلم مقاييس النزعة المركزية

مقياس النزعة المركزية هو قيمة مفردة تُلخّص مجموعة من البيانات العددية. المتوسط الحسابي هو مجموع تلك البيانات مقسوماً على عددها.

سوف تتعلم

- كيفية تحليل وتمثيل البيانات باستخدام المتوسط الحسابي والوسيط والمتوال.

من الاستخدامات

- يستخدم وسطاء العقارات هذه الأعداد لتحديد كيفية سير الحركة في سوق العقارات.



المصطلحات الأساسية

- مقاييس النزعة المركزية Central Tendency
- متوسط حسابي Mean
- وسيط Median
- قيم متطرفة Outlier
- متوال Mode



مثال (١)

في دوري كرة القدم للفرق الدرجة الأولى ٢٠٠٦-٢٠٠٧ جاءت نقاط الفرق المشاركة كما يأتي: كاظمة (٣٢)، الكويت (٣٢)، السالمية (٣١)، القادسية (٢٥)، الساحل (١٢)، العربي (٩)، التضامن (٩)، الفحيحيل (٨).

(أ) كوّن جدولاً تكرارياً للبيانات.

(ب) أوجد المتوسط الحسابي للنقاط.

الحل: (أ)

النقاط	٣٢	٣١	٢٥	١٢	٩	٨
العلامات التكرارية	//	/	/	/	//	/
التكرار	٢	١	١	١	٢	١

(ب)

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{19,75}{8} = \frac{32 \times 2 + (31 \times 1) + (31 \times 1) + (25 \times 1) + (12 \times 1) + (9 \times 2) + (8 \times 1)}{8}$$

حاول أن تحل

١ كوّن جدولاً مشابهاً للمجدول أعلاه لتجد المتوسط الحسابي للبيانات التالية:

٩،٩،٤،٧،٩،٦،٦،٨،٥،٧،٦،٨،٧

مثال (٢)

بلغت أطوال قامات تلاميذ أحد الصفوف بالستيمتر كالتالي: ١٧٠، ١٧٣، ١٧٢، ١٨٠، ١٧٤، ١٦٦، ١٨٤، ١٧٦، ١٦٩، ١٧٩، ١٧٨، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٥، ١٧٢، ١٦٩، ١٦٨، ١٧١، ١٦٩، ١٦٨.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) كوّن جدولاً تكرارياً مستخدماً فئات مناسبة ومنظمة.

(ج) اكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة.

(د) أوجد المتوسط الحسابي لهذه البيانات مستخدماً مراكز الفئات.

الحل: (أ) المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة = ١٨٤ - ١٦٥ = ١٩

(ب) نفرض عدد الفئات ٥، فيكون طول الفئة $\frac{19}{5} \approx 4$



الجدول:

الفتات	علامات العد	التكرار
- ١٦٥		٦
- ١٦٩		٧
- ١٧٣		٣
- ١٧٧		٣
- ١٨١		١

(ج) مركز الفتة هو المتوسط الحسابي لطرفيها وبالتالي:

الفتات	علامات العد	التكرار	مركز الفتات
- ١٦٥		٦	١٦٧
- ١٦٩		٧	١٧١
- ١٧٣		٣	١٧٥
- ١٧٧		٣	١٧٩
- ١٨١		١	١٨٣

$$\begin{aligned} \text{مركز الفتة } -165 &= \frac{169 + 165}{2} = 167 \\ \text{مركز الفتة } -169 &= \frac{173 + 169}{2} = 171 \\ \text{مركز الفتة } -173 &= \frac{181 + 173}{2} = 175 \\ \text{مركز الفتة } -177 &= \frac{181 + 177}{2} = 179 \\ \text{مركز الفتة } -181 &= \frac{185 + 181}{2} = 183 \end{aligned}$$

(د) المتوسط الحسابي = مركز الفتة الأولى « تكررهما + مركز الفتة الثانية × تكررهما +
مجموع التكرارات

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{167 \times 6 + 171 \times 7 + 175 \times 3 + 179 \times 3 + 183 \times 1}{40} = \frac{3444}{24} = 143.5$$

حاول أن تحل

٢ كورن جدولاً تكرارياً آخر لاطوال قامات الطلاب في المثال (٢)، ثم أوجد المتوسط الحسابي. ماذا تلاحظ بالمقارنة مع الإجابة في المثال؟

الوسيط هناك مقياس آخر للنزعة المركزية هو «الوسيط» ومعناه القيمة الوسطى لمجموعة بيانات. ويُحدد الوسيط عندما تُرتب البيانات حسب قيمتها العددية، فإذا كان عدد قيم تلك البيانات زوجياً يكون الوسيط هو متوسط القيمتين الوسييتين. وإذا كان عدد قيم تلك البيانات فردياً يكون الوسيط هو القيمة الوسطى.

ويمكن أن يكون الوسيط مقياساً أفضل للنزعة المركزية من المتوسط الحسابي وذلك عندما تحتوي مجموعة البيانات على قيم متطرفة، أي قيم بعيدة عن معظم مجموعة البيانات.

السؤال: هو أكثر القيم تكراراً، فإذا لم تتكرر أي قيمة أكثر من مرة، إذاً لا يوجد متوال.



أمثلة

٣٠ نال أحد التلاميذ في عشرة امتحانات الدرجات التالية:

٩٣، ٦٦، ٧٣، ٧٠، ٦٧، ٦٦، ٦١، ٥٩، ٧٠، ٦٩

أوجد الوسط والمتوال لهذه الدرجات.

رتب القيم ترتيباً تصاعدياً (تصاعدياً)

توجد قيمتان وسيطتان

٩٣، ٧٣، ٧٠، ٧٠، ٦٩، ٦٧، ٦٦، ٦٦، ٦١، ٥٩

أوجد متوسط القيمتين الوسيطتين

٩٣، ٧٣، ٧٠، ٧٠، ٦٨، ٦٧، ٦٦، ٦٦، ٦١، ٥٩

$$68 = \frac{69 + 67}{2}$$

٦٨ هو الوسط لهذه الدرجات.

يوجد متوالان هما ٧٠، ٦٦

٣١ يرغب محل بيع الإلكترونيات في زيادة عملائه الشباب، فيبيع مشغلات الأسطوانات المدسجة بالأسعار التالية: ٩٠ ديناراً، ٧٥ ديناراً، ١٧٥ ديناراً، ٨٨ ديناراً، ٢٧ ديناراً، ١٠٠ ديناراً، ٨١ ديناراً، فما هو السعر الوسيط؟

هل توجد قيم متطرفة في هذه الأسعار؟
نكتب القيم بترتيب تصاعدي.



أسعار مشغلات الأسطوانات المدسجة

٧٥ ٨١ ٨٨ ٩٠ ١٠٠ ١٧٥

فيكون السعر الوسيط ٨٨ ديناراً، ويكون ٢٧ ديناراً و ١٧٥ ديناراً قيمًا متطرفة.

حاول أن تحل

٣ شيل عشرة أشخاص أعمارهم بين ١٢ و ١٥ عامًا، كم ديناراً تُنفق كل أسبوع؟

كانت الإجابات: ٢، ١٠، ٥، ١٥، ٥، ٣، ٥، ١٥، ١٠، ١٥، ١٠، ٤٠.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط للبيانات المنققة كل أسبوع لهذه المجموعة؟

(ب) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط للبيانات المنققة كل أسبوع لهذه المجموعة دون

اعتبار القيم المتطرفة، ماذا تلاحظ؟

حل المسائل

يمكن رؤية القيم المتطرفة بطريقة أسهل إذا مثلت البيانات على خط الأعداد المرسوم بمقياس دقيق.



ما رأيك ؟

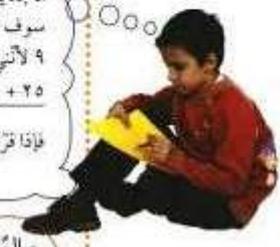
سُجِلَتْ أعدادُ الدجاج التي رُبِّيَها ماجدٌ في المنزل سنويًا من عام ١٩٨٧ إلى عام ١٩٩٥ في الجدول التالي. استخدم أحد مقياسي النزعة المركزية لإيجاد ملخص لإنتاجه خلال التسع سنوات المذكورة.

السنة	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	٨٩	٨٨	٨٧
العدد	٣٣	٣٧	٤٦	٣٤	٢٥	٣٣	١٩	٢٤	٢٥

ماجدٌ يُفكِّرُ...
سوف أوجد المتوسط الحسابي. سأجمع أولاً عدد الدجاج ثم أقسم على ٩ لأنني جمعت ٩ أعداد:
$$30.67 \approx \frac{33 + 37 + 46 + 34 + 25 + 33 + 19 + 24 + 25}{9}$$

فإذا قرَّبت الإجابة يكون المتوسط ٣١ دجاجة سنويًا.

سالمٌ يُفكِّرُ...
سوف أوجد الوسيط والمتوال. كل ما احتاج أن أعمله هو أن أرُتِّب أعداد الدجاج بطريقة تصاعديّة:
١٩، ٢٤، ٢٥، ٢٥، ٣٣، ٣٣، ٣٤، ٣٧، ٤٦
يبدو أنه يوجد متوالان: ٣٣، ٢٥. كل منهما يظهر مرتين.
العدد الأوسط هو ٣٣، لذا فالوسيط هو ٣٣.



ما رأيك

- ١ أي من الأقرن إلى وسيط البيانات؟ وضح إجابتك.
- ٢ من وجهة نظرك، لماذا كان للمتوسط الحسابي والوسيط القيمة نفسها تقريبًا؟

تحفّر من فهمك

- ١ ما تأثير القيم المتطرفة على المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة من البيانات؟
- ٢ صنف كيف يمكن إيجاد وسيط مجموعة من البيانات لها عدد زوجي من القيم.





أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات الآتية:

منذ عام ١٩٨٢ إلى عام ١٩٩٠، كان عدد ناقلات البنزول التي تنتشر في العالم سنوياً هو ١٩، ١٥، ١٧، ١٩، ١٨، ١٢، ١٣، ١٨، ٨. عيّن القيمة المتطرفة واحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات بدون القيمة المتطرفة.

الفهم

- ١ حوّل مجموعة البيانات.
- ٢ ما القيمة المتطرفة؟

خطّط

- ٣ رتبّ البيانات من الأصغر إلى الأكبر.
- ٤ كم عدد قيم البيانات في مجموعة البيانات؟

حلّ

- ٥ راجع مجموعة بيانات ناقلات البنزول من ١٩٨٢ - ١٩٩٠ أوجد:
(أ) المتوسط الحسابي (ب) الوسيط (ج) المنوال

٦ ما القيمة المتطرفة لهذه البيانات؟

٧ ما المتوسط الحسابي بدون اعتبار القيمة المتطرفة كجزء من البيانات؟

٨ ما الوسيط بدون اعتبار القيمة المتطرفة كجزء من البيانات؟

تحقّق

- ٩ كيف تتغيّر المتوسط الحسابي والوسيط عندما قُسمت بحسابهما بدون القيمة المتطرفة؟ ولماذا؟

حلّ مسألة أخرى

- ١٠ أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات حول عدد الدقائق التي قضاه بعض الطلاب في عمل الواجب المنزلي لمادة الرياضيات ٥، ٢٤، ٣١، ٢١، ٢٩. عيّن القيمة المتطرفة، واحسب المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات بدون القيمة المتطرفة.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ اختر الإستراتيجية: باع محل مجموعة من الهدايا التذكارية لزيادة دخله: ٦٦ صحنًا للحلوى ثمن الصحن الواحد ٢٠٠ فلس، و٥٧ قلم حبر ثمن القلم الواحد ٣٠٠ فلس، و١٩ قنينة ثمن القنينة الواحد ٥٠٠ فلس، و٤٥ سلسلة مفاتيح ثمن السلسلة الواحدة ٨٠٠ فلس، و٣ قمصان ثمن القميص الواحد ١٥ دينارًا. ما كان المتوسط الحسابي لسعر الهدية التذكارية؟

٢ التفكير الناقد: كَوْنُ مجموعات من البيانات تحوي كلٌّ منها على الأقل ثلاث قيم بحيث تجعل كلَّ جملة من الجمل التالية صحيحة.
(أ) المتوسط أكبر من المتوسط الحسابي.
(ب) المتوسط الحسابي أكبر من الوسيط.
(ج) الوسيط أكبر من المتوسط الحسابي.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.



التمثيل البياني بالنقاط المجمعة ومخططات الساق والأوراق

Line plots and Stem-and-Leaf Diagrams

◀ صلة الدرس سبق أن رأيت كيفية استخدام البيانات في الصحف والمجلات. وفي هذا الدرس سنتعلم طرق استخدام ومقارنة البيانات.

استكشاف التمثيل البياني بالنقاط المجمعة

مفاجآت الصيف

يأتي فصل الصيف بنشاطات متنوعة، فضلاً عن الساحة هناك مشاهدة الأفلام. تبيع دور العرض السينمائي ومجلات أفلام الفيديو الكثير من المال في فصل الصيف. ترى كم عدد الأفلام التي شاهدتها هذا الصيف؟

الأفلام في دار العرض

- | | |
|---|---|
| × | كم عدد الأفلام التي شاهدتها كل شخص من مجموعتك |
| × | في دار العرض السينمائي؟ ارسم البيانات كما هو موضَّح |
| × | في الشكل إلى اليسار وضع علامة (x) واحدة لكل فيلم. |
| × | كم عدد أفلام الفيديو التي شاهدتها كل شخص؟ ارسم |
| شاهد مبارك ٣ أفلام | تمثيلاً بيانياً بالنقاط المجمعة مشابهاً لهذا التمثيل. |
| في دار عرض الأفلام | ٣ ارسم تمثيلاً بيانياً بالنقاط المجمعة يوضح العدد الكلي |
| | للأفلام التي شاهدتها كل شخص في مجموعتك. |
| ٤ كم طالباً في مجموعتك شاهد أقل من خمسة أفلام؟ وكم طالباً شاهد بين خمسة | |
| وعشرة أفلام؟ وكم طالباً شاهد أكثر من عشرة أفلام؟ | |
| ٥ من دون عدِّ، كيف تُحدِّد، بالنظر إلى التمثيل البياني بالنقاط المجمعة الذي | |
| رسمته، من شاهد أقل عددٍ من الأفلام؟ ومن شاهد أكثر عددها؟ | |
| ٦ ما التقرير الذي يُمكنك تقديمه إذا نظرت إلى التمثيل البياني بالنقاط المجمعة؟ | |

تعلم التمثيل البياني بالنقاط المجمعة ومخططات الساق والأوراق

عند تداول البيانات يكون من المفيد معرفة مدى المجموعة. مدى مجموعة بيانات هو الفرق بين أكبر القيم وأصغرها.

ما بين عامي ١٩٥٠ و١٩٩٠، ارتفع عدد العواصف المدارية سنوياً حتى وصل في عام ١٩٦٩ إلى ١٢ عاصفة، ثم أخذ المعدل ينخفض حتى بلغ عاصفتين عام ١٩٨٢، وبذلك يكون مدى العواصف المدارية سنوياً هو ٢ إلى ١٢ أو المدى = ١٢ - ٢ = ١٠.

سوف تتعلم

- كيفية فهم التمثيل البياني بالنقاط المجمعة ومخططات الساق والأوراق.

من الاستخدامات

- يستخدم مدير دور العرض السينمائي مخططات الساق والأوراق لتحليل أسعار التذاكر.



المصطلحات الأساسية

- ◀ مدى Range
- ◀ تمثيل بياني بالنقاط المجمعة Line Plot
- ◀ مخطط الساق والأوراق Stem and Leaf Diagram
- ◀ مخطط الساق والأوراق المزدوج Double Stem and Leaf Diagram

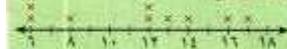


إن التمثيل البياني بالنقاط المحيطة هو عرض للبيانات يُوضِّح عدد مرّات حدوث قيمة كلِّ بيان، وكلّما حدثت قيمة لبيان وُضعت علامة فوق تلك القيمة على خطّ للأعداد أو البيانات.

مثال (١)

أجرت قناة العربي الثقافية مسابقة بالسؤال التالي: كم عدد شبكات التلفزيون العربية التي يُمكنك ذكرها؟ وكانت النتائج ممثلة بالنقاط المحيطة في الشكل المقابل.

أوجد كلاً من المدى، المتوسط الحسابي، الوسيط، المتوال.



الحل:

المدى هو ٦ إلى ١٧ أو المدى = $17 - 6 = 11$

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\frac{17 + 16 + 14 + 13 + 12 + 12 + 8 + 6 + 6}{9}$$

$$11.6 = \frac{104}{9}$$

الوسيط = ١٢

للبيانات متوالان هما ١٢، ٦

يستخدم مخطط الساق والأوراق أرقام البيانات العددية لتوضيح شكل مجموعة البيانات وتوزيعها، وكل عدد في البيانات يُجرأ إلى ساق وورقة.

مثال (٢)

تكلّف حفل تكريم الفائزين في إحدى المدارس للسنوات التسع السابقة ممثلة بمخطط الساق والأوراق التالي:

أوجد كلاً من الوسيط، والمتوال.

الحل: الوسيط = ٧٣٩

المتوال = ٨٢١

الساق	الأوراق
٦	١ ٢
٧	٣ ٨ ٩
٨	٢ ١ ٥ ٩

تلاحظ في مخطط الساق والأوراق أن البيانات مرتبة تصاعدياً وعددها ٩.

العدد هو ٦١٢ إلى ٨٢٩

أو المدى = $829 - 612 = 217$

هل

يساعد الشباب الفئة الثالثة الرياضية أكثر من أي فئة تلفزيونية أخرى.



يُقدِّمُ مخطَّطُ الساق والأوراق المزدوج مجموعتين من البيانات في مخطَّطٍ واحدٍ.

مثال (٣)

في دوري كرة السلة، سجَّل الفريق الذي حلَّ في المرتبة الأولى النقاط التالية من المباريات التي لعبها: ٨٥، ٨١، ٨١، ٧٩، ٧٨، ٧٧، ٦٢، ٧٠، ٨٩. وسجَّل الفريق الذي حلَّ في المرتبة الثانية النقاط التالية في المباريات التي لعبها: ٨٤، ٧٥، ٧٦، ٨٠، ٨٠، ٨١، ٦٠، ٨٧، ٦١.

استخدم مخطَّط الساق والأوراق المزدوج لمقارنة نتائج الفريقين.

الأوراق	الساق	الأوراق
١٠	٦	٢
٦٥	٧	٠٧٨٩
٧٤١٠٠	٨	١١٥٩

يوضِّح مخطَّط الساق والأوراق المزدوج أنَّ معظم نتائج الفريقين الأول والثاني أعلى من سبعين.

حاول أن تحل

١. قارن بين النقاط الكلية التي حققتها نجما الفريق الأول والفريق الثاني خلال ٦ مباريات. استخدم مخطَّط الساق والأوراق المزدوج.

المباراة	١	٢	٣	٤	٥	٦
نجم الفريق الأول	٢٨	٢٩	٣٦	٢٣	٢٦	٢٢
نجم الفريق الثاني	٢١	٢١	١٢	٩	١٤	١٧



يفوز فريق في لعبة كرة السلة إذا انتهى وقت المباراة وكان متقدِّمًا على الفريق المنافس بنقطة واحدة على الأقل، أما إذا كان الفريقان متعادلين يتم تمديد وقت المباراة خمس دقائق إضافية حتى ينتهي الوقت بتقدِّم أحد الفريقين.

تحقَّق من فهمك

١. متى تستخدم التمثيل البياني بالنقاط المجمعة؟ ومتى تستخدم مخطَّط الساق والأوراق؟
٢. كيف يمكنك تحديد مدى مجموعة من البيانات؟ اذكر طريقتين للتحديد عن العدى.





يُمنح الطلاب تحت سن الـ ١٨ خصمًا للدخول إلى المراكز العلمية طوال أيام الأسبوع خلال العام الدراسي. اصنع مخططًا لساق والأوراق باستخدام الجدول التالي الذي يوضح عدد الطلاب الذين سُجِّوا هذا الخصم يوميًا. أوجد الوسيط والمنوال.

الأربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الأحد	السيث	الجمعة	الخميس	الأربعاء	الثلاثاء	الاثنين
٢٥٥	٢٥٢	٢٥١	٩٣	٣٤٤	٣٤٢	٢٥١	١٥٧	١٥٢	١٥٤

افهم

- ١ ضع دائرة حول الطريقة المطلوبة لعرض البيانات.
- ٢ ضع خطًا تحت المطلوب لإجابه في المسألة.

حفظ

- ٣ رتب البيانات من الأصغر إلى الأكبر.
- ٤ ما مدى البيانات؟

حل

- ٥ رتب السيقان ترتيبًا عدديًا.
- ٦ ضع الأرقام في منزلة الأحاد لكل ساق في ترتيب تصاعدي.
- ٧ ما الوسيط لهذه البيانات؟ ما المنوال لهذه البيانات؟
- ٨ سم الأيامة التي مثلت بساق لها أعلى عدد من الأوراق.

تحقق

- ٩ كيف يمكنك التأكد من أنك قد سجلت كل البيانات؟

حل مسألة أخرى

١٠ اصنع مخططًا لساق والأوراق لدرجات الامتحانات الموضحة في الجدول التالي. أوجد الوسيط والمنوال.

الامتحان	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الدرجة	٩٥	٧٥	٦٣	٧٧	٨٩	٩٩	٧٥	٨٤	٨١	٨١



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: افرض أنك وضعت الأعداد ٢، ٣، ٤، ٥ في عمود الساق من مخطط الساق والأوراق، ماذا تستنتج إذا لم يكن هناك شيء في صف الأوراق المناظر للعدد ٢٤

٢ التوصل: اصنع مخطط الساق والأوراق المزوج لعدد مدارس المرحلة المتوسطة في المناطق التعليمية والتي يوضحها الجدول الآتي:

بنات	بنين	
١٥	١٥	منطقة العاصمة التعليمية
١٦	١٥	منطقة حولي التعليمية
١٨	١٧	منطقة الفراوية التعليمية
٢٤	٢٣	منطقة الأحمدية التعليمية
١٧	١٧	منطقة الجهراء التعليمية
١٢	١١	منطقة مبارك الكبير التعليمية

تكرار مفيدة
حل المسائل
 وضع البيانات في ترتيب عددي بسيط يُمكن أن يمتحك بداية جيدة.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- حتمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



مخطّط الصندوق ذي العارضتين Box-and-Whisker Plots

◀ صلة الدرس سوف تستخدم الآن معلوماً عن الوسيط والأرباعيات لعرض البيانات بيانياً. ▶

استكشف الأرباعيات

مجموع العددين الظاهريين عند رمي حجرين نرد

الأدوات المستخدمة: حجران نرد (مكتبان مرّقمان)



١ دحرج حجرين نرد ٢٠ مرة، ثم سجّل مجموع كلّ درجة.

٢ أوجد الوسيط بترتيب البيانات ترتيباً عددياً. ارسم خطاً حيث يوجد الوسيط. ينبغي أن تقع أصغر عشرة أعداد على يسار ذلك الخط.

٣ أوجد الوسيط للعشرة أعداد الصغرى، ارسم خطاً حيث يوجد هذا العدد لتبين أين يظهر العدد، وافعل كما سبق مع العشرة أعداد الكبرى التي تقع على اليمين.

٤ لقد رُسِّمَت ثلاثة خطوط قسّمت البيانات إلى أربعة أجزاء. ناقش سميات هذه الأجزاء الأربعة.

تعلم مخطّط الصندوق ذي العارضتين

مخطّط الصندوق ذي العارضتين هو طريقة بصرية لتوضيح قيم الوسيط لمجموعة من البيانات. الأرباعيات هي ثلاثة أعداد تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية من عدد البيانات. الوسيط هو الأرباعي الأوسط. حُد الوسيط للنصفين الأعلى والأسفل من البيانات لكي توجد الأرباعيتين الأخرين.

الأرباعي الأدنى هو الوسيط للنصف الأدنى من مجموعة بيانات.

الأرباعي الأعلى هو الوسيط للنصف الأعلى من مجموعة بيانات.

سوف تتعلّم
■ كيف تحلّل وتمثّل انتشار وتوزيع البيانات مستخدماً مخطّط الصندوق ذي العارضتين.

من الاستخدامات
■ يستخدم المعلمون مخطّط الصندوق ذي العارضتين لفهم أداء الطلاب في الامتحانات الإقليمية مثل شهادة التعليم الأساسي.

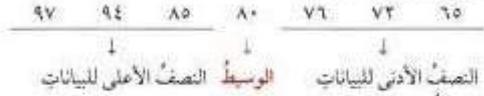
المصطلحات الأساسية

- ◀ مخطّط الصندوق ذي العارضتين
- Box and Whisker plot
- ◀ الأرباعيات
- Quartils
- ◀ الأرباعي الأدنى
- Lower Quartil
- ◀ الأرباعي الأعلى
- Upper Quartil



افترض أن طالباً قد حصل على درجات ٩٧، ٩٤، ٦٥، ٧٢، ٨٥، ٨٠، ٩٧ في سبع مسابقات.

رتب البيانات تصاعدياً

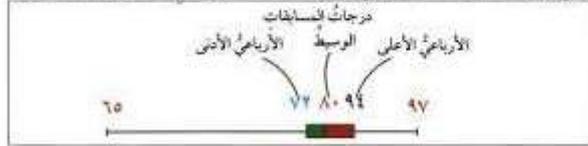


الوسيط = ٨٠

الوسيط للتصنيف الأدنى للبيانات = ٧٢ أي أن الأرباعي الأدنى = ٧٢

الوسيط للتصنيف الأعلى للبيانات = ٩٤ أي أن الأرباعي الأعلى = ٩٤

عني البيانات السابقة حسب ترتيبها على خط الأعداد وارسم الصندوق ذا العارضتين.



العارضتان توضحان أن المدى يقع بين ٦٥، ٩٧. الوسيط هو ٨٠.

الصندوق يوضح أن النصف الأوسط من الدرجات يقع بين ٧٢، ٩٤.

مثال (١)

الشكل التالي هو مخطط الصندوق ذي العارضتين لتوضيح الأرباح الإجمالية لأفضل ٥٠ شركة في عام ١٩٩٤. أوجد المدى والوسيط. ماذا توضح العارضة إلى يسار الوسيط؟



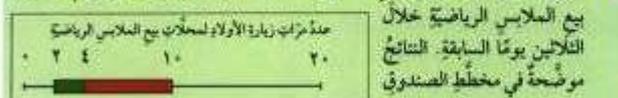
المدى هو ٢٦، ٤ مليون دينار إلى ٢٩٨، ٥ مليون دينار.

الوسيط هو ٥٠، ٩ مليون دينار.

توضح العارضة إلى يسار الوسيط أن ربع عدد الشركات قد حقق إجمالي ربح يتراوح بين ٢٦، ٤ مليون دينار و ٣٨، ٨ مليون دينار.

حاول أن تحل

١ شغل مدة من الأولاد بين عمر ١٢ إلى ١٥ عامًا عن عدد مرّات زيارتهم محلات



بيع الملابس الرياضية خلال الثلاثين يوماً السابقة. النتائج موضحة في مخطط الصندوق ذي العارضتين.

(أ) ما مدى البيانات؟

(ب) ما الوسيط؟

(ج) ما الأرباعين الأدنى والأعلى؟

(د) ماذا توضح العارضة إلى يمين الوسيط؟

هل

لماذا يُسمى مخطط الصندوق ذي العارضتين؟

لأنه يُنبئ الصندوق مع عارضتين.

عارضة الصندوق عارضة





مثل مجموعة البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين. بين أي قيمتين من البيانات يقع الأرباعي الأوسط؟
تم تسجيل فترة الزلازل الكبيرة التي حدثت في العالم منذ عام ١٩٨٠ بمقياس ريختر وكانت كالآتي:
٧,٣ ، ٧,٢ ، ٧,٧ ، ٧,١ ، ٧,٨ ، ٨,١ ، ٧,٣ ، ٦,٥ ، ٧,٣ ، ٦,٨ ، ٦,٩

الفهم

١ حوِّط المعلومات التي تحتاجها لصنع مخطط الصندوق ذي العارضتين.

مخطط

٢ رتّب البيانات من الأصغر إلى الأكبر.

٣ ما المدى؟

٤ ما الوسيط؟

٥ ما الوسيط للنصف الأدنى من البيانات؟

٦ ما الوسيط للنصف الأعلى من البيانات؟

حلّ

٧ ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين مستخدماً المدى، الوسيط وكلّاً من الأرباعي الأدنى والأعلى للبيانات. اكتب عنواناً للمخطط.

٨ بين أي قيمتين يقع النصف الأوسط؟

تحقق

٩ ما الطرف الأخرى التي يُمكنك بها عرض البيانات؟

حلّ مسألة أخرى

١٠ مثل مجموعة البيانات التالية والتي توضح الأيام التي تمّ قضاؤها في معمل المشروعات بمخطط الصندوق ذي العارضتين:
٣٢، ٤٠، ٢٢، ١٨، ٢٩، ٤٤، ٣٧، ٢٩، ١٦، ٥٠، ٣٢، ٣٤



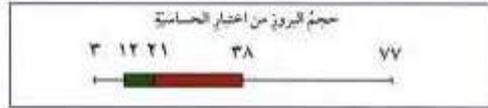
حل المسائل والتفكير المنطقي

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- حقن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التوصل: أي صندوق ذي عارضتين سوف يُمثل بعارضتين أطول: الصندوق ذو العارضتين الذي يُمثل مجموعة البيانات التي فيها قيم متطرفة أم الذي يُمثل مجموعة البيانات من دون قيم متطرفة؟ قسّر إجابتك.

٢ طبّ: غالباً ما يقوم الأطباء باختيار الحساسية عن طريق خدش جلد المريض ووضع قليل من المادة المراد اختبارها على هذه الخدوش ثم ملاحظة وقياس حجم الالتهاب أو البروز الناتج في الجلد. وفي إحدى الدراسات، أظهرت المادة أحياناً مختلفة من البروزات في أجسام مختلفة، وقد تمّ تلخيص البيانات باستخدام مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي:



ما الذي يوضّحه هذا المخطط؟ أعط أكثر من تفسير للبيانات.

٣ المجلّة: في مخطط الصندوق ذي العارضتين، صيغ بأسلوبك المعلومات التي يُمكنك الحصول عليها من الصندوق، والمعلومات التي يُمكنك الحصول عليها من العارضتين.

٤ الحشّ العددي: افترض أنّ مخطط الصندوق ذي العارضتين يعرّف مجموعة بيانات تضمّ ٤٨ قيمة، فكم قيمة تمّ تمثيلها في الصندوق؟



استخدام البيانات للإجابة عن الأسئلة
Using Data to Answer Questions

الوحدة
الثانية (ب)

من قام بسؤالك
على أي حال؟

أنت الوحيد في مركز التسوق التجاري، تتفرخ على واجهات المحالّ مفكراً في طلبك الشخصي، وفي واجهة أحد المحالّ شاهدت طيف شخص غريب مقرباً منك وببده شيء ما تربّث على كتفك، تدور حولك نسيك وتستقرّ عينك على الشيء الذي بيده فتجده نوحه الكتابة. إن الشخص الغريب يجري استطلاعاً للرأي ويريد أن يعرف رأيك.

سوف تكون إجاباتك وإجابات الآخرين على استطلاع الرأي «بيانات» وستتخذ قرارات مبنية على تلك البيانات. من يتخذ تلك القرارات؟ وماذا يريدون أن يعرفوا؟

أحد أنواع الاستطلاعات يُسمى اختبار منتج حيث تقوم بتجربة منتج جديد وترسل تقرير عن رأيك فيه. واختبار التلوق هو أحد أنواع اختبار المنتجات حيث تُجرّب عتبات مختلفة لأغذية ثم تُسأل عن رأيك فيها، وأحياناً قد تُمتح نفوساً مقابل اشتراكات في اختبار منتج ما.

يتطلّب استطلاع الرأي الجيد تخطيطاً متقناً مسبقاً. وأحياناً توجد أسئلة لا يستطيع البحث الإجابة عنها، وفي تلك الحالات يتوجّب على القائمين بإجراء استطلاع الرأي أن يستخدموا أفضل تحليلات لديهم.

نعم

كلا

- 1 ما الصعوبات التي يُمكن أن تواجهك عند إجراء استطلاع للرأي؟
- 2 ما الأعراض الأخرى من وجهة نظرك التي يُمكن استخدامها لاستطلاع للرأي فيها؟
- 3 إذا كنت جزءاً من استطلاع للرأي، قصف ماذا فعلت، وأي أسئلة قست بالإجابة عنها؟

فهم استطلاعات الرأي

Understanding Surveys

◀ صلة الدرس تعلمت كيف تستخدم التمثيلات البيانية لتفسير البيانات، والآن سوف ترى كيف يتم جمع البيانات من استطلاع للرأي.

استكشف

استطلاع الرأي

المذياع أم المجلة؟



أنت عضو في فريق للإعلان وتقوم بتصميم حملة إعلانية جديدة. يسأل الفريق بعض الناس: هل تقضي الجزء الأكبر من وقت فراغك في الاستماع إلى الراديو أو في قراءة المجلات؟

- ١ اكتب في عمود أسماء عشرة من زملائك في غرفة الفصل، ومن منهم في رأيك يقضي وقت فراغ أكثر مستمعاً إلى الراديو؟ اكتب (راديو) إلى جانب أسمائهم. واكتب (مجلة) إلى جانب من في رأيك يقضي وقت فراغ أكثر في قراءة المجلات.
- ٢ اصنع تمثيلاً بيانياً بالأعمدة يُقارن بين مستمعي الراديو وقراء المجلات.
- ٣ ما الأسئلة الأخرى التي تريد أن تسألها لتساعد في تصميم الحملة الإعلانية؟ ناقش أسباب اختيارك لتلك الأسئلة.
- ٤ ما الإجابات التي تتوقعها لكل سؤال؟ هل ستختلف تلك الإجابات (إذا سألت بالعين فقط؟ وهل ستختلف إذا كانوا من الصفوة (مواطنين متميزين أو ذوي مناصب)؟
- ٥ ابتكر مع الفريق شعاراً لإعلان الراديو وآخر لإعلان المجلة لترويج منتج من اختيارك.

تعلم

فهم استطلاعات الرأي (الاستبيانات)

إذا احتجت بيانات للإجابة عن سؤال فيجب أن تتعامل مع «استطلاع الرأي» وهو دراسة لتطلّب جمع معلومات وتحليلها. ويُؤخذ استطلاع الرأي من مجتمع وهو تجسّد كل الأشياء تحت الدراسة. وعادة يستخدم الاستطلاع هيئة، أي جزءاً من المجتمع.

سوف تتعلم

■ كيفية فهم استطلاعات الرأي وكيف أنّ عينة تُؤثّر في نتائج التحليل.

من الاستخدامات

■ يصلّ المشرّعون إلى الاستنتاجات المحتملة من نتائج استطلاعات الرأي.



المصطلحات الأساسية

◀ استطلاع للرأي

Survey

◀ مجتمع

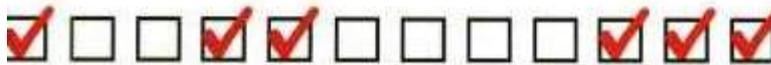
Population

◀ عينة

Sample

◀ عينة عشوائية

Random Sample



مثال (١)

قبل يومين من إعلان نتائج انتخاب مجلس الأمة، أجرى استطلاع رأي عبر الهاتف لـ ٢٠٠٠ من المواطنين في إحدى الدوائر الانتخابية. وقد شُتِلوا من في رأيكم، سيفوز في انتخابات مجلس الأمة.

أعطى ١٦ هاتفاً إشارة مشغولة، ٥٢ هاتفاً «المجيب الأكبر»، ولم يكن لدى القائلين باستطلاع الرأي وقتش كافٍ لإعادة طلب هؤلاء الناس ثانية.

ما مجتمع استطلاع الرأي هذا؟ ما حجم العينة؟

مجتمع استطلاع الرأي هو كل المواطنين في الدائرة الانتخابية. احسب مجموع الناس

المشاركين

في الاستطلاع

١٩٣٢ - ٥٢ - ١٦ - ٢٠٠٠

حجم عينة استطلاع الرأي هو ١٩٣٢ شخصاً

عند تصميم استطلاع للرأي، فإن حجم العينة هو اعتباراً هاماً. فمثلاً في استطلاع رأي المواطنين حول برامج المسابقات الثقافية لا يمكن اعتبار حجم عينة ١٠٠ شخص ممثلاً لكل المواطنين.

غالباً ما تُسمى العينة الممثلة للمجتمع **عينة عشوائية**. العينة العشوائية هي عينة مختارة بحيث يكون لكل فرد في المجتمع فرصة مساوية ليكون ضمن العينة.

مثال (٢)

حدّد ما إذا كانت العينات التالية عشوائية أم غير عشوائية:



نختار شركة رائدة لأجهزة الإنذار الصوتي كل عينة إنتاج رقم ٧٥ من خط الإنتاج لاختبارها.
(ب) يكتب مقدّم برنامج رياضي عشرة أسماء لأفضل لاعبي كرة القدم على بطاقات منفصلة ويخلطها جيداً ثم يختار واحداً.

الحل:

(أ) كل الأجهزة التي قبل عينة رقم ٧٥ ليس لها فرصة أن تُختار. فهذه ليست عينة عشوائية.
(ب) العينة عشوائية (إذا لم يستطع مقدّم البرنامج الرياضي رؤية أسماء لاعبي كرة القدم).



حدد طرح أكثر من عدد لنتت مضطرب

اضغط أكثر من مرّة

قمتاً

٥٢ - ١٦ - ٢٠٠٠

تدريجاً



مثال (3)

الغشور الحصىفة

من السهل الآن الحصول على تعليقات يانية بلا مشقة بواسطة الحاسوب، وهذا يؤفر فرسا عديدة للناس لتصميم مواقع لشركائهم على الإنترنت.

مستقبل متحول

تعلق الصفحة الرئيسية
على ملئاس ١٠ - ٦
كيف كانت الرواية؟
هل تصبى أن تصبا في مستقبلهم المتحول؟
انظر هنا لرى
ماهو رأي الأخرين

زار ٢٧٤٦ شخصاً أحد المواقع على الشبكة الدولية لمشاهدة رواية حديثة، واجاب ٥٨٥ شخصاً منهم فقط عن استطلاع الرأي. أوضحت نتائج الاستطلاع أن ٤٤٧ شخصاً منهم قد أعطوا ترتيباً للرواية بأنها العاشرة. ما حجم العينة؟ هل العينة عشوائية؟

إن العينة هي مجموعة من اجاب عن الاستطلاع. مقدار العينة هو ٥٨٥ شخصاً.

عينة هذا الاستطلاع ليست عشوائية لأن الأشخاص الذين لا يستخدمون الحاسوب أو الشبكة (الإنترنت) ليس لديهم فرص متساوية للاشتراك في الاستطلاع.

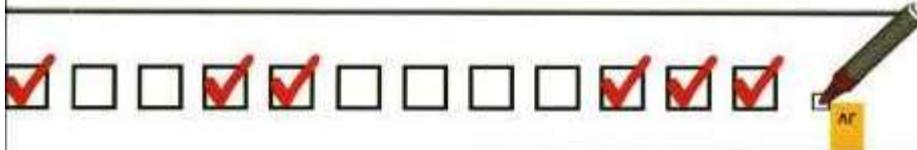
حاول ان تحل

تحليل الصفحة الرئيسية عن
الاستعراض
كم مرة شاهد الاستعراض؟
اكتب اسم الشخصية المتصلة
(أو الدور المتصل)
انظر هنا لرى
ماهو رأي الأخرين

١ زار ٣٧٨٦ شخصاً الصفحة الرئيسية لاستعراض تلفزيوني، ومن بين هؤلاء الزوار اجاب ٦٧٩ شخصاً عن استطلاع للرأي حول تلك الصفحة الرئيسية.
(أ) ما حجم العينة؟
(ب) هل العينة عشوائية؟

تحقق من فهمك

- ١ صنف كيف يُمكنك التمييز بين عينة عشوائية وعينة غير عشوائية.
- ٢ أعط أمثلة عن عينة عشوائية وأخرى غير عشوائية.
- ٣ في رأيك، ما هي بعض استخدامات استطلاع الرأي؟
- ٤ في رأيك، كيف يؤفر حجم العينة في نتائج استطلاع الرأي؟





حدّد المجتمع وحدّد ما إذا كانت العينة عشوائية أم لا. لمجتمع من هواة الموسيقى الشعبية: اختيّر عشوائياً مجموعة من الحاضرين لحفلة موسيقى شعبية وشيّلوا عن العازقين المفضّلين لديهم.

الفهم

١ ما هما الشيطان اللذان تُسأل عنهما؟

٢ من الذي سيُمثّل العينة؟

خطّط

٣ كيف تمّ اختيار الحاضرين؟

٤ هل الأشخاص الذين حضروا الحفلة الموسيقيّة متحازون؟ وضح ذلك.

حلّ

٥ ما المجتمع؟

٦ هل العينة تُمثّل كلّ هواة الموسيقى الشعبية؟ وضح.

تحقّق

٧ هل حجم العينة يمثّل المجتمع؟

حلّ مسألة أخرى

٨ حدّد المجتمع وحدّد ما إذا كانت العينة عشوائية أم لا.

باع أحد النوادي الرياضية ٨٠٠ تذكرة، كان يوضع جزء من كلّ تذكرة في وعاء، تمّ خلط التذاكر وتم سحب خمس تذاكر ليحصل أصحابها على جوائز.



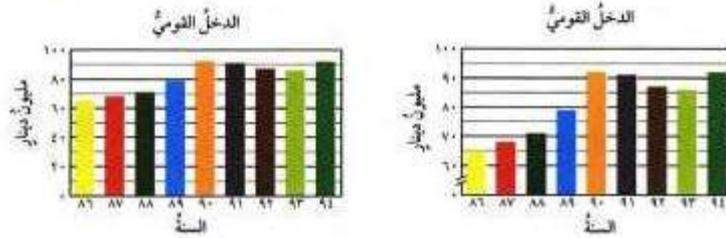
حل المسائل والتفكير المنطقي

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

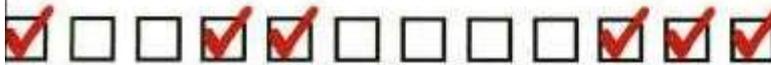
١ التفكير الناقد: أرسلت مجموعة بحثية استطلاعاً للرأي عن طريق البريد لـ ١٥٠٠٠ شاب مقابل نصف دينار واحد لكل منهم، وكانت الاستجابة بمعدل ٨٢٪. هل هذه عينة عشوائية؟ فسر إجابتك.

٢ المجلة: في ما يلي تمثيلان بيانيان بالأعمدة للبيانات نفسها. صف الفرق بينهما موضحاً كيفية استخدام كل منهما.



٣ التواصل: وجدت مجموعة بحثية أن من بين ٥٢٩ مشرفاً لأحد أدوية الإنفلونزا، يوجد ١٤٥ مشرفاً لم يساعد هذا الدواء في علاجهم، صف كيف يؤثر هذا على الدعاية لهذا الدواء.

٤ اختيار إستراتيجية: لمساعدة موظفي مدرستك للقيام بحملة شعاعها «قل لا للمخدرات» طلب منك عمل استطلاع رأي عن شعور الطلبة تجاه المخدرات. كيف ستدير هذا الاستطلاع؟ وكيف تحتفظ بكل المعلومات سرية؟ وكيف تحصل على أعلى معدل استجابة؟



مخططات الانتشار والنزعات Scatterplots and Trends

◀ **صلة الدرس** سبق لك استخدام ورقة مربعات لصنع تمثيلات بيانية بالخطوط، وسوف تتعلم الآن توضيح البيانات على ورقة مربعات ومشاهدة نزعات البيانات.

استكشف مخططات الانتشار والنزعات

قيمة الدينار الكويتي الأدوات المستخدمة: مسطرة شفافة، ورقة رسم بياني
ارتفعت قيمة الدينار الكويتي مقابل الدولار الأمريكي بعد فك ارتباطه معه والعودة إلى سلة عملات مما جعل سعر صرفه يتحسن أمام معظم العملات الخليجية والعالمية.
يوضح الجدول التالي قيمة الدينار الكويتي مقابل بعض العملات حسب جدول الأسعار في مارس ٢٠١١.

العملة	الدولار الأمريكي	اليورو الأوروبي	الريال السعودي	الدرهم الإماراتي	الدينار الكويتي	الريال العماني	الدينار الأردني
دينار كويتي	٠,٢٩	٠,٣٦	٠,٠٧٨	٠,٠٨	٠,٤٢	٠,٨	٠,٢١

مثل هذا الجدول على شبكة إحداثيات.

- 1 يجب أن يشمل تدرج المحور الأفقي جميع العملات حسب الجدول.
- 2 يجب أن يشمل تدرج المحور الرأسي الأعداد من ٠,٠٧٨ إلى ٠,٣٦.
- 3 مثل كل زوج (عملة، كمية الدينار الكويتي) كنقطة.
- 4 استخدم المسطرة لرسم أفضل خط مستقيم يمكنك رسمه عبر أو بالقرب من جميع النقاط.
- 5 قارن بين الخط الذي رسمته وخطوط أفراد مجموعتك.
- 6 ما نوع التمثيل البياني الذي يمكنك رسمه في الخطوة ٤ بدلاً من رسم خط مستقيم.
- 7 هل يمكنك توقع نتائج معينة في شهر أبريل من سنة ٢٠١١؟

سوف تتعلم
■ صنع مخططات الانتشار وتحديد النزعات الموضحة على مخططات الانتشار.

من الاستخدامات
■ استخدام أطباء الأطفال مخططات الانتشار وخطوط النزعات لتحديد ما إذا كان نمو الطفل في المعدلات الطبيعية أم لا.



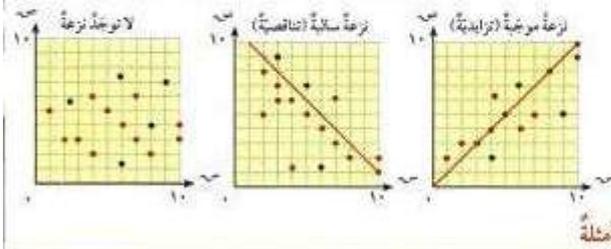
المصطلحات الأساسية

- ◀ مخطط انتشار
Scatter Plot
- ◀ نزعة
Trend
- ◀ خط النزعة
Line Trend

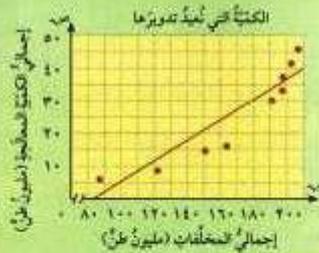


تعلم مخططات الانتشار والزعات

مخطط الانتشار هو مجموعة من النقاط التي توضح العلاقة بين مجموعتين من البيانات. أحياناً، تكون هذه النقاط نمطاً، ومثل هذا النمط يُسمى زاعة، والمخط الذي يلائم هذه النقاط هو خط الزاعة. ويمكن استخدام خط الزاعة لتوضيح المستقبل المتوقع لقيم البيانات.



1. يوضح مخطط الانتشار الأهمي كمية المخلفات التي تُعيد تصنيها مقارنة بإجمالي كمية المخلفات التي تُنتج سنوياً في أحد البلدان. استخدم مخطط الانتشار وخط الزاعة لتحديد الزاعة بين هاتين المجموعتين من البيانات. يوضح خط الزاعة زاعة موجبة.



حاول أن تحل

1. اذكر العلاقة الموضحة على مخطط الانتشار السابق. عند ابتكار مخطط الانتشار، عليك أولاً أن تُقرّر أي مجموعة بيانات ستوضع على المحور الأفقي وأي مجموعة ستوضع على المحور الرأسي، وعندئذٍ يلزمك التأكد من تدرج كل محور بحيث يشمل كل القيم الواقعة في مجموعة البيانات.

فكر
مبدئياً

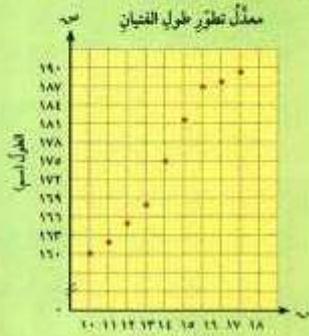
إذا أوحى مخطط الانتشار بوجود زاعة عند المرور بنقطتين، عدله. يُمكن الترائس وجود زاعة.



٢ يراوح طول الطفل عند الولادة بين ٤٧ إلى ٥٠ سم ليصل في نهاية السنة الأولى إلى ٧٤ سم وفي نهاية السنة الثانية إلى ٨٤ سم. ويختلف الطول باختلاف عوامل الوراثة والبيئة واختلاف الفروق الجنسية بين الذكور والإناث.

يبيّن الجدول التالي معدل تطوّر طول الفتيان مقارنة بالتقدم بالعمر. اصنع مخطط الانتشار لهذه البيانات، وحدّد خطّ النزعة بين العمر والطول. مثّل العمر على المحور الأفقي، ومثّل الطول على المحور الرأسي. حدّد النقاط.

العمر (سنة)	الطول (سم)
١٠	١٦٠
١١	١٦٢
١٢	١٦٥
١٣	١٦٨
١٤	١٧٥
١٥	١٨٢
١٦	١٨٧
١٧	١٨٨
١٨	١٨٩



يوجد نزعة واضحة بين العمر وطول الإنسان وهي تزايدية إلى عمر معين.

العمر (سنة)	الطول (سم)
٤	٩٥
٥	٩٧
٦	١٠١
٧	١٠٧
٨	١١١
٩	١٢٠
١٠	١٢٨

٢ يبيّن الجدول التالي تطوّر طول الطفل من السنة الرابعة إلى السنة العاشرة. اصنع مخطط الانتشار للبيانات، واذكّر نوع النزعة.

حاول أن تحل

محلّ من فهمك

- ١ عرّف بأسلوبك الخاصّ مخطط الانتشار. كيف ستفرّق بين مخطط الانتشار والتشيل البياني بالخطوط؟ اشرح ذلك.
- ٢ صيّف كيف يُمكنُ لمخطط الانتشار أن يوجّه بوجود نزعة. متى يكون مفيداً ملاحظة وجود نزعة؟
- ٣ إذا أظهر جزء من مخطط الانتشار وجود نزعة ولم يُظهر جزء آخر وجودها، فهل يكون ذلك مفيداً؟ اشرح ذلك؟





كلّما تقدّم الناس في العمر فإنّ عادات نومهم تتغيّر.
في ما يلي جدولٌ يوضّح عدّة ساعات النوم يوميّاً والعمر (بالسنوات). ارسم مخطط الانتشار وخطّ الزراعة لهذه البيانات.

العمر	١	٤	٦	١٢	١٠	٢٢	١٨	٦٧	٨٢	٤٣	٥١
مدة النوم	١٣	١١	١١	١٠,٥	٩	٨	٩	٥,٥	٥	٧,٥	٦

افهم

١. قسّم خطّاً تحت ما هو مطلوب منك عمله؟
٢. كيف يُمكنك تحديد ما إذا كانت هناك زرعاً؟

خطّط

٣. ما عنوان كلّ تدرّج؟
(أ) الأفضي
(ب) الراسي

حلّ

٤. سَمِّ المحورين وارسم النفاط.
٥. ارسم خطّ الزراعة للبيانات.
٦. ما العنوان؟

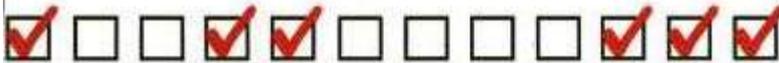
تحقّق

٧. اكتب جملة تصفّ فيها العلاقة بين العمر وعدد ساعات النوم.

حلّ مسألة أخرى

٨. يوضّح الجدول التالي المصروف الأسبوعيّ (بالدينار) والعمر (بالسنوات) لبعض الأطفال والشباب الصغار. ارسم مخطط الانتشار وخطّ الزراعة لهذه البيانات.

العمر (بالسنوات)	٤	٥	٨	١٠	٦	٩	٧	١١	١٣	١٢
المصروف الأسبوعيّ (بالدينار)	١	١	٣	٤	٢	٤	٢	٥	٨	٩



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوصل: متى تختار استخدام التمثيل البياني بالخطوط؟ ومتى تختار استخدام مخطط الانتشار؟ فسر إجابتك.

٢ المجلة: أين رأيت أو مسكت أن ترى مخططات الانتشار وخطوط التزعة؟

٣ التفكير الرياضي: افرض أن النقاط (٣، ٥)، (٤، ٥)، (٧، ٣)، (٢، ٥)، (٣، ٢) هي جزء من مجموعة بيانات، هل مخطط الانتشار سيكون أكثر ملاءمة في تمثيل هذه البيانات عن التمثيل البياني بالخطوط؟ فسر إجابتك.

٤ التفكير الناقد: افرض أن مخطط الانتشار يُوضِّح ١٠ نقاط من بيانات مجموعة ذات خط نزعة تناقصي، هل من الممكن لزعة أن تتغير إذا ما جمعت بيانات أكثر؟ أعط مثالاً.

٥ التوصل: إذا صنعت مخطط انتشار لمجموعة بيانات تحتوي على النقطة (٣، ٥) أكثر من مرة، كيف ستوضح على مخطط الانتشار أن هذه النقطة حدثت أكثر من مرة؟ كيف ستوضح النقطة التي تحدثت أكثر من مرتين على مخطط الانتشار؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



تصميم استطلاع الرأي

Designing a Survey

◀ صلة الدرس تعلمت كيف تُنظّم وكيف تُعرض البيانات لكي تُجيب عن سؤالٍ معيّن، والآن سوف تتعلّم كيف تُخطّط لاستطلاع رأي.

استكشف

اشترك في استطلاع للرأي

استطلاع رأي على موقع من الشبكة الدولية (الإنترنت) الأدوات المستخدمة: جهازٌ حاسوبٌ متصلٌ بالشبكة الدولية عندما تزورُ بعض المواقع الإلكترونية، يُطلبُ منك أن تُشارك في استطلاع للرأي وتُجيب عن بضعة أسئلة. يُمكنُ أن ترى على هذا الموقع نتائج إجابات باقي زوّار الموقع. لتصلّ بالموقع اتبع التعليمات المعطاة، وأجب عن أسئلة الاستطلاع وحلّل النتائج.

- ١ ما مجتمع هذا الاستطلاع؟
- ٢ هل يعتمد هذا الاستطلاع على عيّنة عشوائية للمجتمع؟
- ٣ ما مقدار العيّنة الحالية؟ هل يكفي مقدارها لتمثيل المجتمع الذي تمّ استطلاع رأيه؟
- ٤ ما البيانات المُتّزّهُرُ جمعها؟ صيغ نتائج كلّ سؤال ورد في استطلاع الرأي؟
- ٥ كيف تُمثّل البيانات؟ اشرح لماذا، في رأيك، تُعرّض البيانات كما هو موضّح.

تعلّم

تصميم استطلاع الرأي

الخطوة الأولى في وضع تصميم لاستطلاع رأي هي أن تعرف ما تريدُ إيجاده، فلماذا تُنصّح ذلك عليك أن تختارَ طريقة جمع البيانات، محاولاً الحصول على عيّنة ممثّلة للمجتمع والحجم المناسب للعيّنة، وأخيراً قرّر كيف ستحلّل وكيف ستعرض البيانات.

سوف تتعلّم
 كيفية تصميم استطلاع
 للرأي وتحديد هدف
 ومجتمع هذا الاستطلاع.

من الاستخدامات
 بلجاً مصمّموا الإعلانات
 إلى استطلاعات الرأي،
 لتحديد ما يروقّ لمعظم
 المستهلكين.



أشئلة

١ أنت تُفكر في تكوين نادي مدرسي للفلك، وتريد أن تعرف كم عدد الذين سيشاركون فيه، ومسوح لك بنصف ساعة يوميًا فقط ولمدة خمسة أيام، لكي تُجري هذا الاستطلاع للرأي.
(أ) ما السؤال الذي تسألُه؟
يُمكنك توجيهُ السؤال الأتي: «هل تُريدُ الاشتراك في النادي المدرسي للفلك إذا كان متاحًا؟»
(ب) من الذين تسألهم؟

هل تُريدُ الاشتراك في النادي المدرسي للفلك إذا كان متاحًا؟
نعم لا إجابة أخرى

بالنسبة لعينة عشوائية يُمكنك تنظيم قائمة بأسماء كل الطلاب والاختيار عشوائيًا منها، لكن لا يوجد وقت كافٍ للحصول على تلك المعلومات. يُمكنك الاتصال بالطلاب في موقع يتجمعون فيه كلهم مثل صالة الطعام (والذين لا يتناولون القطور سيستعدون).
(ج) كيف ستعرض البيانات؟
لكي تُسجل البيانات، استخدم مفردات لأجابات مختلفة، وعند اكتمال الاستطلاع يُمكن صنع تمثيل بياني بالأعمدة.

التحضير للاختبار

من التخطيط الجيد معرفة موعد الاختبار التالي وما سيتأوله.



حاول ان تحل

١ يُريد الأستاذ معرفة عدد الساعات التي يقضيها طلاب الفصل أسبوعياً في تنفيذ الواجبات المنزلية.
 (أ) ما السؤال الذي عليه أن يطرحه؟
 (ب) كيف يختار عينته؟
 (ج) كيف يجب أن يعرض بياناته؟

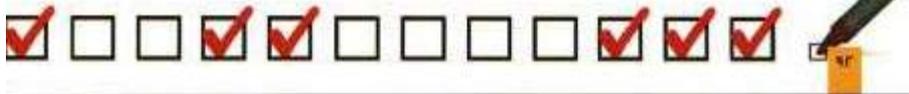
٢ لمعرفة التوجه العام لدى طلاب إحدى مدارس الكويت، قرّر طلابّ الفصل التاسع في مدرستك أن يقوموا باستطلاع رأي حول مادة التدريس المفضّلة لديهم. وأن يجروا هذا الاستطلاع على طلاب الصفوف ٦، ٧، ٨، ٩، وذلك خلال ٤ أيام ولمدّة ساعة واحدة يومياً. لحسن سير العملية، قرروا تشكيل ٣ مجموعات كل منها من ٤ أشخاص بحيث كل مجموعة تأخذ على عاتقها استطلاع رأي فصلين.

(أ) ما السؤال الذي ستأله؟
 يمكنك توجيه السؤال الآتي: «ما المادة التدريسيّة المفضّلة لديك: الرياضيات، اللغات، العلوم، الفنون، أو موادّ أخرى؟»
 (ب) كيف ستعرض البيانات؟
 سجّل البيانات في جدولٍ تكراريّ، ثم استخدم الحاسوب لصنع تمثيل بيانيّ بالأعمدة، وبالخطوط، وتمثيل بيانيّ بالنقاط المجمّعة.

Microsoft Excel

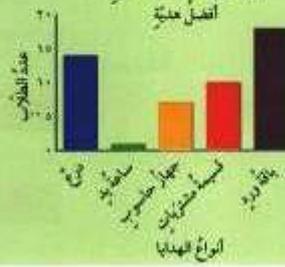
استطلاع رأي حول مادة التدريس المفضلة

استطلاع رأي حول مادة التدريس المفضلة						
اليوم الأول						
المادة	الرياضيات	اللغات	العلوم	الفنون	مواد أخرى	عدد المستطلعين
عدد الطلاب	5	5	4	1	7	20



حاول أن تحل

٢ أجري استطلاع للرأي عن أفضل هدية لحفل تكريم الفائزين في شعبتين من الفصل التاسع. يُبين التمثيل البياني نتائج هذا الاستطلاع. (أ) ارسم التمثيل البياني بال دائرة لهذا الاستطلاع. (ب) ما هي الهدية الأفضل في هذا الاستطلاع؟



فكرة مفيدة للمذاكرة

لا تنس أن توتي واجباتك المنزلية، وأن تكون جديلاً للواجبات مفيداً لبعض الناس.

من الهبات

تحقق

- ١ هل سيكون استطلاع الرأي (الاستطلاع) في المثال السابق ممثلاً لكل طلاب المدرسة؟
- ٢ ما الفرق الذي يجب إجراؤه في المثال ١ لو أن استطلاع الرأي انتهى بالسؤال: «هل أنت مهتم بنادٍ فلكي؟»





لكل سؤال من الأسئلة الآتية، ضع اسمًا لكل من: نوع الشركة التي تستخدم السؤال الذي في الاستطلاع والمجتمع الاستطلاع. قسّر مبرراتك لكل منهما.

(أ) بالتقريب، كم مرة في السنة تتعرّض لحروق من أشعة الشمس؟
(ب) كم مرة تُصاب بالصداع في السنة؟
(ج) كم مرة تلعب ألعاب الفيديو في الأسبوع؟
(د) متى كانت آخر مرة حصلت فيها على شطيرة لحم؟

افهم

1 ضع خطأ أسفل ثلاثة أشياء مطلوب منك عملها لكل سؤال.

حفظ

2 موضوع السؤال (أ) هو الحروق نتيجة التعرض لأشعة الشمس. ماذا كان موضوع كل من الأسئلة الأخرى؟
في السؤال (ب) الموضوع هو
في السؤال (ج) الموضوع هو
في السؤال (د) الموضوع هو

حل

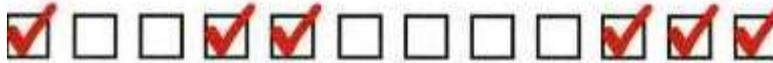
3 قرّر ما نوع الشركة التي سوف تُسأل مثل هذا السؤال، وما هو المجتمع الملائم لهذا الاستطلاع. وضح أسبابك.
للسؤال (أ)
للسؤال (ب)
للسؤال (ج)
للسؤال (د)

تحقق

4 هل من أفضل أن تكون قائمة الأسئلة مكتوبة أو شفوية للحصول على نتائج جيدة في الاستطلاع؟ وضح لماذا تكون هذه الطريقة هي الأفضل للوصول إلى مجتمعك المرغوب.

حل مسألة أخرى

5 ضع اسمًا لكل من الشركة التي سوف تستخدم سؤال الاستطلاع والمجتمع للاستطلاع. قسّر مبرراتك. هل لديك جهاز محمول لتشغيل أسطوانات أو شرائط مسجلة؟



- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- عزم وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ المجلة: استناداً إلى مسح المجتمع، فإن العينة الممثلة للمجتمع يُمكن أن تتغير. ناقش الفرق بين أحجام المجتمعات التي يتم استطلاع آرائها لاختبار مذاق فطيرة الجبنة على المستوى اليومي، وانتخاب رئيس اتحاد لطلاب مدرسة متوسطة. في رأيك، ما حجم العينة المناسب لكل استطلاع رأي؟

.....

.....

.....

٢ التوصل: أرسلت عدة مجموعات استطلاعات رأي للأشخاص عن طريق البريد. في بعض الأحيان، تُستخدم نتائج هذه الاستطلاعات في التأثير على مشرعي القوانين. ناقش ماذا سيكون رد فعلك إذا كنت مشرعاً للقوانين واستخدمت مجموعة نتائج استطلاع مرسل بالبريد للتأثير عليك. قسّم مبرراتك.

.....

.....

.....



اختبار الوحدة الثانية

1. بلغ وزن بعض التلاميذ في أحد الصفوف بالكيلوجرام كما يأتي: ٦٤، ٦٢، ٥٧، ٥٨، ٦٥، ٦٣، ٦١، ٦٠، ٦٢، ٥٩، ٦٤، ٦٥، ٦٣، ٥٧، ٥٦، ٥٥، ٥٤، ٦٦، ٦٧، ٦٩، ٦٥.

(أ) أكمل الجدول التالي:

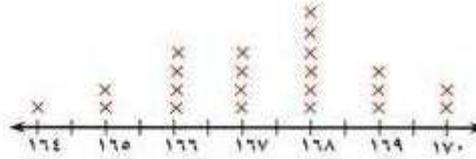
الفئات	العلامات التكرارية	التكرار
- ٥٤		
- ٥٧		
- ٦٠		
- ٦٣		
- ٦٦		

(ب) اصنع مدرّجاً تكرارياً يُمثّل هذه البيانات.

(ج) أكمل الجدول السابق بإضافة عمود يُبيّن مركز كل فئة.

(د) استخدم مراكز الفئات لحساب قيمة المتوسط الحسابي.

٢.



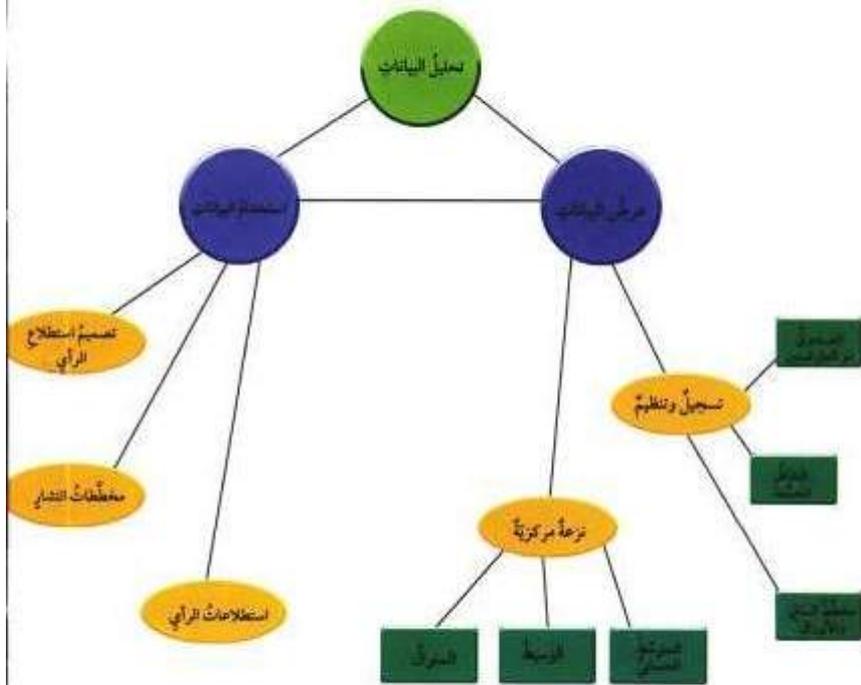
يُبيّن التمثيل البياني بالنقاط المجموعة أطوال قامات طلاب أحد الصفوف وذلك بالسنتمتر.

(أ) عند أي قياسات تتجمع أطوال هؤلاء الطلاب؟

(ب) ما متوأل هذه البيانات؟

(ج) ما وسيط هذه البيانات؟

(د) أوجد المتوسط الحسابي.



الوحدة الثانية (أ):

- تُسجّل البيانات في جداول تتضمن العلامات التكرارية والتكرار المرافق لها.
- تُعرّض البيانات على تمثيل بياني بالنقاط المجمعة حيث يبدو تجميعها بشكل واضح.
- تُعرّض البيانات على مخطط الساق والأوراق فتساعد على تنظيم فئات هذه البيانات.
- تُعرّض البيانات على الصندوق ذي العارضتين لتوضيح من خلال الأرباعيات تشتت البيانات مقارنة بالوسيط والأرباع الأدنى والأرباع الأعلى.
- يُساهم عرض البيانات في إيضاح أهمية مقاييس النزعة المركزية.

الوحدة الثانية (ب):

- يُستخدم استطلاع الرأي لدراسة المعلومات بعد تجميعها وتحليلها.
- يُساهم مخطط الانتشار لمجموعة من النقاط والتي تُمثل بيانات من متغيرين في دراسة اتجاه ونزعة هذه البيانات.
- يُمكن استخدام خط النزعة (إذا وُجد) في توقع نتائج.
- يُساعد تصميم استطلاع الرأي على اختيار العينة العشوائية من المجتمع الذي يُريد إجراء هذا الاستطلاع.

الجبر: المعادلات الخطية والمتباينات Algebra: Linear Equations and Inequalities

الوحدّة الثالثة

شعوب العالم

مفهوم المحاور الأفقية والرأسية هو جزء هام من ثقافة شعوب العالم. الأبعاد السبعة هي الشمال، والجنوب، والشرق، والغرب (أفقي)، والسماء، والأرض، والنفس البشرية (رأسية). هذا هو سبب اعتبار أن العدد 7 عددٌ مميزٌ.

التسلية

في عام 1918، التُحِت في السويد رياضة الجوّالة، والتي تُسمى مهارات قيادة الخراف وتدريب الأحماء. يستخدم المتنافسون الخريطة والبوصلة للتقدم من نقطة ما إلى أخرى، والفائز هو الذي يقطعها في أقصر وقت.



العلوم

يُمكنُ للخفافيش تمييزُ ترددات الصوت التي تزيدُ سرعتها عن ١٠٠ ألف اهتزازة في الثانية، لا يستطيعُ معظمُ الناس تمييزُ ترددات صوت أعلى من ٢٠ ألف اهتزازة في الثانية.



العلوم والأدب

الهوكي هي لعبةٌ جماعيةٌ أولمبيةٌ للرجال وللنساء. تُقامُ مبارياتها بين فريقين ويتكوّنُ كلُّ فريق من ١١ لاعباً وذلك على ملاعبٍ عشبيةٍ أو رمليةٍ مع كرةٍ صلبةٍ.

تبلغُ أبعادُ ملعبِ الهوكي ٩١,٤ م × ٥٤,٨ م. وهذه اللعبة من شوطين مدّة كل شوطين ٣٥ دقيقة. يوجدُ قرب كل مرعى نصف دائرة تُسمى دائرة الهدف.

أما عصا الهوكي فهي تُسمى الحرف [وطولها ٩٠ سنتيمتراً ومصنوعة من الخشب أو الفبرجلاس. كما ويضع اللاعبون في فمهم أثناء اللعب أداة لحماية أَسنانهم.



الكمبيوتر والرياضة (الرياضة)

يُوضّحُ لك الخطُ المستقيمُ مدى انحداره. يُمكنُ أن يكونَ للخطِ المستقيمِ ميلٌ سالبٌ أو ميلٌ موجبٌ.

التقاطعُ السينيُّ للمعادلة الخطية هو قيمةٌ من نقطة تقاطعِ الخطِ المستقيمِ مع محور السينات. والتقاطعُ الصادقيُّ هو قيمةٌ من نقطة تقاطعِ الخطِ المستقيمِ مع محور الصادات.

ترتبطُ المشابهُةُ الخطيةُ بين متغيرين باستخدام واحدٍ من الرموزِ التالية: <, >, <=, >=.

إذا كانَ الرسمُ البيانيُّ لحلولى معادلةٍ من متغيرين خطياً مستقيماً تكونُ هذه المعادلةُ خطيةً.

مشروع الصفحة



في هذا المشروع سوف تُناقشُ تكاليفُ الخدمات التي تشملُ تكلفةً ابتدائيةً ثابتةً مضافاً إليها تكلفةٌ متغيرةٌ (مثال: ٨,٥٠٠ ديناراً ١,٠٠٠ ديناراً كل دقيقة). يُمكننا مشاهدة معدلات الهاتفي، والضرائب، والإيجار، والخدمات الأخرى. وسوف تُناقشُ السادج والرسم البياني لتكاليف خدمة كهله، وتستخدمُ النموذج لتساعد على توضيح الرسم البياني للعلاقة.

التركيزُ على حلِّ المسائلِ

اكتبِ التعبيرَ الجبريَّ لكلِّ من الحالاتِ الآتية:

- ١ خمسُ سنواتٍ أكثرُ من أحمد.
- ٢ سفنٌ حربيةٌ قيمتها ثلاثُ مِراتٍ قيمةَ السفنِ عام ١٩٦٥.
- ٣ معارضُ السياراتِ القديمةِ أكثرُ من السنةِ الماضيةِ بـ ١٢ مرَّةً.
- ٤ ٢٠ دينارًا خصمٌ على سعرِ اللاصقِ.
- ٥ عشرُ مِراتٍ عددُ أقسامِ المتاجرِ.
- ٦ إذا كانتِ سيارَةٌ ريمٌ عمرها ٥٥، وسيارةٌ فارسيٌّ أقدمُ منها بـ ٦ أعوامٍ، فكم يكونُ عمرُ سيارَةِ فارسيٍّ؟
- ٧ إذا كانَ ع هو سرعةُ السيارةِ بالكيلومترِ في الساعةِ، فكم تكونُ السرعةُ في الدقيقةِ؟
- ٨ إذا كانَ م هو الوزنُ بالجرامِ، فكم يكونُ الوزنُ بالكيلوجرامِ؟
- ٩ إذا كانتِ السيارةُ تستهلكُ جالترين من البنزين لتسيرَ مسافةً ٣٢٧,٦ كيلومترًا، فكم كيلومترًا تقطعُها بالترِ واحدٍ؟



تفسير العبارات الرياضية

كثيرٌ من المسائل المراد حلُّها يُمكن تمثيلها بتعبير جبري أو أكثر. يجب أن نفهم أنه يُمكنك استخدام أي رمز ليبدأ على المجهول في التعبير الجبري ثم يجب أن تُحدِّد ما هي العمليات المستخدمة.



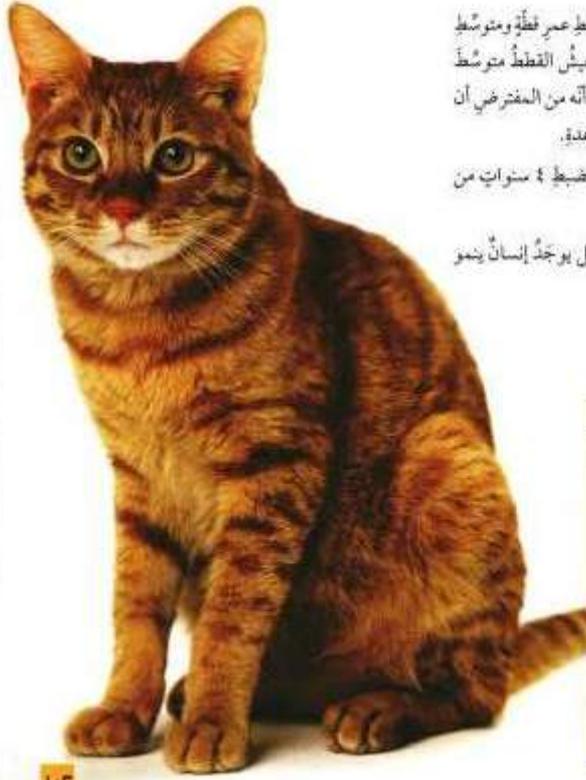
متوسط الأعمار

هل سمعت يوماً أنّ كل سنة من عمر قطّة تُساوي ٤ سنوات من عمر إنسان؟ وإن كان كذلك، فهل تساءلت يوماً ماذا يعني هذا، أو هل هذا فعلاً حقيقي؟

هذه العلاقة قد تكون نشأت من مقارنة بين متوسط عمر قطّة ومتوسط عمر إنسان. يعيش البشر متوسط ٧٥ سنة. تعيش القطط متوسط ٢٠ سنة. إذا ضربت هذا العدد في ٤، ستجد أنه من المفترض أن يعيش البشر متوسط ٨٠ عامًا وفقًا لهذه القاعدة.

كل سنة من عمر قطّة في الحقيقة لا تُمثل بالضبط ٤ سنوات من عمر الإنسان.

تندم قطعاً كثيرةً بالكامل خلال سنة، لكن هل يوجد إنسان ينمو بالكامل خلال ٤ سنوات؟



- ١ ما العوامل، إلى جانب العمر المتوقع، التي تأخذها بالاعتبار، عند اختيارك لحيوان اليب؟
- ٢ اكتب جدولاً بأسماء حيوانات اليفة قد ترغب بتربيتها وقد تبقى على قيد الحياة عندما تبلغ الثلاثين من عمرك. ما هو اختيارك المفضل؟ (لا تنس أنه عليك الامتناع بهذا الحيوان الأليف)
- ٣ هل توافق على أنه كلما كبر حجم الحيوان كلما طال عمره؟

فهم العلاقات بين متغيرين

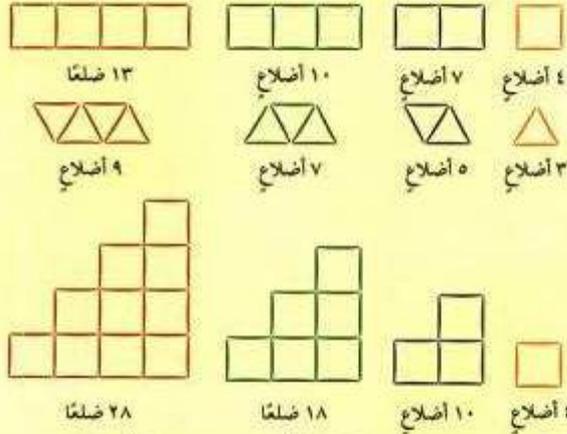
Understanding Two-Variable Relationships

◀ **صلة الدرس** تعلمت حل معادلة من الدرجة الأولى من متغير واحد، والآن سوف تستكشف حل معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين.

استكشف العلاقات بين متغيرين

هذه هي القواعد!

١ ارسم الشكل الخامس لكل نمط من اليمين إلى اليسار.



٢ لكل نمط مما سبق، افترض أن n يمثل رقم الشكل و s يمثل عدد الأضلاع، صيغ كل نمط بإحدى القواعد الآتية:

$$s = n(3 + 1), \quad s = n(3 + 1), \quad s = 1 + n(2)$$

سوف تتعلم كيفية وصف نماذج ناتجة عن علاقات من متغيرين.

من الاستخدامات مهندسو الجينات يستخدمون العلاقات بين المتغيرات ونماذج الـ DNA لخلق طاقات جديدة في الحياة.



تعلم فهم العلاقات بين متغيرين

تشمل موافق عديدة علاقة بين كميتين تتغير قيهما. يمكن لهذه العلاقات أن توصف باستخدام كلمات أو جداول من القيم أو بالرسم البياني أو المعادلات. إذا أمكنك وصف العلاقة بمعادلة فيمكنك أيضًا وصفها بجدول.



أمثلة

١ نفوم مثال برعاية القطط: تتفاقم ٦ دقائق عن كل قطّة. إذا كان سن هو عدد القطط، سن هو كثافة النفود التي تحتها، فإن سن = ٦ سن تعبّر عن العلاقة بين سن، سن. كوّن جدولاً يوضّح قيمة ما تربحه مثال مقابل رعاية القطط.
(الفرض أن ٥ قطط هو أقصى عدد يُمكن أن ترعاه)

سن	سن = ٦ سن
١	٦
٢	١٢
٣	١٨
٤	٢٤
٥	٣٠

الفرض أن سن = ١، نجد سن = $٦ = (١)٦$
الفرض أن سن = ٢، نجد سن = $١٢ = (٢)٦$
الفرض أن سن = ٣، نجد سن = $١٨ = (٣)٦$
الفرض أن سن = ٤، نجد سن = $٢٤ = (٤)٦$
الفرض أن سن = ٥، نجد سن = $٣٠ = (٥)٦$

من الجدول نستنتج أن مثال نحصل على ٦ دقائق لرعاية قطّة واحدة، ١٢ ديناراً لرعاية قطتين، وهكذا نحصل على ٣٠ ديناراً لرعاية ٥ قطط.

٢ تزوّج نعمة صغيرة حوالي ٤ كيلوجرامات عند الولادة. يزيد وزنها بمقدار كيلوجرام واحد في الأسبوع خلال الـ ٥ أسابيع الأولى. إذا كان أ هو العمر بالأسبوع، ك الوزن بالكيلوجرام، فإن $ك = ٤ + ١ أ$ تعبّر عن العلاقة بين أ، ك. كوّن جدولاً لتوضّح قيمة الوزن نهاية كل أسبوع حتى يصبح عمر النعجة ٥ أسابيع

أ	ك = ٤ + ١ أ
٠	٤
١	٥
٢	٦
٣	٧
٤	٨
٥	٩

الفرض أن أ = ٠، نجد ك = $٤ = ٤ + ٠$
الفرض أن أ = ١، نجد ك = $٥ = ٤ + ١$
الفرض أن أ = ٢، نجد ك = $٦ = ٤ + ٢$
الفرض أن أ = ٣، نجد ك = $٧ = ٤ + ٣$
الفرض أن أ = ٤، نجد ك = $٨ = ٤ + ٤$
الفرض أن أ = ٥، نجد ك = $٩ = ٤ + ٥$

من الجدول نلاحظ أن النعجة تزوّج ٤ كيلوجرامات عند الولادة، ٥ كجم بعد أسبوع واحد وهكذا حتى يصل وزنها إلى ٩ كجم بعد ٥ أسابيع.

حاول أن تحل

١ سمح أحد الخطوط الجوية بركوب عدد من القطط الصغيرة مقابل ١٥ ديناراً عن كل قطّة. إذا كان د هو عدد القطط، وأ هو مقدار الأجرة المحصلة، فإن $د = ١٥ - أ$ تعبّر عن العلاقة بين د، أ. كوّن جدولاً لتوضّح الأجرة التي يُمكن أن تحتها شركة الطيران في الرحلة الواحدة. عوّض عن د بالقيم صفر، ١، ٢، ٣.

أحياناً يُمكنك إيجاد المعادلة من الدرجة الأولى التي تربط بين متغيرين بالنظر إلى الجدول الذي يشمل قيمتهما.

مثال (٣)

يُوضِّح الجدول التالي مزيبًا من الطمي والرمل في أسفل قفص حرياء. أوجد القاعدة التي تربط بين كمية الرمل من وكمية الطمي من. ثم استخدمها لإيجاد كمية الرمل التي سوف نحتاجها عند وضع ١٥ كوب طمي.

كوب طمي	كوب رمل
١	٣,٥
٢	٧
٣	١٠,٥
٤	١٤
٥	١٧,٥
٦	٢١
٧	٢٤,٥

عند التعويض عن س = ١، نجد ص = ٣,٥
 عند التعويض عن س = ٢، نجد ص = ٧
 عند التعويض عن س = ٣، نجد ص = ١٠,٥
 عند التعويض عن س = ٤، نجد ص = ١٤
 عند التعويض عن س = ٥، نجد ص = ١٧,٥
 عند التعويض عن س = ٦، نجد ص = ٢١
 عند التعويض عن س = ٧، نجد ص = ٢٤,٥



فكرة عملية
 القيم العشرية التي توجد في عمود ص في الجدول يُمكن أن تُرشدنا إلى القاعدة التي نبحث عنها.

تذكّر
 ١٥ × ٣,٥ = ٥٢,٥

في كل حالة نجد أن ص = ٣,٥ × س. أوجد قيمة ص عندما س = ١٥.
 ص = ٣,٥ × ١٥ = ٥٢,٥
 احسب لإيجاد قيمة ص عندما س = ١٥ هي ٥٢,٥.
 لكل ١٥ كوب طمي نحتاج إلى حوالي ٥٣ كوب رمل.

الترابط والتداخل بالعلوم
 تحتاج الحرياء أن تتغذى على أنواع أوراق الخضراوات الحساسة لتيها التي تأكلها لت.

حاول أن تحل

٢ أوجد القاعدة التي تربط بين ص في هذا الجدول، ثم أوجد ص عندما س = ٥٠.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	١٥٠	١٨٠

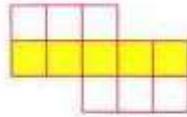
تحقق من فهمك

- ١ كيف تُكوِّن جدولاً للمعادلة ص = ٧س؟
- ٢ كيف تُكوِّن جدولاً للمعادلة ص = ٢٧ + كم حلاً يوجد للمعادلة؟
- ٣ يُوضِّح جدول أنه عندما س = ٢ فإن ص = ٤. هل هذا يُرشدنا إلى أن القاعدة التي تربط بين س، ص هي ص = ٢س؟ فسّر ذلك.

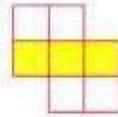




(أ) ارسم الشكل الذي يلي:



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

(ب) ما القاعدة التي تربط ن (رقم الشكل) بـج (عدد البلاطات الصفراء)؟

(ج) ما القاعدة التي تربط ن بـج (عدد البلاطات البيضاء)؟

(د) ما القاعدة التي تربط ن بـت (عدد جميع البلاطات في كل شكل)؟

افهم

- 1 حوِّط كل متغير وما يُمثله.
- 2 ادرس الأشكال الثلاثة المعطاة، وصبِّف نمط البلاطات الصفراء ونمط البلاطات البيضاء، ثم اذكر كم سيكون عدد كل منهما في الشكل (٤).

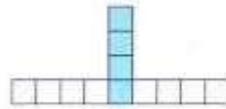
حل

- 3 ارسم الشكل (٤).
- 4 ما القاعدة التي تربط رقم الشكل بالبلاطات الصفراء، والبلاطات البيضاء، وجميع البلاطات.
(أ) ن بـج (ب) ن بـج (ج) ن بـت

تحقق

- 5 هل شكل (٤) يتبع الأنماط التي وصفتها في البندين (٢)، (٣)؟

حل مسألة أخرى

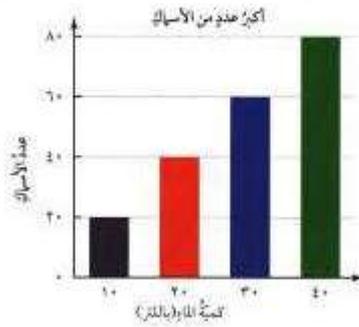


شكل (٤)

- 6 اذكر ما القواعد التي تربط ن بـج (رقم الشكل بعدد البلاطات الزرقاء)، ن بـج (رقم الشكل بعدد البلاطات البيضاء)، ن بـت (رقم الشكل بعدد جميع البلاطات في الشكل) في الشكل المقابل.

حل المسائل والتفكير المنطقي

التفكير الرياضي: (أ) كَوْنُ جدولًا مستخدمًا قيم الأزواج المرتبة الأربعة الممثلة في التمثيل البياني أدناه.



(ب) اكتب المعادلة التي توضح كيف يرتبط أكبر عدد من الأسماك بعدد لترات الماء الموجودة في حوض الأسماك.

(ج) من المعادلة، أوجد زوجين آخرين من القيم، ثم فسر معناهما.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.



حلُّ معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين

Solutions of Two-Variable Equations

◀ **صلةً للدرس** تعلمت أن المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين يُمكن أن يكون لها حلولٌ عديدة، والآن سوف ترى معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين لها حلولٌ ذات معنى وحلولٌ ليس لها معنى. ▶

سوف تتعلم تحديد ما إذا كان زوج من القيم هو حلاً لمعادلة من الدرجة الأولى في متغيرين.

استكشف حل معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين

هل تريد بيغاء أو قطّة؟ محل تجاري يبيع قطط وبيغاوات فقط لمجرّو المرح. يقوم صاحب المحل بتعداد عدد القوائم. أوجد الإمكانيات المختلفة لعدد القطط والبيغاوات الذي يجعل العدد الكلي للقوائم ٢٤.

- 1 كون جدولاً مستخدماً من لتمثيل عدد البيغاوات وخص لتمثل عدد القطط. (احفظ في عقلك عدد قوائم كل منهما). اكتب تعبيراً لعدد القوائم مستخدماً هذه المتغيرات.
- 2 إذا كان عدد القوائم ٢٤، فهل يُمكن أن يكون عدد البيغاوات أو القطط عدداً فردياً؟ فسّر.
- 3 إذا كان عدد القوائم ٢٤، فهل يُمكن أن يتساوى عدد القطط وعدد البيغاوات؟ وإذا كان ذلك صحيحاً فكم عدد كل منهما؟
- 4 اكتب معادلة تنص على أن عدد قوائم البيغاوات مضافاً إليه عدد قوائم القطط يساوي ٢٤. استخدم قيم المتغيرات من الجدول.
- 5 في الزوج المرتب (٧، ٢)، أي من العددين يُمثل الإحداثي السيني والإحداثي الصادي؟ هل (٧، ٢) حلٌ لمعادلتك؟ كيف عرفت ذلك؟

من الاستخدامات محلّ المتبايزون معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين عند زيادة طلبات الخبز لخدمة عدد كبير من الأشخاص.



فكرة شديدة
تأكد أن الحل الرياضي يؤكد فهم العلاقة في المسألة المعطاة.

تعلم

حل معادلات من الدرجة الأولى في متغيرين

نُعوض بالحلول الممكنة في المعادلات ذات المتغير الواحد. إذا كانت النتيجة صحيحة، فتكون هذه القيمة التي عوضنا بها حلاً للمعادلة. نستخدم عمليات مشابهة لحل معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين. يكون حل المعادلة من الدرجة الأولى في متغيرين عبارة عن زوج مرتب.

مثال (١)

هل الزوج المرتب (١٣، ٣) حل للمعادلة $x + y = 2$ من؟

عوض $x = 13$ في المعادلة بدلاً من x .	عوض $y = 3$ في المعادلة بدلاً من y .
$13 + 3 = 2$	$13 + 3 = 16$
النتيجة غير صحيحة.	النتيجة غير صحيحة.
النتيجة غير صحيحة.	النتيجة غير صحيحة.

لأن هذه العبارة صحيحة، (١٣، ٣) هي حل للمعادلة $x + y = 2$ من. يمكنك إيجاد حلول للمعادلة باختيار قيمة لأحد المتغيرين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

مثال (٢)

أوجد حلين للمعادلة $x - y = 2$ من ٥، ٠.

افرض $x = 0$	افرض $y = 0$
$0 - y = 2$	$0 - 0 = 2$
$-y = 2$	$0 = 2$
$y = -2$	$0 = 2$
الحل (٠، -٢)	الحل (٠، ٠)
افرض $x = 2$	افرض $y = 2$
$2 - y = 2$	$2 - 2 = 2$
$-y = 0$	$0 = 2$
$y = 0$	$0 = 2$
الحل (٢، ٠)	الحل (٢، ٠)

الحل (٠، -٢) و (٢، ٠) هما حلان للمعادلة $x - y = 2$ من ٥، ٠.

حاول أن تحل

- ١ (أ) حل ما إذا كان (٩، -١) حلاً للمعادلة $x + y = 2$ أم لا.
- (ب) أوجد حلين آخرين للمعادلة $x - y = 2$ من ٥، ٠.

تذكر
عوض عن القيم الملموسة لكل متغير.



مثال (٣)



يُربي بعض الناس السلاحف كحيوانات الأليفة. إذا كانت السلاحف ومستلزماتها المبدئية تُكَلَّف ٣ دنانير وطعامها يُكَلَّف ٢ دينار كل شهر، فكم يُكَلَّف الحصول على سلاحفٍ والاحتفاظ بها لمدة ٤ أشهر؟

الفرض م = عدد الأشهر.

الفرض ج = التكاليف الكلية.

$$ج = ٣ + ٢م$$

$$٤ = م$$

$$ج = ٣ + ٢(٤)$$

$$ج = ٣ + ٨$$

$$ج = ١١$$

سوف تكون التكلفة ١١ دينارًا للحصول على السلاحف والاحتفاظ بها لمدة أربعة أشهر.

حاول أن تحل

- ٢ (أ) ارجع إلى المثال (٣). كم ستكون التكلفة للحصول على سلاحفٍ والاحتفاظ بها لمدة عام؟
- (ب) يُكَلَّف شراء عصفور ٥ دنانير، وتُكَلَّف العناية به ٧ دنانير كل شهر لطعامه، ومستلزماته، وعلاجه، ورعايته، وتدريبه. كم ستكون تكلفة شرائه والعناية به لمدة عامين؟

في بعض الحالات، توجد حلول رياضية ليس لها معنى كما في المثال (٣)، إذا كان ج = ٠ نجد أن: $٣ + ٢م = ٠$ ومنه $م = -\frac{٣}{٢}$. لكن امتلاك سلاحفٍ لمدة $-\frac{٣}{٢}$ شهر ليس لها معنى. كذلك $م = ١٠٠٠٠$ سيكون جوابًا غير منطقي لهذه الحالة لأن السلاحف تعيش حوالي ٤٠ سنة.

لنحل

من فيديك

- ١ كيف تعرف أن زوجًا مرتبًا معينًا هو حل لمعادلة من الدرجة الأولى في متغيرين؟
- ٢ الزوج المرتب (٢، ٣) هو حل لمعادلة من الدرجة الأولى في متغيرين. اكتب معادلة يكون هذا الزوج المرتب حلًا لها.
- ٣ هل أي قاعدة هي معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين؟ فشر.

حل

أعلى سرعة سُجِّلَتْ لأي كائن زاحل في الماء هي للسلاحف البحرية ذات الظهر الجلدي في المحيط الهادي (pacific leatherback turtle) وبلغت ٢٢ كيلومترًا في الساعة.

التربط والتماثل
يعلم الأحياء

إن السلاحف البحرية، وسلاحف المياه العذبة، والسلاحف البرية من فصيلة الشيلونيا (Chelonia). تعيش السلاحف البرية على الأرض.



تمثل المعادلة $ص = ٧٥ + ٠,٥س$ سعر البيتا ذات الحجم الكبير، حيث $س$ ترمز إلى الأصناف المضافة. كون جدولاً يوضح على حائط محل البيتا يوضح عدة الأصناف المضافة والسعر. (علماً بأن الحد الأقصى للأصناف المضافة هو ٦).

اقدم

١ ماذا يمثل $س$ ؟

٢ ما سعر كل صنف مضاف؟

٣ ماذا يمثل العدد $١٠,٥$ ؟

حفظ

٤ ما أصغر قيمة يمكنك أن تستخدمها لـ $س$ إلى جانب الصفر؟

٥ لماذا لا يكون من الممكن أن تستخدم قيمة أكبر من ٦ لـ $س$ ؟

حل

٦ بالتعريف $س$ في المعادلة لإيجاد سعر البيتا بإضافة صنف واحد، بـ ٢ لـ $س$ ، بـ ٣ لـ $س$ ، وهكذا، ثم اكمل الجدول مبيئاً أسعار البيتا.

عدد الأصناف المضافة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
سعر البيتا	١٠,٥

تحقق

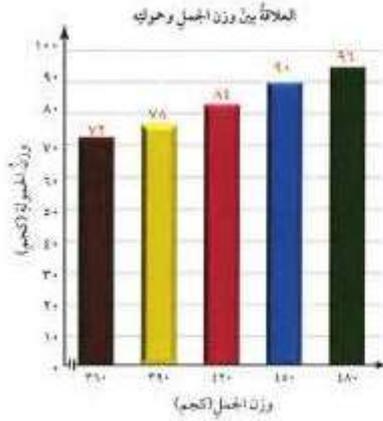
٧ ما النمط الذي يمكن أن نجده في أسعار البيتا؟

حل مسألة أخرى

٨ المعادلة $ص = ٢٥ + ٢,٥س$ تمثل تكلفة لعبة البولنج وإيجاز الحذاء في المركز المحلي للبولنج، حيث $س$ تمثل عدة مرات اللعب. كون جدولاً يوضح على حائط مركز البولنج ويوضح التكلفة الكلية لإيجاز الحذاء ولعب البولنج لـ ٥ مرات.



حل المسائل والتفكير المنطقي



١ التفكير الرياضي: (١) استخدام التمثيل البياني المقابل لكتابة معادلة تربط بين (وزن الجميل) و(وزن الحمولة) التي يستطيع الجميل حملها.

(ب) استخدم معادلتك لإيجاد وزن الحمولة التي يستطيع جملي وزنه ٣٠٠ كجم تحملها.

(ج) ما وزن الجميل الذي يستطيع نقل حمولة وزنها ١٠٠ كجم؟

(د) إذا كان أكبر جملي معروف وزنه حوالي ٤٠٠ كجم، كيف ستسخر إجابتك عن السؤال رقم ج؟

٢ التوصل: تريد فائق شراء علبه طعام للأسماك سعر العلبه ٣ دنانير، وبينما تسوق وجدت في أحد المتاجر نوعاً من الأسماك عليه تخفيض ليصبح سعر السمكة الواحدة ١,٥٠٠ دينار.

(أ) افرض أن من إجمالي ما ستفقه فائق، من عدد الأسماك الذي سوف تشتريه، اكتب معادلة توضح بها كيف ترتبط من مع س.

(ب) كم ستفوق فائق مقابل شراء ٥ سمكات وعلبه طعام لها؟

(ج) إذا أنفقت فائق مبلغ ١٢ ديناراً في الشراء، أوجد عدد الأسماك التي اشتراها.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خسر وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

(د) إذا كانت التكلفة الكلية للأسماك وعلبه طعام لها هي ٦,٥ دنانير، مستخدماً الحس العددي، هل يُعد ذلك منطقياً؟

٣ التوصل: صنف حلول المعادلة من = س.

٤ التفكير الناقد: على فوزية أن تقرر: إما أن تشتري سمكتين ذهبيتين بمبلغ ٢,٢٥٠ دينار للواحدة والتي تكلف تغذية الواحدة منها ديناراً واحداً شهرياً، وإما شراء سمكتين حمراوين بمبلغ ٨ دنانير للسمكة الواحدة والتي تتغذى على البكتيريا الموجودة في قاع الحوض، فإذا كانت تخطط للاحتفاظ بالحوض لمدة سنة فأياً منهما تشتري؟ ولماذا؟

التمثيل البياني لمعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين

Graphing Two-Variable Relationships

◀ صلة الدرس: تعلّمت في ما سبق كيف تكسب وتجد حلولاً لمعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين والتمثيل البياني للنقاط في مستوى الإحداثيات، والآن سوف تتعلّم كيفية مزج المعادلات من متغيرين بالتمثيل البياني ▶

استكشاف التمثيل البياني للعلاقات بين متغيرين

الأدوات المستخدمة: ورقة رسم بياني

البيت المملوء!



لدى صاحب محلّ لبيع الحيوانات ١٢ قطة حيث يعرض إما قطة صغيرة أو أرنبًا صغيرًا في كلّ قفص. يحرص صاحب المحلّ على أن تبقى الأقفاص دائمًا مملوءة بأحد هذه الحيوانات لذا يُمكن أن يوضع أرنب في القفص بدلًا من القطة أو عكس ذلك.

١ ما المعادلة التي تُمثّل العلاقة بين عدد الأرانب والقطة المعروضة؟

افرض $x =$ عدد القطة و $y =$ عدد الأرانب

٢ سمّ كلّ الأزواج المرتبة المكوّنة للزوج المرتب (x, y) الذي يُحقّق المعادلة التي كتبتها في البيت (١). كمثالٍ لأحد الأزواج المرتبة هو $(1, 11)$ يُمثّل ١١ قطة وأرنبًا واحدًا.

٣ على ورقة رسم بياني، ارسم كلّ زوج مرتب من البيت (٢). ارسم قيم x على المحور الأفقي وقيم y على المحور الرأسي.

٤ ماذا تُلاحظ بالنسبة للنقاط التي رسمتها في البيت (٣).

٥ افرض أن عدد الأقفاص زائد، ويوجد ٨ قطة صغيرة و ٨ أرانب صغيرة، ارسم النقطة $(8, 8)$ ، هل هذا الزوج المرتب يُحقّق المعادلة التي كتبتها في البيت (١)؟ ماذا تُلاحظ في وضع النقطة بالنسبة إلى النقاط التي رسمتها في البيت (٣)؟

تعلّم التمثيل البياني للعلاقات بين متغيرين

تعلّم أن حلول المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين عبارة عن أزواج مرتبة. إذا مُثّلت النقاط التي تُمثّل هذه الأزواج المرتبة ووجدت أن كلّ النقاط تقع على خطّ مستقيم تُسمى المعادلة معادلة خطية.

سوف تتعلّم كيفية تمثيل العلاقة من متغيرين بيانيًا.

من الاستخدامات غالبًا ما يستخدم المصنّعون مثل هذه التمثيلات البيانية لتساعدتهم في اتخاذ القرارات.



المصطلحات الأساسية
◀ معادلة خطية

Linear Equation



التربيط والتداخل بالخطية

لاحظ أن أصل كلمة خطي هي خط.

نحصل على معادلات خطية في عدة مواقف حياتية مثلاً: في معرضي للحوانات الأليفة كان رسم الدخول الأساسي قدره 3 دنانير ويُضاف إليه دينارٌ واحد لكل عرضي جديد. إذا جَدَدْتُ ص الأجرة الكلية، س عدد العروض الجديدة، فإن $ص = 3 + س$ تُوضِّح العلاقة بين $ص$ ، $س$.

أمثلة

1 الخط الموضَّح في الشكل هو التمثيل البياني للمعادلة الخطية $ص = 3 + س$. اكتب الأزواج المرتبة التي تُمثل النقاط $أ$ ، $ب$ التي تقع على الخط والنقطة $ج$ التي لا تقع على الخط. أي من الأزواج المرتبة يكون حلاً للمعادلة الخطية؟

اختبر كل زوج مرتب بالتعويض في المعادلة

بالنسبة لـ $ج(0, 3)$	بالنسبة لـ $ب(3, 0)$	بالنسبة للنقطة $أ(0, -3)$
$ص = 3 + س$	$ص = 3 + س$	$ص = 3 + س$
$3 = 3 + 0$	$3 + 0 = 3$	$3 + 3 = 0$
$3 = 3$	$3 = 3$	$6 = 0$

الأزواج المرتبة للنقطتين $أ$ ، $ب$ هي حل للمعادلة الخطية، الزوج المرتب للنقطة $ج$ التي لا تقع على الخط ليست حلاً للمعادلة الخطية.

حاول أن تحل

1 استخدم التمثيل البياني السابق. اختر نقطتين على الخط إلى جانب النقطتين $أ$ ، $ب$ ووضِّح أن الأزواج المرتبة التي تُمثلهما هي حل للمعادلة $ص = 3 + س$ ، ثم اختر نقطة لا تقع على الخط ووضِّح أن الزوج المرتب لها ليس حلاً.

2 مثل المعادلة $ص = 2س$ بيانياً.

كوّن جدولاً بالقيم وعيّن الأزواج المرتبة على التمثيل البياني وحيّل بين النقاط بخط مستقيم.

3	2	1	0	ص
6	4	2	0	ص

لاحظ أنه عندما تزيد قيم $س$ بمقدار واحد في كل مرة، تزيد قيم $ص$ بمقدار 2. لأي معادلة خطية، كلما تزيد قيم $س$ بمقدار ثابت، تزيد (أو تنقص) قيم $ص$ أيضًا بمقدار ثابت.

حاول أن تحل

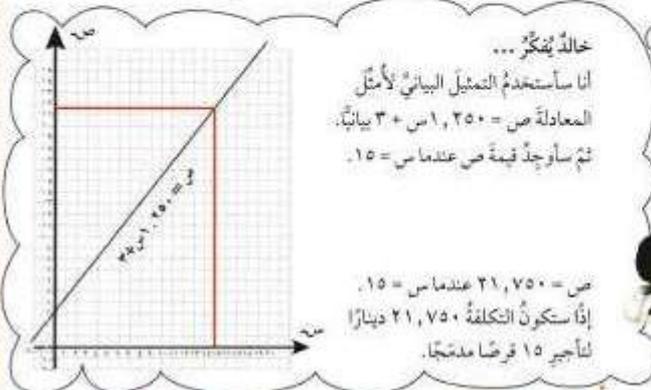
2 مثل المعادلة الخطية $ص = 3 - س$ بيانياً.

التربيط والتداخل بالتكنولوجيا

عندما تستخدم العدد نفسه عدة مرات مثل 3، خزّن في ذاكرة الآلة الحاسبة.

ما رأيك؟

يتقاضى محلّ لتأجير الأفراس المدّجّة دفعةً أولى ٣ دنانير يُضافُ إليها ١,٢٥٠ دينار تكلفه تأجير كل فرسٍ مدّج. لذلك، ص = ١,٢٥٠ + ٣ تُوضّحُ العلاقة بين ص (التكلفة الكليّة) وس (عدد الأفراس المدّجّة المؤجّرة). كم تكون التكلفة الكليّة لتأجير ١٥ فرسًا مدّجًا؟



عمرٌ يُفكّر ...

أنا سوف أعرّض عن س = ١٥ في المعادلة. ص = ١,٢٥٠ + ٣، ثم أعينُ قيمة ص.

ص = ١,٢٥٠ + ٣

ص = ١,٢٥٠ + (١٥) ٣

ص = ١٨,٧٥٠ + ٣ ستكونُ التكلفة ٢١,٧٥٠ دينارًا لتأجير ١٥ فرسًا مدّجًا.

باعتقادك، أيّ الطريقتين أسرع؟ اشرح.



إذا استخدمت الآلة الحاسبة البيانية لتمثيل المعادلة الخطيّة يُمكنك أن تضغط على **trace** لإيجاد أرواح مرئية ونقط بواسطة مفاتيح السهم اليمين واليسار.

تحقق من فهمك

- ١ ماذا تعني كلمة «خطّي»؟
- ٢ إذا كان الرّوح المرّتبُ لنقطةٍ يُحقّق معادلةً خطيّةً، ماذا نعرفُ عن وضع النقطة؟
- ٣ كيف تُمثلُ المعادلة ص = س + ٥ بيانيًّا؟





لدى عمر بطاقة خصم بر ٢ دينار على سعر أي منتج. وفرز أن تشتري طعامًا لقطيعه من النوع الذي يُباع الكيلو منه بر ٠,٥٠٠ دينار. استخدم من عدد الكيلوجرامات التي سوف يشتريها من طعام القطيع. مثل بيانًا الثمن الذي سيدفعه. أي جزء من التمثيل البياني ليس له معنى في هذا الموقف؟

افهم

١ حوِّط قيمة بطاقة الخصم. هل سيُضاف أم سيُطرح من السعر؟

خطِّط

٢ افرض أن من تُمثل عدد الكيلوجرامات من طعام القطيع. اكتب تعبيرًا يوضح أن التكلفة هي ٠,٥٠٠ دينار لكل كيلوجرام.

٣ اكتب تعبيرًا لتكلفة طعام القطيع إذا استخدمت بطاقة الخصم.

٤ كوِّن جدول قيم للمعادلة $y = 0.500x - 2$.

حلّ

٥ على ورقة رسم بياني مثل الأزواج المرتبة الموضحة في الجدول وصل النقاط بخط مستقيم.

٦ أي جزء من التمثيل البياني ليس له معنى في هذا الموقف؟

تحقق

٧ ماذا تعني عبارة «التكلفة سالبة»؟ هل هذا منطقي؟

حل مسألة أخرى

٨ لدى بدرية بطاقة خصم قيمتها ٣ دنانير، وفرزت أن تشتري طعامًا لقطيعها، يُباع الكيلو جرام منه بر ٠,٧٥٠ دينار. استخدم من لعدد الكيلوجرامات من طعام القطيع التي ستشتريها بدرية.

مثل على ورقة الرسم السابق الثمن الذي ستدفعه. أي جزء من التمثيل البياني ليس له معنى في هذا الموقف؟

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كون جدولاً.
- تخمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التفكير الناقد: ينطلق صوت صرصار الليل (ن) مرّات في الدقيقة تبعاً لدرجة الحرارة (ف) المتويّة. ينطلق صوته ١٢٤ مرّة في الدقيقة الواحدة عندما تكون الحرارة 20° متويّة، ١٧٢ مرّة في الدقيقة عندما تبلغ الحرارة 28° متويّة. افرض أن العلاقة خطيّة.

(أ) كون جدولاً أو تمثيلاً بيانياً لإيجاد درجة الحرارة عندما ينطلق صوت الصرصار ١٣٦ مرّة، ١٤٨ مرّة، ١٦٠ مرّة.

(ملحوظة: نذكر أن في العلاقة الخطيّة للتغيرات المتساوية ما يحدث لأيّ من المتغيّرين يحدث للمتغيّر الأخر).

(ب) لأيّ قيم تعتقد أن هذه العلاقة الخطيّة تتحقّق؟ ولماذا؟

٢ التفكير الرياضي: تُستخدم الديدان في تحليل المادّة العضويّة في كومة من السماد العضوي. لتحديد عدد الكيلوجرامات التي تحتاجها من الديدان أضرت عدد كيلوجرامات النفايات المضافة إلى الكومة كلّ يوم في ٢. أنت بحاجة إلى مكان حجمه ١ متر مكعب لكلّ كيلوجرام من الديدان. اكتب ومثّل بيانياً المعادلة التي تربط عدد الكيلوجرامات من النفايات كلّ يوم بحجم المكان الذي تحتاجه بالمتر المكعب.



استعد لسباق الدراجات

إن شعرتَ باندفاع الرياح، بجهد العضلات، بالإبهاغ المتصل بدقات قلبك، بسرعة الطريق تحثك، فأنت حتمًا تركبُ دراجتك. كل سنة، ملايين البشر يسرون في الطرق على دراجات سواء أكانوا مع عائلاتهم أم أعضاء من نادي رحلات الدراجات. إنهم يتبعون هدفًا واحدًا، ممارسة الرياضة والاستمتاع بجمال الطبيعة.

هل تتذكر المرة الأولى التي حاولتَ فيها أن تتركب دراجة؟ ربما تكون قد استخدمتَ إطارات التدريب أو شخص ما جرى بجانبك ممسكًا بك.

الدراجة التي تعلمتَ عليها ربما تكون ذات سرعة واحدة صُممت لتستخدم مبدئيًا على أسطح ملساء. الدراجات الأخرى لها سرعات عديدة تصل إلى الـ ٢١ ممًا يسمح لراكب هذه الدراجات أن يجتاز الانحدارات بسهولة وبسرعة البرق.

- ١ صف تجربتك الأولى في ركوب دراجة.
- ٢ فكّر في أن التلال هي المنحنيات. لماذا يكون ركوب دراجة هوائية على التلال أصعب من ركوبها على سطح ملس؟
- ٣ كيف تجعل آلة النقل الذاتية الحركة تسلق التلال أسهل؟



فهم الميل Understanding Slope

◀ **صلة الدرس** تعلمت التمثيل البياني لمعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين، وهي عبارة عن خطوطٍ مستقيمة، والآن سوف تتعلم طرقاً يستخدمها الرياضيون لوصف هذه الخطوط. ▶

سوف تتعلم
■ كيفية إيجاد ميل الخط
المستقيم.

من الاستخدامات

■ عند بناء القرى الجديدة، يدرس المخططون الأرض، ويحسبون ميلها لاتخاذ القرارات المناسبة التي تتعلق بجريان ماء الأمطار فوق سطح الأرض.



استكشاف

الميل

الارتفاعات والانخفاضات في التمثيل البياني الأدوات المستخدمة: ورقة رسم بياني، حجر نرد، قطعة نقود معدنية



١ على ورقة رسم بياني كبيرة، ارسم محوري الإحداثيات بوضع نقطة الأصل في منتصف الصفحة وسمّ كلا من المحور السيني والصادي.
٢ ارم قطعة النقود وتحرك جهة اليمين إذا ظهرت (الصورة)، وتحرك جهة اليسار إذا ظهرت (الكتابة). ارم حجر النرد المرقم لتحديد عدد الوحدات التي يجب أن تتحركها، مثال: تحرك ٥ وحدات إلى اليمين.

٣ ارم قطعة النقود مرة أخرى لترى إذا كان يجب أن تتحرك لأعلى إذا ظهرت (الصورة) أو لأسفل إذا ظهرت (الكتابة). ارم حجر النرد مرة أخرى لتحديد عدد الوحدات التي يجب أن تتحركها مثلاً لأعلى.

٤ استخدم النتائج في المخطوتين ٢، ٣. ابدأ من نقطة الأصل وضع نقطة.

٥ انطلق من النقطة التي وضعتها وتحرك عدد الوحدات نفسه يمينا أو يسارا كالتالي ثم تحرك لأعلى أو لأسفل كما سبق وفعّلت ثم ضع نقطة ثانية.

٦ تحرك ثم ضع عدداً من النقاط. ما الشكل الهندسي المكوّن بهذه النقاط؟ ارسمه.

٧ قارن النتائج التي حصلت عليها بنتاج زملائك في غرفة الفصل.

المصطلحات الأساسية

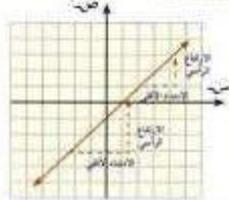
Slope	الميل
Rise	ارتفاع رأسي
Run	امتداد أفقي
	ميل موجب
Positive Slope	
	ميل سالب
Negative Slope	

تعلم **فهم الميل**

يستخدم المبتدئ في التزلج على الجليد ميولاً انحدار غير مماثلة لتي يستخدمها الأكثر خبرة في التزلج. بعض الخطوط في مستوي الإحداثيات يُمكن أيضاً اعتبارها «مائلة أكثر» من الأخرى.

يستخدم الرياضيون مصطلح **الميل** ليعرفوا انحدار الخط. هذا يربط التغير الرأسي بالتغير الأفقي. ويُسميان غالباً **الارتفاع الرأسي** **the rise** و**الامتداد الأفقي** **the run**.

عند التحرف خط لأعلى من اليسار إلى اليمين يُقال إنّه **ميل موجب**. وعند انحرافه لأسفل من اليسار إلى اليمين يكون له **ميل سالب**.



لأي نقطتين مختلفتين على خط مستقيم، يكون ناتج قسمة الارتفاع الرأسي على الامتداد الأفقي دائماً نفسه.

مثال (١)

بنتاً خمره الثلج بأنه من المرجح حدوث انهيارات أكثر على تَل مبله بين ٠,٠٥ و ٠,١٠.

هل من المحتمل انهيار تَل الثلج الممثل في الرسم على الصورة؟



$$\text{الحل: الميل} = \frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{250}{388}$$

بالقسمة لإيجاد الميل.

$$0,6443 \approx 388 \div 250$$

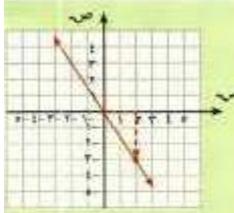
الميل بين ٠,٠٥ و ٠,١٠، لذلك الانهيار مرجح حدوثه.

حاول أن تحل



١ عيّن الميل. هل الانهيار مرجح حدوثه؟

مثال (٢)



ارسم خطاً مستقيماً يمرُّ بنقطة الأصل وميله $-\frac{2}{3}$.
 ابدأ عند النقطة (٠، ٠) تحرك وحدتين يميناً وثلاثَ وحداتٍ إلى الأسفل، الميلُ سالبٌ.
 الميل هو $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3}$

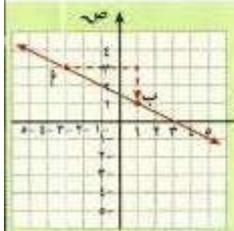
حاول أن تحل

- ٢ (أ) ارسم خطاً مستقيماً يمرُّ بنقطة الأصل وميله $-\frac{2}{3}$.
 (ب) ارسم خطاً مستقيماً يمرُّ بالنقطة (٢، ١) وميله -١.

يُعطى ميل الخط المستقيم بالقانون:

$$\text{الميل} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{ص}} \text{ حيث إن } (\text{ص}, \text{ص}), (\text{ص}, \text{ص}), \text{ هما نقطتين مختلفتين على الخط المستقيم بشرط } \text{ص} \neq \text{ص}.$$

مثال (٣)



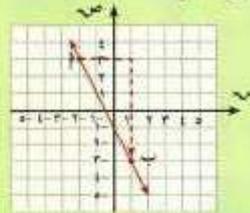
أوجد ميل الخط المستقيم (ب) في الشكل المقابل باستخدام القانون.

الحل: من النقطة (٣، -٣) والنقطة ب (١، ١)

$$\text{ميل } \vec{AB} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{ص}} = \frac{-3 - 1}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

حاول أن تحل

- ٣ أوجد ميل \vec{AB} في الشكل أدناه.



- ٤ أوجد ميل \vec{AB} حيث م (٢، ١) ن (٣، ٠)

- ٥ أوجد ميل \vec{AC} حيث ل (٢، ١) ع (٢، ٥). ماذا تلاحظ؟

فميل الخط المستقيم الأفقي يساوي صفراً، لأن الارتفاع الراسي في هذه الحالة يساوي صفراً بينما الخط المستقيم الراسي ليس له ميل. مثال على ذلك: المستقيم المارُّ بالنقطتين (٠، ١)، (٢، ١) هو مستقيم رأسي ليس له ميل.

من فيميك

- ١ هل للخط المستقيم أكثر من ميل؟ فسر.
 ٢ كيف تُحدّد ما إذا كان خط مستقيم له ميل موجب أو سالب؟
 ٣ كيف تُقارن الميل $\frac{2}{3}$ بالميل $\frac{4}{3}$ ؟ لماذا؟





رسم أحمد على شبكة الإحداثيات مواقع بعض الأماكن، فوق منزله على النقطة (١، ١) ووقفت مدرسته على النقطة (٢، ٦). أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين منزله ومدرسته.

افهم

- ١ أوجد الفرق بين الإحداثيين الصاديين.
- ٢ أوجد الفرق بين الإحداثيين السينيين.
- ٣ كيف ستكتب الميل؟

خطب

- ٤ اختر القانون الصحيح: الميل =
(أ) $\frac{ص. - ص.}{ص. - ص.}$ (ب) $\frac{ص. - ص.}{ص. - ص.}$ (ج) $\frac{ص. - ص.}{ص. - ص.}$
- ٥ هل للميل وحدة قياس؟

حل

- ٦ أوجد الميل.

تحقق

- ٧ اذكر كيف يمكنك إيجاد الميل بطريقة أخرى؟

حل مسألة أخرى

- ٨ أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٣، ٢)، ب (٢، ٥).

حل المسائل والتفكير المنطقي

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كترن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

انتبه

لكي يتزلج المحترفون يجب أن تكون القيمة المطلقة لميل الانحدار أكبر من ٠.٢٥ وأصغر من ٠.٥ كي لا يحدث التهار.

كلما ازدادت القيمة المطلقة لميل المنحدر ازدادت سرعة التزلج.

١ التفكير الناقد: غالباً ما تُصمَّم الساحات، وطرق السيارات، والشوارع بحيث يكون ميلها حوالي $\frac{1}{84}$ في اتجاه الأضراس. لماذا تُصمَّم بهذه الطريقة؟

٢ (أ) أوجد المعلومة الناقصة لكل منحدر تزلج.

مكان التزلج	الارتفاع الرأسي	الامتداد الأفقي	ميل
المنطقة الحمراء	١٨٠٠	٧٢٠٠	
المنطقة الصفراء	١٨٤٠	٣٦٨٠	
المنطقة الزرقاء	١٩٠٠	٤٧٥٠	
المنطقة الخضراء	٧٥٠	٣٠٠٠	

(ب) التوصل: أي من أماكن التزلج السابقة تصحُّ بها المتزلجين المحترفين؟ فسر إجابتك.

٣ التفكير الناقد: يستخدم المهندسون المعماريون السلالم الدائرية أو السلالم المستعرضة في المباني. ما ميزة البناء بهذه الطريقة؟

٤ التفكير الناقد: هل الخط الذي يمر بالنقطتين (٤، ٢) و (٥، ٤) أكثر انحداراً من الخط الذي يمر بالنقطتين (٤، ١) و (٥، ٤)؟



أنماط في معادلات خطية ورسوم بيانية

Patterns in Linear Equations and Graphs

◀ صلة الدرس تعلمت كيف توجد الميل للخط المستقيم بالنظر إلى الرسم البياني الذي يمثله. يمكنك أيضًا أن توجد الميل للخط المستقيم بالنظر إلى معادله.

استكشف أنماط في معادلات خطية ورسوم بيانية

الرسم البياني لمعاصرة للجيّة ١ الأدوات المستخدمة: أداة الرسم البياني



يوجد على الأرضي ٢ سم للجيّة. يتساقط الثلج أثناء الليل بمقدار ١ سم كل ساعة على بعضي المساحات، ٢ سم كل ساعة على أخرى، وأكثر من ٣ سم كل ساعة على مناطق أخرى. إذا كان ص هو مقدار الثلج على الأرضي عند تساقطه، من عدة الساعات التي يتساقط فيها. إذا $ص = ٢ + ٢$ ، $ص = ٢ + ٣$ ، $ص = ٢ + ٣$ هذه المعادلات تصف العلاقة بين الثلج الموجود على الأرضي وعدد الساعات التي يتساقط فيها على المناطق الثلاث.

١ مثل $ص = ٢ + ٢$ ، $ص = ٢ + ٣$ ، $ص = ٢ + ٣$ بيانيًا باستخدام أدوات الرسم البياني، ماذا تلاحظ بالنسبة لميل هذه الخطوط؟ هل هناك أي نقاط مشتركة بين هذه الخطوط؟

٢ مثل $ص = ٢ + ٢$ ، $ص = ٢ + ٣$ ، $ص = ٢ + ٣$ باستخدام أداة الرسم، ماذا تلاحظ؟ ما العلاقة بين الثابت المضاف لكل ص ونقطة تقاطع كل خط مستقيم مع محور الصادات؟

٤ هل ترى أي علاقة بين معامل ص والميل لكل خط؟

سوف تتعلم

- كيفية رسم معادلة بيانية
- ثم إيجاد الميل والأجزاء المقطوعة من محوري السينات والصادات.

من الاستخدامات

- الأنظمة المستخدمة من قبل مراقبي النقل الجوي تُعَلِّقُ الطائرات بواسطة دعائم تنشأ من معادلات خطية لذلك تستطيع الطائرات الهبوط على الأرض بأمان.



المصطلحات الأساسية

- ◀ جزء مقطوع من محور السينات X-Intercept
- ◀ جزء مقطوع من محور الصادات Y-Intercept
- ◀ خطوط مستقيمة متوازية Parallel Lines

تعلم أساط في معادلات خطية ورسوم بيانية

أنت تعرف أنه يمكنك إيجاد ميل الخط المستقيم من خلال رؤية الرسم البياني، يمكنك أيضًا تعيين الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات من خلال رؤية الرسم. سنعتبر الجزء المقطوع من محور السينات هو الإحداثي السيني لنقطة تقاطع الخط مع محور السينات، والجزء المقطوع من محور الصادات هو الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع الخط مع محور الصادات.

غالبًا ما يكون للميل والجزء المقطوع من محور الصادات معاني في المسائل الحياتية.

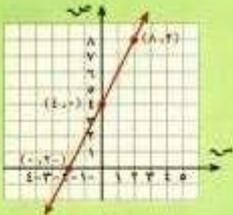
تذكر
تكوّن جدولًا للأزواج المرتبة لمؤثر بالقيم المختلفة لـ s في المعادلة وتحل لإيجاد قيم s المناظرة.

أمثلة
1. لاعب الهوكي يحصل على دقيقتين في منطقة ضربة الجزاء لكل ضربة جزاء صغيرة وهو أساسًا لديه 4 دقائق في ضربات الجزاء الصغيرة.



ارسم المستقيم: $s = 2$ من $t = 0$ ، أوجد الميل، والجزء المقطوع من محور الصادات. ماذا يعنى الميل والجزء المقطوع من محور الصادات في المسألة؟

كوّن جدولًا للأزواج المرتبة بتعيين قيم لـ s ، ثم إيجاد القيم المناظرة لـ t . عيّن النقاط وصل بينها بخط مستقيم. يمكنك اختيار أي قيم لـ s ولكن $-2, 0, 2$.



s	0	2	s
t	2	0	t

نختار أي نقطتين $(0, 2)$ ، $(4, 0)$

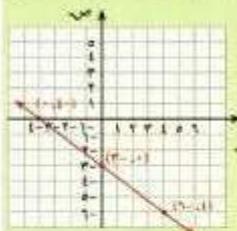
$$\text{الميل} = \frac{t_2 - t_1}{s_2 - s_1} = \frac{0 - 2}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

الخط يمر بمحور الصادات عند $t = 2$ ، الجزء المقطوع من محور الصادات هو 2 . الميل يُكافئ الدقيقتين الذي يحصل عليهما لكل ضربة جزاء صغيرة إضافية. الجزء المقطوع من محور الصادات يعني أنه إذا لم يحصل على أي ضربات جزاء إضافية، سيكون لديه 4 دقائق في ضربات الجزاء.

بالرغم من أنه يمكنك استخدام أعداد سالبة للرسم البياني إلا أنه ليس له معنى في هذه المسألة.



١ ارسم المستقيم: ص = $\frac{3}{4}x - 3$ ثم أوجد الميل، والجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات.



كوّن جدولاً للأزواج المرتبة مستخدماً -4، 0، 4 قيمًا لـ x . حدّد التقاطع وصل بينها بخط مستقيم.

ص	-4	0	4
ص	-6	-3	0

نختار على المستقيم أي نقطتين ولكن (0، -4) و (4، 0)

$$\text{الميل} = \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ص} - \text{ص}_1} = \frac{0 - (-4)}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1$$

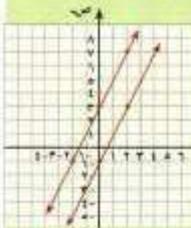
الخط يمر بمحور السينات عند (-4) وبمحور الصادات عند (3-). لذلك الجزء المقطوع من محور السينات هو (-4) والجزء المقطوع من محور الصادات هو (3-).

حاول أن تحل

١ ارسم كلاً من المستقيم الذي معادلته:

(أ) ص = 3 - 6
(ب) ص = $\frac{1}{4}x + 4$

أوجد الميل، والجزء المقطوع من محور السينات، والجزء المقطوع من محور الصادات.



٢ ارسم المستقيمين: ص = 2 - 1، ص = 2 + 3 بيانياً على مستوى الإحداثيات نفسه، ثم أوجد الميل لكل خط مستقيم.

كوّن جدولاً للأزواج المرتبة لكل معادلة، حدّد التقاطع على المستوي وصل بينها.

للمعادلة ص = 2 - 1	للمعادلة ص = 2 + 3
ص	ص
2	2
0	0
1	1
3	3
7	7

$$\text{الميل} = \frac{2 - 1}{0 - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

لذلك الميل في كل حالة هو 2.

لاحظ أن الخطين لا يمكن أن يتقاطعا في نقطة مهما امتدّا. مثل هذه الخطوط تُسمى خطوطاً متوازية. الخطوط المتوازية لها الميل نفسه.



تحقق من فهمك

١ لتمثيل المعادلة الخطية بيانياً، كم نقطة تحتاج إليها لتصل بينها وترسم الخط؟ لماذا تكون فكرة جيدة أن تُصيغ نقطة أخرى؟

٢ عندما ترسم معادلة مثل ص = $\frac{1}{2}x - 2$ بيانياً، هل يمكنك تحديد أي قيم لـ x هل هناك بعض القيم يسهل استخدامها أكثر من استخدام قيم أخرى؟ فسر.



لدى فائز بطاقة عضوية في نادٍ للسياحة، قيمة اشتراكها السنوي ٢٠ دينارًا، ويمكنُ للأعضاء السياحةُ أيَّ عددٍ من المراتٍ مقابلَ ٢ دينارٍ لكلِّ مرّةٍ، أو جدُّ رسمًا بيانيًا لتوضيح إجماليّ التكلفةِ للأعدادِ المتغيرةِ من عددِ مرّاتِ السياحةِ. وتُصنَّح كيف تحصلُ على التكلفةِ بالضبطِ من خلالِ الرسمِ البيانيِّ.

افهم

١ ما قيمة الاشتراك السنويّ؟

٢ كم تتكفّف فائزُ لكلِّ مرّةٍ سياحةً؟

خطّط

٣ اكتب معادلةً افترض أنّ $s =$ عدد مرّاتِ السياحة لفائز، $v =$ إجماليّ التكلفةِ.

٤ كوّن جدولًا للأزواجِ المرتبطةِ لـ s ، v .

حلّ

٥ قسّم النقاطَ على ورقةِ الرسمِ البيانيِّ.

٦ وتضح كيف توجد التكلفة بالضبط من خلال الرسم البياني.

تحقّق

٧ ما الجزء من الرسم البياني الذي ليس له معنى في هذا الموقف؟

حلّ مسألة أخرى

٨ يدفع فهد كل عام مبلغ ٣٥ دينارًا لعضوية حديقة الحيوان، ويدفع ٣ دنانير فقط لكل زيارة للحديقة نظير ركوب السيارة الموقفة، ارسم على ورقة الرسم البياني السابق الخط الذي يمثّل التكلفة الكلية لعدد الزيارات المتغيرة للحديقة.



- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التفكير الناقد: (أ) هل توجد طريقة لتعيين الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمعادلتين $ص = ٢س - ٣$ ، $ص = ٣ - ١س$ بمجرّد النظر إلى المعادلتين؟

(ب) خطّ مستقيم معادلته $ص = \frac{٢}{٣}س + ٦$. أوجد ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بدون رسمه بيانياً.

(ج) التوصل: وضح كيف يُمكنك تغيير المعادلة $ص = ٢س - ٣$ بحيث يكون الخطّ المستقيم الذي يُمثّلها له ميل أكبر، والجزء الذي يقطعه من محور الصادات يكون أصغر.

٢ اختر إستراتيجية: ارتفاع فريق منسلق لجبل يُعطي بالصيغ $ع = ١٣٧س + ٥٥٠$. حيث $ن$ هو عدد الساعات بعد بداية تسلّقه، $ع$ هو مقدار الارتفاع عن مستوى سطح البحر بالمتر. كم كان ارتفاعه عند بداية تسلّقه؟ كم متراً يتسلق كلّ ساعة؟

٣ التفكير الناقد: يُريد أمين العمل خلال إجازته في منحدر لأدوات التزلج على الجليد، فوجد أمانه فرصتين: إما القيام بـ ٥ أزواج من التزلجات مقابل ١٢ ديناراً ($ص = \frac{١٢}{٥}س$) أو طلاء ٧ ألواح مقابل ١٨ ديناراً ($ص = \frac{١٨}{٧}س$)، فأيّ العملين يختار ليربح نفوداً أكثر؟ فشرّ إجابتك.

٤ المعطى: وضح كيف يُمكنك تحديد ميل الخطّ من خلال التدقيق في الرسم البياني الذي يُمثّله، ومن خلال التدقيق في المعادلة التي تُمثّله؟

الخطوط المتوازية والعلاقة بين ميلها Parallel Lines and their Slopes

٦-٣

◀ صلة الدرس في الدرس السابق تعرّفنا الميل، أما الآن سوف نستخدم هذا الميل لتوضيح علاقته بالخطوط المتوازية.

سوف نتعلّم
■ كيفية إيجاد العلاقة بين
الخطوط المتوازية وميلهم.

من الاستخدامات
■ نستخدم هذه العلاقة في
الانحدارات.

استكشفت الخطوط المتوازية والميل

ليكن \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} و \vec{d} خطين متوازيين.

١) مستخدماً الرسم المقابل، أوجد إحداثيات التقاطع a ، b ، c ، d .

٢) أوجد ميل \vec{a} .

٣) أوجد ميل \vec{c} .

٤) ماذا نستنتج بالنسبة لميل \vec{a} وميل \vec{c} ؟



تعلم الخطوط المتوازية والعلاقة بين ميلها

الخطوط المتوازية هي خطوط مستقيمة موجودة في مستوى واحد ولا تتقاطع. يُمكن تمييز الخطوط المستقيمة المتوازية في المستوى الإحداثي بإيجاد الميل. إذا كان لخطين مستقيمين الميل نفسه فهما متوازيان.

المصطلحات الأساسية
◀ الجزء المقطوع من محور
المصادات Y-Intercept

مثال (١)

يُمكنك استخدام توازي خطين لإيجاد الميل. لتكن a ، b ، c ، d ، e ، f ، g ، h ، i ، j ، k ، l ، m ، n ، o ، p ، q ، r ، s ، t ، u ، v ، w ، x ، y ، z .

أوجد ميل الخط المستقيم cd الذي يُوازي الخط المستقيم ab .

ميل $\vec{ab} = \frac{4-2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$

بما أن للخطوط المتوازية الميل نفسه فهذا يعني أن:

ميل المستقيم $cd =$ ميل المستقيم $ab = 2$

حاول أن تحل

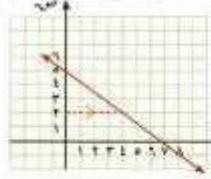
١ هل الخطان التاليان متوازيان؟ اشرح.

\vec{a} : يمر بالنقطة $(1, 0)$ والنقطة $(\frac{2}{3}, 1)$

\vec{b} : يمر بالنقطة $(3, 0)$ والنقطة $(\frac{4}{3}, 1)$



الجزء المقطوع من المحور الصادي هو الإحداثي الصادي لنقطة التي يتقاطع فيها المستقيم المحور ص.



الرسم البياني المقابل يُمثل المستقيم: $ص = -\frac{3}{4}م + 5$

لاحظ أن الجزء المقطوع من المحور الصادي هو 5،

وميل المستقيم هو $-\frac{3}{4}$ وعليه فإن المعادلة التي على صورة:

ص = الميل × م + الجزء المقطوع من المحور الصادي.

أي أن $ص = م + ب$ تُسمى معادلة الميل والجزء المقطوع. والتمثيل البياني لها هو خط مستقيم ميله م، والجزء المقطوع من المحور الصادي هو ب.

مثال (٢)

ما هو الميل والجزء المقطوع من محور الصادات في المعادلة التي تُمثل المستقيم

$$ص = م - 4$$

المعادلة $ص = م - 4$ على صورة $ص = م + ب$

إذا الميل (م) = 1

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = -4.

حاول أن تحل

٢ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات مع المستقيم: $ص = -2 + 4م$.

من فهمك

تحقق

١ كيف تصف الانحدار على خطين متوازيين؟

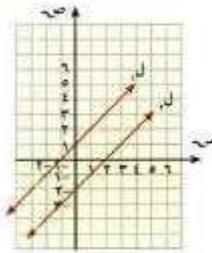
٢ هل من الممكن أن يتمثل الجزء المقطوع من محور الصادات ب $ص = م$ ؟ فسر.

حل المسائل

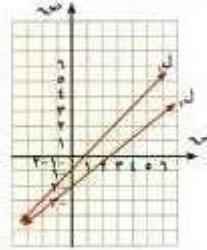
في معادلات الدرجة الأولى في تعبئين لإيجاد الجزء المقطوع من محور الصادات، فتح $ص = ١$ لإيجاد الجزء المقطوع من محور الصادات فتح $ص = ١$



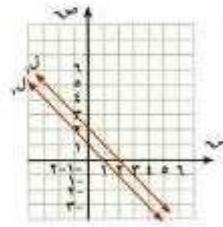
يحتوي كل رسم على زوج من الخطوط.
احسب ميل كل خط وسجله في الجدول وسم الخطوط المتوازية.



(أ)



(ب)



(ج)

المهم

١ ما المطلوب إليك إيجاده؟

٢ أوجد نقطتين على كل من المستقيمين ل، ثم ل، في كل حالة من الحالات الثلاث.

تخطئ

٣ ما الخطوة التي عليك استخدامها؟

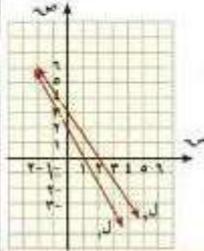
حل

٤ أكمل الجدول المقابل.
أي زوج من الخطوط المستقيمة هي متوازية؟ اشرح إجابتك.

ميل ل _١	ميل ل _٢	
		(أ)
		(ب)
		(ج)

تحقق

٥ هل الذي تستنتجه من الجدول متطابق مع الرسومات؟



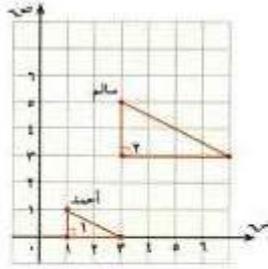
حل مسألة أخرى

٦ (أ) أوجد ميل ل_١، ل_٢.

(ب) هل الخطان ل_١، ل_٢ متوازيان؟ اشرح إجابتك.



حل المسائل والتكيز المنطقي



١. وقفت أحمد على القمة في الشكل (١)، بينما وقفت سالم على القمة في الشكل (٢). قارن الحدار كل من القمتين في الرسم المقابل، ثم فسر.

٢. (أ) مثل بيانياً على الشبكة الإحداثية نفسها المعادلتين $س = ٢ص + ١$ و $س = ٢ص - ١$.
(ب) ما الذي تلاحظه؟ فسّر لماذا المستقيمان هما متوازيان.

٣. تحدّد: (أ) أوجد معادلة للمستقيم الذي يمرّ بالنقطتين (٢، ١)، ب (٤، ٣).

- (ب) أوجد معادلة المستقيم الموازي للمستقيم أ، والجزء المقطوع من محور الصادات يساوي -١.

٤. سؤال مفتوح: إذا كانّ لمستقيمين الميل نفسه فهذا يعني أنّ معادلتيهما تُمثّلان المستقيم نفسه. ما مدى صحة هذه العبارة؟ فسّر.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعدّل بطريقة عكسية.
- استخدم التكيز المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

أزواج المعادلات الخطية Pairs of Linear Equations

٣-٧

◀ صلة الدرس | قد رأيت كيف تُمثل كل الحلول لمعادلة خطية واحدة بيانياً، والآن سوف تتعلم كيف تجد الحل لزوج من المعادلات الخطية. ▶

استكشف زوج المعادلات الخطية

ركوب القوارب
الأدوات المستخدمة: ورقة جدولية
إذا ما أردت أن تقوم برحلة بحرية في قارب، يمكنك أن تستأجر قارباً من قوارب فهيد وكلفته ١٤ ديناراً يُضاف إليها ٨ دقائق عن كل ساعة، أو تستأجر قارباً من قوارب حاسم وكلفته ١٢ ديناراً يُضاف إليها ٩ دقائق عن كل ساعة.

١ نسخ وأكمل الجدول التالي أو استخدم برنامجاً على الحاسوب لإيجاد التكاليف الكلية في أوقات مختلفة.



عدد الساعات	كلفة قوارب فهيد	كلفة قوارب حاسم
١	٨س + ١٤	٩س + ١٢
٢
٣
٤

- ٢ فسر لماذا ٨س + ١٤ هي كلفة تأجير قارب من قوارب فهيد، و ٩س + ١٢ هي كلفة تأجير قارب من قوارب حاسم.
- ٣ إذا كانت مدة الرحلة ساعة واحدة، فأي قارب تستأجر؟ لماذا؟
- ٤ كم عدد الساعات التي يمكن تأجيرها بحيث تكون كلفة التأجير واحدة؟
- ٥ بعد كم ساعة تكون كلفة استئجار قارب من قوارب فهيد أوفر؟
- ٦ هل تعتقد أن استئجار قارب من قوارب حاسم هو دائماً الخيار الأفضل؟ لماذا؟

سوف تتعلم

- كيفية إيجاد حل واحد لزوج من المعادلات الخطية.

من الاستخدامات

- يستخدم رجال الإطفاء خطوطاً منقطة للتركيز على أماكن الحريق.



المصطلحات الأساسية

- ◀ نظام المعادلات الخطية
System of Linear Equations



تعلم أزواج المعادلات الخطية

عندما تُعطي معادلتان خطيتان معاً فهما تُكوّنان نظاماً من المعادلات الخطية. الزوج المرتب الذي يكون حلاً لكل من المعادلتين يُسمى حلاً للنظام.

مثال (1)



تُكلف بطاقة الدخول إلى مدينة الملاهي «عالم التسلية» ٣ دنانير وكلفة الاشتراك في كل لعبة ٣٠٠ فلس. وكلفة بطاقة الدخول إلى مدينة الملاهي «روعة الألعاب» هي ديناران يُضاف إليها نصف دينار كرسوم اشتراك في كل لعبة.

(أ) يُمثل المتغير من عدد الألعاب التي اشترك فيها حامل البطاقة، وحس الكلفة الإجمالية. اكتب معادلتين للكلفة الإجمالية في كل مدينة ملاحاً أخذها بالاعتبار الاشتراك في لعبة. ثم قم بتكوين جدول لتوضيح الكلفة لأعداد مختلفة من الألعاب؟

«عالم التسلية»: ص = ٣ + ١٠س، ثم «روعة الألعاب»: ص = ٢ + ١٠٠س

عدد الألعاب	س	ص
٠	٣	٣
١	٣,٣	٣,٦
٢	٣,٦	٣,٩
٣	٣,٩	٤,٢
٤	٤,٢	٤,٥
٥	٤,٥	٤,٨
٦	٤,٨	٥,١

(ب) هل يُمكن أن تتساوى الكلفتان؟ ما هو زوج الأعداد الذي يحل المعادلتين اللتين كتبتهما في الجزء (أ).

الكلفة تتساوى إذا كان س = ٥، ص = ٤,٥. الزوج المرتب (٤,٥,٥) هو حل للمعادلتين. إذا الزوج المرتب (٤,٥,٥) هو حل لزوج من المعادلتين.

حاول أن تحل

(١) لو كانت كلفة الدخول إلى «عالم التسلية» هي ٤ دنانير، كم لعبة يُمكن الاشتراك فيها وتكون الكلفة الإجمالية متساوية في كل من مدينتي الملاهي؟

(ب) لو قرّرت إدارة «روعة الألعاب» جعل الدخول مجانيًا، كم عدد الألعاب التي يُمكن الاشتراك فيها وتكون الكلفة الكلية متساوية في كل من مدينتي الملاهي؟

التراحم والتعاظم بالتاريخ

ارجوحة الخيل هي أقدم لعبة يُمكن ركوبها للتسلية وما زالت تُستخدم حتى الآن. أوّل تسليي لها كان عام ١٧٩٩ في Salem Mass. وهي ما زالت من الألعاب المفضلة لدى الصغار.

تذكّر

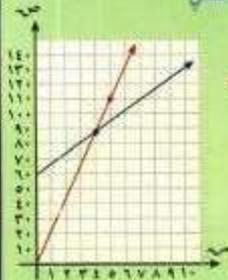
الحل للمعادلة من متغيرين يكون زوجاً مرتباً، وليس عدداً واحداً.

طريقة أخرى لإيجاد الحل لنظام من المعادلات الخطية هي التمثيل البياني لكل من المعادلتين وإيجاد النقطة التي تقع على كل من الخطين الممثلين للمعادلتين، ثم تعيين قيمة الإحداثي السيني وقيمة الإحداثي الصادي لتلك النقطة.

مثال (٢)

يهوى جاسم رياضة الغوص في البحر وعليه أن يختار الحل الأفضل. إذا استأجر لوازم الغطس يتوجب عليه دفع ٢٢ ديناراً في كل يوم غطس. أما إذا اشترى لوازم الغطس بمبلغ ٦٠ ديناراً، فيتوجب عليه دفع ٧ دنانير لكل يوم غطس.

- (أ) كم هو عدد أيام الغطس في كل من الاختارين لتكون الكلفة واحدة؟
افرض أن x هو عدد أيام الغطس، k هي الكلفة الإجمالية فتكون
- $k = 22x$ من الكلفة الكلية إذا استأجر لوازم الغطس
 $k = 60 + 7x$ من الكلفة الكلية إذا اشترى لوازم الغطس



(ب) مثل بيانياً كل خط مستقيم، ثم أوجد النقطة التي يتقاطع فيها الخطان.

س	ك = 22س	س	ك = 60 + 7س
0	0	0	60
4	88	4	88
5	110	10	130

(ج) يتقاطع الخطان في النقطة (٤، ٨٨). تحقق من ذلك بالتعويض بالإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة في كل من المعادلتين.

$$\begin{aligned}
 k &= 22x & k &= 60 + 7x \\
 88 &\stackrel{?}{=} 22 \times 4 & 88 &\stackrel{?}{=} 60 + 7 \times 4 \\
 88 &= 88 & 88 &= 88
 \end{aligned}$$

إذا غطس جاسم ٤ أيام تكون الكلفة نفسها وهي ٨٨ ديناراً.



يُعتبر موقع دولة الكويت على ساحل الخليج العربي ذا أهمية كبرى بحيث وفر للسكان الفرص للعمل في الملاحة البحرية والغوص في الأعماق للبحث عن اللؤلؤ الذي اشتهرت به دول الخليج العربي والذي كان له دور بارز في الاقتصاد قبل اكتشاف النفط.

تحقق من فهمك

- كيف تعرف أن زوجاً مرتباً معيناً هو حل لنظام ذي المعادلتين؟
- كيف يُمكنك إيجاد الحل لنظام من المعادلات من الرسم البياني؟





أيهما سيكون أقل كلفة لركوب الزلاجة ١٢ مرة، شراء تصريح دخول شهري قيمته ٣٠ دينارًا بالإضافة إلى مبلغ ١,٥٠٠ دينارًا ثمنًا لتذكرة ركوب في كل مرة، أم شراء تذكرة ركوب قيمتها ٤ دنانير عند الركوب في كل مرة؟

افهم

١ كم عدد تذاكر ركوب الزلاجة التي ستشترىها؟

٢ كم عدد الفرص المختلفة المتاحة لشراء تذاكر ركوب الزلاجة؟

حفظ

٣ كيف يمكنك أن توجد الكلفة لركوب الزلاجة ١٢ مرة بدفع ١,٥٠٠ دينارًا لكل مرة مضافًا إليها ٣٠ دينارًا ثمن تصريح الدخول الشهري؟

٤ كيف يمكنك إيجاد كلفة ركوب الزلاجة ١٢ مرة بشراء تذكرة ركوب قيمتها ٤ دنانير عند الركوب في كل مرة؟

٥ كيف يمكنك أن تقرّر أيهما أقل كلفة؟

حل

٦ أوجد كلفة ركوب الزلاجة ١٢ مرة بـ ١,٥٠٠ دينارًا لكل مرة مضافًا إليها ٣٠ دينارًا ثمن التصريح؟

٧ أوجد كلفة ركوب الزلاجة ١٢ مرة بـ ٤ دنانير لكل مرة.

٨ أي من الوسيطين تكون أوفر طريقة لشراء تذاكر ركوب الزلاجة ١٢ مرة؟

تحقق

٩ إذا اشتريت تذاكر ركوب الزلاجة أقل أو أكثر من ١٢ مرة، هل كانتا الطريقتين لشراء التذاكر سوف تكلفك المبلغ نفسه؟ فسر.

حل مسألة أخرى

١٠ أيهما سيكون أوفر عند ركوب ١٥ لعبة في مدينة الملاهي: شراء تصريح دخول قيمته ٥ دنانير ومضاف إليه ١,٥٠٠ دينارًا لكل لعبة، أم شراء تذكرة قيمتها ٢ دينارًا عند ركوب كل لعبة؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التوصل: من المحتمل أن يُمارس جاسم رياضة التزلج على الجليد خمس أو ست مرات هذا العام، لذلك فهو يُفكر في الاشتراك في نادي للتزلج، قيمة الاشتراك فيه هي ٢٥ ديناراً في السنة بالإضافة إلى ٥ دقائق لكل مرة يُسمح له فيها بالتزلج، ويُمكنه أيضاً التزلج بدون اشتراك مقابل دفع ١٠ دقائق لكل مرة. هل من الأفضل أن يشترك في نادي التزلج؟ استخدم الرسم البياني لتوضيح إجابتك.

٢ التفكير الناقد: إذا كان هناك خطان لهما الميل نفسه والجزء المقطوع من محور الصادات نقيضه، فما النقاط التي يشترك فيها الخطان؟

٣ المجلة: اكتب مسألة حياتية تستطيع حلها باستخدام الرسم البياني للمستقيمين: ص = ٥ + ص = ٢.



المتباينات الخطية Linear Inequalities



◀ **صلة الدرس** في دروس سابقة قُمت بحل المتباينات في متغير واحد وتمثيلها على خط الأعداد، والآن يُمكنك حل المعادلات من متغيرين ويُمكن أن ترى كيف تحل بيانياً المتباينات من متغيرين وتمثيلها. ▶

سوف تتعلم كيفية التعبير عن المتباينات من متغيرين بيانياً.

استكشف المتباينات الخطية

إلى أي جانب سيكون؟
الأدوات المستخدمة: ورقة رسم بياني (مسطرة)، مملحات الرسم البياني



تخيّل نفسك فوق شجرة جميلة إلى جانب النهر. عندما تقرب من الشلالات تكتشف حبالاً مدعماً بعوامات تقسم النهر، ولوحة مسجلاً عليها $ص = س - 4$ عليك أن تختار مباشرة جانباً واحداً من النهر.

1 ارسم المستقيم: $ص = س - 4$ الذي يُمثل الحبل الذي يقسم النهر.

2 اختر أي نقطة فوق الخط الذي رسمته. قرّر ما إذا كانت النقطة التي اخترتها تجعل $ص = س - 4$ أم $ص < س - 4$ أو $ص > س - 4$ صحيحة. دعم استنتاجك.

3 اختر أي نقطة أسفل الخط. قرّر ما إذا كانت النقطة التي اخترتها تجعل $ص = س - 4$ أم $ص < س - 4$ أم $ص > س - 4$ صحيحة. دعم استنتاجك.

4 افترض أن حلول المتباينة $ص < س - 4$ تُشير إلى جانب التحدي (مياه الشلالات يضاء) و $ص > س - 4$ تُشير إلى الجانب الأسهل (طوغ الأمر)، ظلل بحقبة الجانب الذي سوف تختاره، وارسم فارفاً على هذا الجانب، وعتقه بما يُناسبه من $ص < س - 4$ أو $ص > س - 4$.

من الاستخدامات المستخدمة مختبر المياه المتباينات لوصف معدلات الشوائب المسموح بها في عتبات مياه الشرب.



المصطلحات الأساسية

◀ متباينة خطية
Linear Inequality
◀ خط فاصل (خط الحدود)
Boundary Line

تعلم المتباينات الخطية

منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين: لتحديد ما إذا كانت قيمة معينة هي حلاً لمتباينة ذات متغير واحد، يُمكنك التعويض و رؤية ما إذا كانت المتباينة صحيحة. يُمكنك عمل الشيء نفسه للمتباينات من متغيرين.

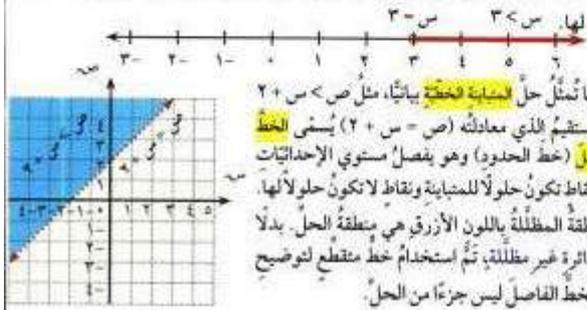
مثال (1)

حل (1، 5) أحد حلول المتباينة $ص < 2 + 5$

اكتب المتباينة
 $ص < 2 + 5$
 حوِّص بالزوج المرتب في المتباينة
 $2 + 1 < 5$
 $3 < 5$
 ركِّز لتري أن المتباينة الناتجة صحيحة
 الزوج المرتب (1، 5) هو أحد حلول المتباينة $ص < 2 + 5$.

تذكَّر
 إنك تعرف كيف يُمثل حل المتباينات بيانياً على خط الأعداد. لتستخدم دائرة غير مظللة لتوضيح أن النقطة (س = 3) ليست جزءاً من الحل.

عندما تُمثل حل متباينة في متغيِّر واحد بيانياً، مثل $ص < 3$ ، النقطة (س = 3) تُسمى نقطة حدية تفصل الخط إلى نقاط تكون حلولاً للمتباينة ونقاط أخرى ليست حلولاً لها.

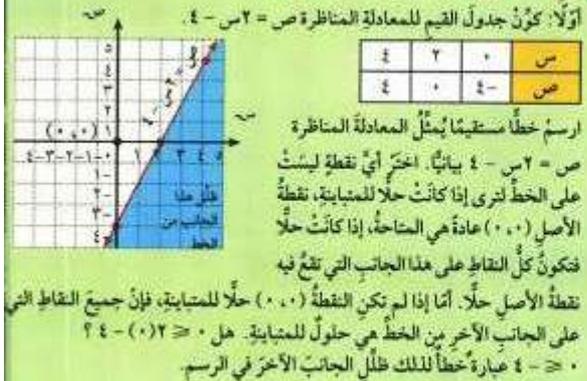


عندما تُمثل حل المتباينة لمتغيِّر بيانياً، مثل $ص < 2 + 5$ والمستقيم الذي معادلته (ص = 2 + 5) يُسمى الخط الفاصل (خط الحدود) وهو يفصل مستوي الإحداثيات إلى نقاط تكون حلولاً للمتباينة ونقاط لا تكون حلولاً لها. المنطقة المظللة باللون الأزرق هي منطقة الحل. بدلاً من دائرة غير مظللة، تم استخدام خط منقطع لتوضيح أن الخط الفاصل ليس جزءاً من الحل.

تذكَّر
 إذا كانت علاقة التباين (الترتيب) \geq أو $>$ فنستخدم خطاً غير منقطع في الرسم.
 إذا كانت علاقة التباين (الترتيب) \leq أو $<$ فنستخدم خطاً منقطعاً في الرسم.

أمثلة

مثال منطقة حل المتباينة $ص \geq 2 - 4$ بيانياً.



HINT
 بعض الآلات الحاسبة تُبيِّن لك أن تخيير القيم في المتباينات فتعطيك إجابة 1 تكون صحيحة وإجابة صفر تكون غير صحيحة. هذه الشاشة تُظهر لك أن (4، 0) هي حل لـ $ص \geq 2 - 4$.

حاول أن تحل

مثال منطقة حل المتباينة $ص < 2 - 4$ بيانياً.



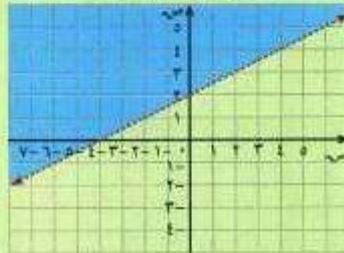
مثّل منطقة حل المتباينة $x + 0.5 < 2$ بيانياً.

الحل:

أولاً: كوّن جدول القيم للمعادلة المناظرة $x + 0.5 = 2$

س	٠	٤-	٢
ص	٢	٢	٣

ارسم خطاً مستقيماً يمثل المعادلة المناظرة $x + 0.5 = 2$



خذ نقطة الأصلي.

$$\text{هل } 2 + (0)0.5 < 0$$

$2 < 0$ عبارة خطأ. لذلك ظلل الجانب الآخر في الرسم.

حاول أن تحل

٢ مثّل منطقة حل المتباينة $x \leq 3$ بيانياً

منطقة الحل المشترك لمتباينتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً.

لإيجاد منطقة الحل المشترك لمتباينتين، مثّل بيانياً منطقة الحل لكل متباينة، ثم أوجد منطقة الحل المشترك والتي تتكوّن من جميع النقاط (س، ص) التي تنتمي إلى منطقة الحل المشترك للمتباينتين معاً.

مثال (٤)

مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين التاليتين:

$$\text{ص} < 3 + \text{س}$$

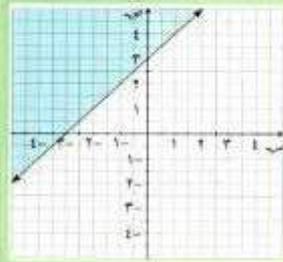
$$\text{ص} > 1 - \text{س}$$

الحل:

أولاً: مثل منطقة حل المتباينة $\text{ص} < 3 + \text{س}$ بيانياً

كوّن جدول القيم للمعادلة المناظرة $\text{ص} = 3 + \text{س}$

س	٠	١	٢
ص	٣	٤	٥



ارسم خطاً مستقيماً يمثل المعادلة المناظرة

تُحَدِّثُ نَقْطَةً وَلَكِنْ نَقْطَةُ الْأَصْلِ (٠، ٠)

$$3 + 0 < 0$$

$$0 < 3$$

لذلك ظلل الجانب الآخر من الرسم.

ثانياً: مثل منطقة حل المتباينة $\text{ص} > 1 - \text{س}$ بيانياً

كوّن جدول القيم للمعادلة المناظرة $\text{ص} = 1 - \text{س}$

س	٠	١	٢
ص	١	٠	-١

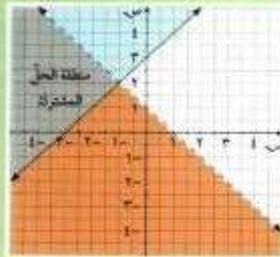
ارسم خطاً مستقيماً متقطعاً يمثل المعادلة المناظرة $\text{ص} = 1 - \text{س}$

تُحَدِّثُ نَقْطَةَ الْأَصْلِ (٠، ٠)

$$0 > 1 - 0$$

$$0 > 1$$

لذلك ظلل الجانب الذي يحوي نقطة الأصل.



حاول أن تحل

٣ مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

$$\text{ص} > 2 - \text{س}$$

$$\text{ص} < 3 - \text{س}$$

على شبكة إحداثيات واحدة.

تحقق من فهمك

- ١ كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت (٨، ٣) هي أحد حلول المتباينة $\text{ص} > 2 + 3\text{س}$ أم لا؟
- ٢ عند رسم متباينة خطية من متغيرين بيانياً، متى ترسم الخط الفاصل متصلاً ومتى ترسمه متقطعاً؟
- ٣ كيف تعرف أن التظليل سيكون فوق الخط أو أسفله عند رسم حل المتباينة الخطية بيانياً؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: مثل بيانياً $ص > ٣ + ٢$ ، $ص \leq ٢$ على شبكة الإحداثيات نفسها. لاحظ أن ورقة الرسم البياني قد قُسمت لأربع مناطق. اختر نقطة في كل منطقة. عوِّض بإحداثيات كل نقطة في كل من المتباينتين. ما المنطقة التي تحتوي على النقاط التي تُحقق كلا من المتباينتين؟

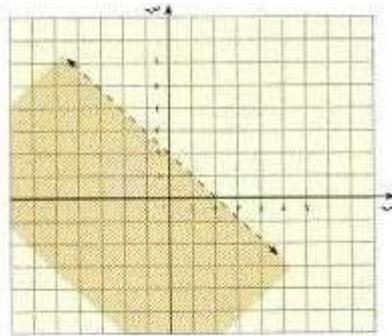
٢ منطقة حل المتباينة التي يوضحها التمثيل البياني أدناه هي:

(أ) $ص < ٢ + ٣$

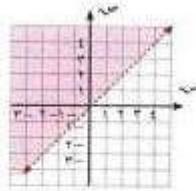
(ب) $ص \leq ٢ + ٣$

(ج) $ص > ٢ + ٣$

(د) $ص \geq ٢ + ٣$



٣ التفكير الرياضي: ما المتباينة التي يُعبّر عنها الرسم البياني أدناه؟



٤ المجلة: قارن ونسّق التمثيل البياني لمتباينة من متغيرين مع التمثيل البياني للمعادلة المناظرة لها.

إستراتيجيات حلّ المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عمّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقيّ.
- ارسّم تمثيلاً بيانياً.
- حلّ مسألة أبسط.



اختيار الوحدة الثالثة

- ١ أوجد قيمة s عندما $s = 2$ في المعادلة: $s = 7 + 4s$
 ٢ أوجد القاعدة التي تربط s مع s في الجدول، ثم أوجد قيمة s عندما $s = 12$

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٥-	٤-	٣-	٢-	١-

٣ أعط حلين للمعادلة: $s + 4 = 21$

٤ الزوج المرتب الذي يحقق المعادلة: $s = 2 + 4s$ هو
 (أ) (٤، ١٢) (ب) (٧، -١) (ج) (-٣، ١٠)

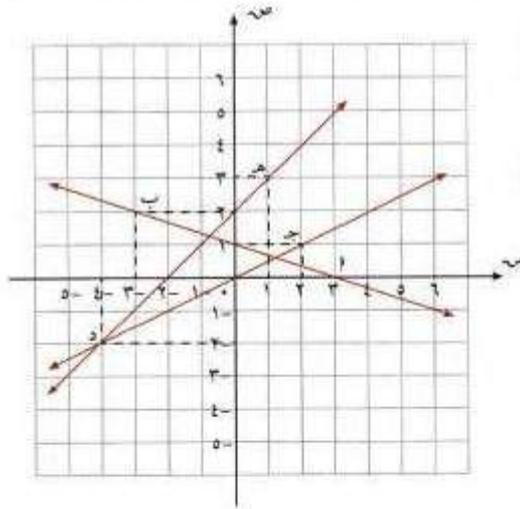
٥ مثل بيانياً المعادلة: $s = \frac{1}{3}s + 2$. استخدم: ٠، ١، ٢، ٣ لقيم s .

٦ مثل بيانياً الأزواج المرتبة الواردة على الجدول أدناه، صل النقاط مع بعضها. هل حصلت على خط مستقيم؟

س	٤-	٢-	٠	٢	٤
ص	٣	٢	١	١-	٢-

٧ في الشكل المقابل أوجد:

لكل خط مستقيم على شبكة الإحداثيات: الميل، الجزء المقطوع من محور السينات، والجزء المقطوع من محور الصادات.

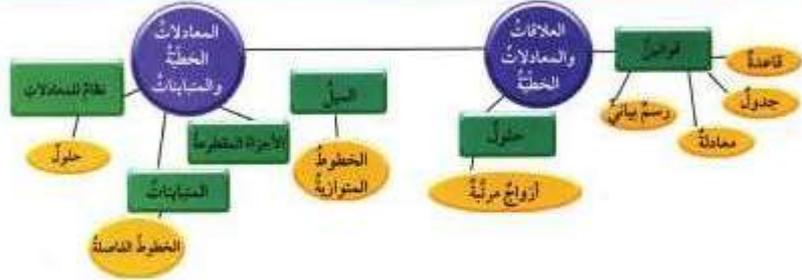


- (أ) المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ، ب.
 (ب) المستقيم الذي يمر بالنقطتين ج، د.
 (ج) المستقيم الذي يمر بالنقطتين هـ، د.

اختبار الوحدة الثالثة

- ٨ ارسم على شبكة إحداثيات المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل ويكون ميله:
- (أ) $s = \frac{4}{3}$ (ب) $s = -\frac{4}{3}$ (ج) صفرأ (د) $s = -\frac{2}{3}$ (هـ) $s = 1$
- ٩ ارسم المستقيم الذي معادلته $s = -\frac{3}{4}$ ، ثم أوجد الميل، والجزء المقطوع من محور السينات، والجزء المقطوع من محور الصادات.
- ١٠ أوجد الحل للمعادلتين: $s = 2 + 3s$ ، $s = -3$ باستخدام التمثيل البياني.
- ١١ مثل بيانياً المستقيمين حيث لهما المعادلتان: $s = \frac{1}{3} + 2$ ، $s = -3$ ، هل المستقيمان متوازيان؟ اشرح إجابتك.
- ١٢ مثل منطقة الحل بيانياً:
- (أ) $s \leq -4$
- (ب) $s > -\frac{2}{3} + 1$
- تقييم أداء
- ١٣ في كل ما يلي:
- أولاً: كوّن جدولاً للازواج المرتبة لكل معادلة ثم ارسم المستقيم الذي يمثّلها.
- ثانياً: أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات لكل خط مستقيم.
- ثالثاً: أي الخطوط متوازية؟
- (أ) $s = 3$
- (ب) $s = 3 + 3$
- (ج) $s = \frac{1}{3}$
- (د) $s = \frac{1}{3} + 3$
- (هـ) $s = -\frac{2}{3}$
- (ز) $s = -\frac{2}{3} + 3$

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة



الوحدة الثالثة (أ): معادلات وعلاقات خطية

- العلاقات بين كميتين يمكن وصفها باستخدام كلمات أو جداول للقيم أو رسوم بيانية أو معادلات. إذا كان بإمكانك وصف علاقة بمعادلة، يمكنك أيضًا وصفها بجدول.
- يمكنك أحيانًا إيجاد معادلة تربط بين متغيرين بالنظر إلى جدول قيم المتغيرات.
- الحلول لمعادلة من متغيرين هي أزواج مرتبة. زوج مرتب يكون حلًا للمعادلة إذا حققها عند التعويض بقيمة الإحداثي السيني والصادي له في المعادلة.
- يمكنك إيجاد حل لمعادلة باختيار قيمة معينة لأحد المتغيرين والحل لإيجاد المتغير الآخر.
- يمكنك رسم النقاط التي تمثل حلولًا لمعادلة من متغيرين إذا كانت النقاط تقع على خط، المعادلة تكون معادلة خطية.

الوحدة الثالثة (ب): معادلات خطية ومتباينات

- تُجبرنا ميل الخط كيف يكون انحداره وهو النسبة بين الارتفاع الراسي (rise) والامتداد الأفقي (run). الخط المستقيم الذي انحداره لأعلى من اليسار إلى اليمين له ميل موجب، والخط المستقيم الذي انحداره لأسفل له ميل سالب.
- الخطوط المتوازية لها الميل نفسه، ولا تقاطع في نقطة واحدة.
- طول الجزء المقطوع من محور السينات لمعادلة خطية هو القيمة من للنقطة التي عندها يمر الخط بمحور السينات، وطول الجزء المقطوع من محور الصادات هو القيمة من للنقطة التي عندها يمر الخط بمحور الصادات.
- نظام المعادلات الخطية هو معادلتان خطيتان أو أكثر وأزواج المعادلات الخطية يمثلها خطان مستقيمان. وإذا كان هذان الخطان متقاطعين في نقطة فإن حل النظام هو زوج مرتب واحد يحقق كلًا من المعادلتين.
- المتباينة الخطية تربط بين متغيرين باستخدام إحدى العلاقات $>$ أو $<$ أو \geq أو \leq . زوج مرتب معين يكون حلًا للمتباينة الخطية إذا أعطت عبارة صحيحة عند التعويض بقيمة كل من x ، y في المتباينة الخطية.
- لرسم منطقة حل المتباينة الخطية بيانيًا، أولاً نرسم الخط الفاصل الذي يقسم مستوى الإحداثيات إلى تقاطع تكون حلًا ونقاط لا تكون حلًا. استخدم خطًا متقطعًا للمتباينات التي فيها علاقة $>$ أو $<$. استخدم خطًا متصلًا (غير متقطع) للمتباينات التي فيها علاقة \geq أو \leq . ظلل المنطقة التي تحتوي على الحلول.

التحليل والمعادلات والمتباينات والحدوديات النسبية
Factorizing, Equations, Inequalities,
and Rational Polynomials

الوحدة
الرابعة

شعوب العالم

كانت أقدم آلة تصوير بحجم غرفة مع مساحة لشخص واحد أو أكثر في الداخل. آلة التصوير الأولى كانت صغيرة ومحمولة وعملية للتصوير صنعها يوهان زان عام ١٦٨٥. هل تعلم أن كل صورة لها الصيغة التالية: $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ حيث f = بؤرة عدسة آلة التصوير.

د = المسافة بين العدسة والمراد تصويره.

د = المسافة بين العدسة والشاشة حيث تستقر

الصورة على آلة التصوير.

الدراسات الاجتماعية

يُمكنُ خفضُ استهلاكِ الطاقة الكهربائية بتأنيح بعض الارشادات والنصائح:

- الإكثارُ من الضوء الطبيعي أثناء النهار
- إطفاء الأنوار فور مغادرة الأمكنة المشغولة
- استخدام مصابيح توفير الطاقة.

- فصل الكهرباء عن السخان إذا لم يكن في حالة الاستخدام.

- إغلاق جهاز التكييف عند ترك الغرفة لفترة طويلة. أما بالنسبة لخفض استهلاك المياه، فيمكنُ أتباع بعض الإرشادات والنصائح. نذكرُ أن أكبر كمية لاستهلاك المياه هي في الحمامات (حوالي ٤٠٪). لذا حاول تخفيض كمية تدفق المياه.

- إن ثلثي أكبر كمية لاستهلاك المياه هي في المطابخ لذا يُستحسن تركب تبويلة في طرف من الفستور لضبط تدفق المياه.

- استخدام الدش بدلاً من المغطس.

- أغلق صنوبر الماء أثناء غسل الأسنان أو الحلاقة والاستحمام كتراب يحتوي على الماء.



الحدود

إن التكلفة (س)، بملايين
الدنانير لتلقيح س / من
يمكن إحضار الدول ضد
الأمراض الموسمية مثل
الإنفلونزا التي تنتشر في
الفصول الباردة من السنة
تُعطى بالحدودية النسبية
د(س) = $\frac{130}{100} س$



الهدسية

تستخدم الحدوديات النسبية لتقدير أو تعديل
معادلات معقدة في هندسة الأقطاب من
الأتمتة الصناعية، بالإضافة إلى علم البصريات
لتحسين نوعية الصورة.



العلاقات الرياضية المتكافئة

تُحلل الفرق بين مربعين وتستخدمه لحل معادلات من
الدرجة الثانية.

إذا أردنا حل معادلة من الدرجة الثانية بعد تحليلها إلى
عوامل، فعلينا إيجاد أصفار عاملاتها.

تُحلل المتباينة بإيجاد كل قيم المتغيرات التي تحقق
المتباينة وتمثل هذه القيم على خط الأعداد.

الحدودية النسبية هي قسمة كثيرة الحدود على أخرى
مثال: $\frac{2س + 3}{س^2}$

لجمع الحدوديات النسبية أو لفرجها يجب أن نأخذ
المضاعف المشترك الأصغر لمقامات الحدوديات النسبية.

لضرب الحدوديات النسبية نضرب البسط بالبسط والمقام
بالمقام، شرط أن تكون المقامات غير صفرية.

عند قسمة حدودية نسبية على أخرى، نضرب الحدودية
الأولى بالمعكوس الضربي للحدودية الثانية.

مشروع الوحدة

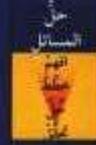
في هذا المشروع، سوف يقوم الطلاب
بتدريس استهلاك الطاقة الكهربائية والمياه
في مجتمع تجاري وكتابة تقرير مفصل عن
مجالات الهدر والقترح الحلول الصحيحة لترشيد
استهلاك الطاقة الكهربائية والمياه.



التركيزُ على حلِّ المسائلِ

تتضمَّن هذه المسألة معطيات غيرَ ضرورية، أثيرُ إليها، وقسِّم المسألة إلى مسائلٍ بسيطةٍ، وأجب عن الأسئلةِ التالية:

1. يخطط أحمدُ لزراعة قطعة أرضٍ مستطيلة الشكل في حديقة منزله ويريدُ زراعة نصف مساحتها بالطماطم، والنصف الآخر منها بالخيار ليبيعه في السوق بسعرٍ دينارٍ لكل كيلوجرام. طولُ قطعة الأرض المراد زراعتها ضعفُ عرضها، والذي يُساوي من مترٍ. وسعرُ كلِّ مترٍ مربعٍ ٤٠٠ دينار. إذا أراد أحمدُ أن يُحيطَ قطعة الأرضِ بسورٍ عرضه مترٌ واحدٌ من الجهات الأربع لقطعة الأرض بحيث يرضيه بالحصى بمساحة ٤٠ مترًا مربعًا. أوجد طولَ وعرضَ قطعة الأرض المراد زراعتها.
2. علام تُركِّز المسألة؟
3. ما المطلوبُ إليك إيجادُه؟
4. أوجد مساحة الممرِّ مع قطعة الأرض المزروعة بدلالة س.
5. أوجد مساحة قطعة الأرض المزروعة بدلالة س.
6. أوجد مساحة الممرِّ بدلالة س.
7. أوجد قيمة س.
8. أوجد طولَ الحديقة وعرضها.
9. ما المعطياتُ غيرُ الضرورية في المسألة؟



قراءة المسألة

عند قراءة المسألة قد نجد صعوبة في فهم المسألة أولاً. أحذف المعطيات غير الضرورية، ثم قسِّم المسألة إلى مسائلٍ صغيرة. تأكد من فهم كل جزء من المسألة.

إنتاج المصانع

الكلفة من المعادلات. يهتم بعض المحللين بإيجاد مستوى الإنتاج لتفادي خسائر غير مرغوب فيها. فيلجأون إلى صياغة معادلات رياضية للكلفة والمعادلات، والأرباح في سبيل الحصول على مستوى الإنتاج حيث تتعادل الكلفة مع المعادلات، محاولين حل معادلات رياضية عن طريق تحليلها.

في شركات إنتاج الرقاقات الإلكترونية، يقول المحللون إن الأرباح تُمكنها المعادلة التالية:

$$r(s) = -s^2 + 8s - 7$$

حيث: r : الربح الأسبوعي بالآلاف الدولارات.

s : الكمية المباعة بالآلاف الوحدات.

تأخذ مصانع الرقاقات الإلكترونية بعين الاعتبار ثلاثة عوامل:

الكلفة، والمعادلات، والربح. وهي قواعد أساسية ومهمة في التحليل المالي لإنتاج الشركة. وبناءً على مقارنتها يُحدّد نجاح الشركة. فهناك الكلفة الثابتة بغض النظر عن كمية الإنتاج مثل: فواتير الطاقة، والإيجار، والتأمين، والدعاية، وغيرها. وهناك أيضًا الكلفة المرتبطة مباشرة بكمية الإنتاج أي كلفة المواد الأولية التي تدخل في عملية تصنيع المنتج.

أما عائدات المصنع، فهي المبلغ الإجمالي الذي دخل إلى المصنع والمعاد عن بيعه منتجًا أو من أي خدمات أخرى. أما الربح فهو ناتج طرح

١ هل يربح المصنع إذا لم يُنتج؟ إذا أنتج ألف رقاقة؟ ألفين؟ ٤ آلاف؟ ٥ آلاف؟ ٧ آلاف؟

٢ ابحث عن طريقة تُمكنك من كتابة

$r(s) = -s^2 + 8s - 7$ على صورة ضرب عاملين

تحليل الفرق بين مربعين

Factorizing the Difference between Two Squares

◀ صلة الدرس: تعرّفت في السابق على المقادير الجبرية، والآن سوف تتعلّم تحليل الفرق بين مربعين إلى عوامل أوليّة. ▶

استكشاف تحليل الفرق بين مربعين

مستلزمات: مسطرة - مقص

في الرسم: أ ب ج د مربع طول ضلعه س، أ ل و ن مربع طول ضلعه ص.

١ أوجد مساحة كل من المربعين.

(ب) ما الفرق بين مساحتي المربعين؟

٢ في الشكل (١)، حدّد المنطقة التي تُمثّل الفرق بين مساحتي المربعين.

٣ عيّن القطعة ع على د ج حيث $دع = أ ل$

٤ قُصّ المستطيل ن ر ع د والصفّ على الضلع ع ج كما هو مبيّن في الشكل المقابل.

(أ) ما أبعاد المستطيل ل ب ن' د'؟

(ب) ما مساحة المستطيل ل ب ن' د'؟

٥ تحقّق من صحّة العلاقة:

$$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$$

تعلّم تحليل الفرق بين مربعين

يُمكنك استخدام الفرق بين مربعين لتحليل تعابير جبرية إلى عواملها الأوليّة.

أمثلة

١ حلّل: $س^٢ - ١$ إلى عوامله الأوليّة.

الحلّ: $س^٢ - ١ = (س - ١)(س + ١)$

$$= (س - ١)(س + ١)$$

سوف تتعلّم تحليل الفرق بين مربعين.

من الاستخدامات يستخدم الباحثون العلميون تحليل المقادير الجبرية في حل الكثير من المسائل الفيزيائية.

المصطلحات الأساسية

◀ الفرق بين مربعين

Difference Between Two Squares

◀ عوامل أوليّة

Primary Factors



حاول أن تحل

١ حلل: ١ - ٤ م^٢ إلى عوامله الأولية.

٢ حلل: ٤ - ٤٩ و٤٩ - ٤ إلى عوامله الأولية.

$$\begin{aligned} \text{الحل: } ٤ - ٤٩ - ٤ &= (٢) - (٧) \\ &= (٧ - ٢)(٧ + ٢) \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٢ حلل كلاً مما يلي إلى عوامله الأولية:

(أ) و١ - ٣٦ (ب) ٦٤ من ١ - ١٢١ (ج) ١٦ - ص^٢

٣ حلل: ٨ - ٢ من ١ إلى عوامله الأولية.

$$\begin{aligned} \text{الحل: } ٨ - ٢ من ١ &= ٢ \times ٢ - ٤ \times ٢ من ١ \\ &= ٢(٢ - ٤ من ١) \\ &= ٢(٢ - ٢)(٢ من ١). \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٣ حلل: ٥٠ - ١٨ ك^٢ إلى عوامله الأولية.

٤ مربعان يزيد طول ضلع أحدهما عن الآخر بمقدار وحدة طول واحدة، وتزيد مساحته

٧ وحدات مربعة عن مساحة الآخر. أوجد طول ضلع المربع الأصغر.

الحل: ليكن س طول ضلع المربع الأصغر.

$$\text{المعادلة: } (س + ١) - س = ١$$

$$(س + ١) - س = ١$$

$$٧ = (١ + ٢س)(١)$$

$$٦ = ٢س$$

$$٣ = س$$

يبلغ طول ضلع المربع الأصغر ٣ وحدات.



لنحسب من فيزيك

- ١ هل يُمكنُ تحليلُ مجموع المرّعين $١٦ + ١٦$ ب ١٦ ؟
- ٢ حلّل زميلك ٤ من $١٢١ - ١٢١$ ، وحصل على $(٤س + ١١) (٤س - ١١)$ من $١١ - ١١$. ما الخطأ الذي وقع فيه؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

- ١ أوجد قيمة $١٧ - ١٦$ بالتحليل.

- ٢ ع ن د مثلث قائم الزاوية في ن، إذا كان $ع د = ٢٥$ سم، $ع ن = ٢٠$ سم، أوجد طول $د ن$.

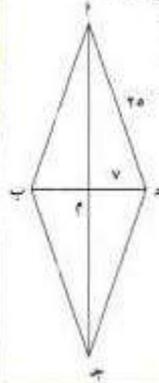
- ٣ حلّ كلّ ما يلي:

$$(١) \frac{١}{٤} م - \frac{١}{٩} م$$

$$(ب) ١٥ ح - ٥ د$$

$$(ج) ١٦ ص - ١$$

- ٤ ا ب جد معين مركزه م، $د م = ٧$ سم، $م ج = ٢٥$ سم. أوجد طول $ا ج$.



معلومة مفيدة
مركز المعين هو
نقطة تلاقي قطريه.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كن جدولاً.
- عمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $x^2 + bx + c$

Factorizing Trinomial of the Form: $x^2 + bx + c$

◀ صلة الدرس تعلمت في الدرس السابق كيفية التحليل باستخدام الفرق بين مربعين، والآن سوف نحلل حدودية ثلاثية على الصورة $x^2 + bx + c$.

استكشف تحليل حدودية على الصورة $x^2 + bx + c$

لتحليل $x^2 - 10x + 24$ ، ابحث عن عددين يكون ناتج ضربهما -24 وناتج جمعهما -10 .

١ أكمل الجدول:

العددان	ناتج الضرب	ناتج الجمع
٢٤، -١	-٢٤	-٢٣
١٢، -٢	-٢٤	-١٠
٨، -٣	-٢٤	-١١
٦، -٤	-٢٤	-٢

- ٢ ما العددان اللذان يحققان الشرطين التاليين؟ ناتج ضربهما -24 وناتج جمعهما -10 .
- ٣ بسط: $(س + م) (س + ن)$ حيث $○$ و $□$ تمثلان العددين اللذين اخترتهما.
- ٤ كرر الخطوات من ١ إلى ٣ مع الحدودية: $س^٢ + ٦س + ٨$. أوجد عددين يكون ناتج ضربهما $٨+$ وناتج جمعهما $٦+$.

تعلم تحليل حدودية على الصورة $x^2 + bx + c$

لتحليل حدودية ثلاثية $س^٢ + بس + ن$ ، ابدأ بالبحث عن عددين $م$ ، $ن$ يحققان: $م * ن = ن$ ، $م + ن = ب$ ، ثم اكتب $س^٢ + بس + ن = (س + م) (س + ن)$.

سوف تتعلم
تحليل الحدودية الثلاثية
على الصورة
 $س^٢ + بس + ج$

من الاستخدامات
يستخدم الفيزيائيون تحليل
الحدوديات الثلاثية لحل
مسائل السقوط الحر أو
القفز بالمظلة.



المصطلحات الأساسية
حدودية ثلاثية

Trinomial



مثال (١)

حلل: ب^{-١} - ٥ + ب + ٦ إلى عواملها.

الحل: ابحث عن عددين يكون ناتج ضربهما ٦ ومجموعهما -٥.

$$١-، ٦- (١-) \times (٦-) = ٦-، ٦- (١-) + (٦-) = ٧- \text{ كلا}$$

$$٢-، ٣- (٢-) \times (٣-) = ٦-، ٦- (٢-) + (٣-) = ٥- \text{ نعم}$$

$$\text{إذًا: ب}^{-١} - ٥ + ب + ٦ = (ب - ٢)(ب - ٣)$$

$$\text{تحقق: (ب - ٢)(ب - ٣) = (ب - ٣) + (ب - ٢) - ٦ + ٦}$$

$$= ب^{-١} - ٥ + ب + ٦$$

حاول أن تحل

١ حلل: م^١ + ٧م + ١٢.

لاحظ في مثال (١) أن ناتج الضرب هو ٦، عدد موجب، وبالتالي العددين لهما الإشارة نفسها. وبما أن ناتج الجمع هو -٥ سالب نستنتج أن العددين سالبان.

مثال (٢)

حلل: م^١ - ١٤م - ٣٢ إلى عواملها.

الحل: ابحث عن عددين ناتج ضربهما -٣٢ وناتج جمعهما -١٤.

$$\text{العددين } ٢-، ١٦- \text{ يُحققان: } ١٦- \times ٢- = -٣٢، ٢- + ١٦- = -١٤$$

$$\text{إذًا: م}^{-١} - ١٤م - ٣٢ = (م + ٢)(م - ١٦)$$

حاول أن تحل

٢ حلل: م^١ + ٢م - ٣٥

لاحظ أن في المثال (٢) ناتج الضرب سالب، إذًا للعددين إشارتان مختلفتان.

تحقق من فهمك

أي مما يلي هو تحليل للمقدار $١١ + ١١ + ٢٤$ فسر.

(١) $(٨ - ١)(٣ - ١)$

(٢) $(٨ - ١)(٣ + ١)$

(٣) $(٢ + ١)(١٢ + ١)$

(٤) $(٨ + ١)(٣ + ١)$



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ أكمل، مستبدلاً □ بالعاملي الناقصي لتحصل على عبارة صحيحة.

(أ) $س^2 + ٢س - ١٥ = (س + ٥)(□)$.

(ب) $ل^2 + ١٠ل - ٢٤ = (ل - ٢)(□)$.

(ج) $ب^2 + ٣٠ب + ٥٠ = (ب + ٥)(□)$.

٢ هل يُمكن التأكيد أنه لا يُمكن تحليل الحدودية $س^2 + ٥س + ٨٠$ إلى عوامل أولية؟ قسّر.

٣ في الحدودية الثلاثية $س^2 + بس + ج$ ، ب عدد موجب، م، ن ناتج ضربهما هو ج وناتج جمعيهما هو ب. هل يُمكنك التأكيد أن العددين م، ن هما عددان موجبان؟ قسّر.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كرر جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

تحليل حدودية ثلاثية على الصورة:

$$اس^٢ + ب س + ج$$

Factorizing Trinomials of the Form:

$$ax^2 + bx + c$$

◀ صلة المدرسي في الدرس السابق، حللت حدوديات ثلاثية على الصورة $اس^٢ + ب س + ج$ والآن سوف نُحلل حدوديات على الصورة: $اس^٢ + ب س + ج$

استكشف تحليل حدودية على الصورة: $اس^٢ + ب س + ج$

١ أوجد ناتج ضرب كلٍ مما يأتي:

$$(أ) (١ + ٢س) (١ + ٣س) = \dots$$

$$(ب) (٢ + ٣س) (٢ + ٤س) = \dots$$

$$(ج) (٢س - ٣) (٣س + ١) = \dots$$

٢ ما العلاقة بين معاملي $اس^٢$ وناتج ضرب معاملي $س$ في العوامل؟

٣ ما العلاقة بين الحد الثابت في الصيغة المبسطة والحدتين الثابتيين في الصيغة المحللة إلى عوامل؟

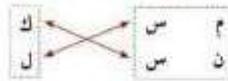
٤ كيف تحصل على معاملي $س$ في الصيغة المبسطة؟ على الصورة $اس^٢ + ب س + ج$ ؟

تعلم تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $اس^٢ + ب س + ج$

لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $اس^٢ + ب س + ج$ نبدأ أولاً بكتابة أزواج الأعداد $م$ ، $ن$ ناتج ضربها يساوي $م \times ن$ ونكتب بالقرب منها أزواج الأعداد $ك$ ، $ل$ التي يساوي ناتج ضربها $ج$. نختار من بين أزواج الأعداد التوفيقية التي مجموعها $ب$ ونمثل ذلك بالصورة:

$$اس^٢ + ب س + ج = (م س + ك) (ن س + ل)$$

$$م \times ن = ب \text{ (معاملي } اس^٢ \text{)} \quad ك \times ل = ج \text{ (الحد الثابت)}$$



$$م س \times ل + ل \times ن س + ك \times م س = ب س \text{ (الحد الأوسط)}$$

سوف تتعلم
تحليل حدودية ثلاثية على
الصورة $اس^٢ + ب س + ج$.

من الاستخدامات
يستخدم سلاح المدفعية
تحليل الحدوديات الثلاثية
لدراسة موقع وزمان
سقوط القذيفة.



هل

قدّم الخوارزمي في كتابه
حساب الجبر والمقابلة حوالي
العام ٨٣٠ م، أول حل منهجي
للمعادلات التربيعية.



مثال (1)

حلل: $5س + 7س - 6$.

الحل:

الطريقة الأولى:

الحدودية الثلاثية: $اس + ب + ج$

تكتب: $(م + س + ك) (ن + ل)$ وبالمقارنة نجد أن: $م \times ن = 5$, $ك \times ل = 6$, $ك + ل = 7$

نبحث عن عددين $م, ن$ يكون ناتج ضربهما 5 ونبحث عن عددين $ك, ل$

ناتج ضربهما 6 على أن يكون: $م \times ل + ك \times ن = 7$

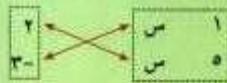
فنجد $م = 1$, $ك = 2$, $ن = 5$, $ل = 3$

وبالتالي تكون الحدودية بالتحليل تساوي: $(س + 1)(5س - 3)$

أو $(س + 1)(5س - 3)$

الطريقة الثانية:

(المحد الثابت) $-6 =$ (معامل $س$) $5 =$



حيث إن: $1س \times (3-) = 5س \times 2 = -6$

$3-س + 10س = 7س =$ الحد الأوسط

وبالتالي يكون: $5س + 7س - 6 = (س + 1)(5س - 3)$

حاول أن تحل

1 حلل: $3س + 7س - 6$.

تكرار
تدريب
مسائل
 $(س + 1)(س + 1) = (س + 1)(س + 1)$



مثال (٢)

حلل: $٦س + ١١ = ١٠ - ١٠$.

الحل:

الطريقة الأولى:

نكتب: $٦س + ١١ + ١٠ = ١٠ - ١٠ + (م + ن) + (ك + ل)$

أي أن: $٦س + ١١ + ١٠ = ١٠ - ١٠ + م + ن + ك + ل$

إذا بحث عن العددين م، ن نأخذ ضربيهما ٦ وبحث عن عددين ك، ل نأخذ ضربيهما ١٠ على أن يكون م + ل + ك + ن = ١١

فنجد: م = ٣، ن = ٢، ك = -٢، ل = ٥.

وبالتحليل نكتب: $٦س + ١١ + ١٠ = ١٠ - ١٠ + (٢ - ٣س) + (٥ + ٢س)$

الطريقة الثانية:

(معامل س) = ٦ (الحذ الثابت) = ١٠ -



حيث إن: $٣س + ٥ + ٢س + ١٠ = ١٠ - ١٠ + (٢ - ٣س) + (٥ + ٢س)$

وبالتالي يكون: $٦س + ١١ + ١٠ = ١٠ - ١٠ + (٢ - ٣س) + (٥ + ٢س)$

حاول أن تحل

٢ حلل: $٤س - ١٢ = ٩ +$.

من فيديك

تحقق

- ١ كيف تحلل المقدار الثلاثي $١س + ب + ج$ حيث $٢ + ٣ = ٥$ فشر.
- ٢ ما الفرق بين طريقة تحليل كل من الحدوديين الثلاثيين: $٢س + ب + ج$ ، $١س + ب + ج$ ؟
- ٣ حللي الحدودية $٢س + ٨ + ٦$ بطريقتين مختلفتين.



حل المسائل والتفكير المنطقي

أكمل:

(أ) $س^3 - ٦س - ٧ = (س + ١)(س - \dots)$

(ب) $س^2 - ١٥س + ٧ = (س - ٧)(\dots)$

(ج) $٦س^2 + ١٣س - ٥ = (\dots)(\dots)$

أوجد القيمة التي تُكمل كل مقدارٍ جبري بحيث يُمكن تحليله إلى عاملين كلٌّ منهما مكوّن من حدّين. وضح كل تحليل.

(أ) $س^2 - س - \dots$

(ب) $٦س^2 - ٧س + \dots$

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- تخمّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حلّ مسألة أبسط.

تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

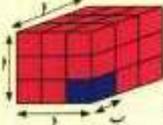
Factorizing the Difference between Two Cubes or their Sum

◀ صلة الدرس: حللت في الدرس السابق الفرق بين مربعين والحدوديات الثلاثة على الصورة $a^2 + b^2$ ، والآن سوف تتعلم تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما.

استكشاف تحليل الفرق بين مكعبين

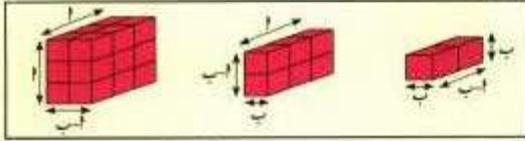
مستلزمات الدرس: مقص

- أخذ مكعباً طول ضلعه a واترغ من إحدى زواياه مكعباً صغيراً طول ضلعه b . في الرسم: $a=3$ ، $b=1$ (شكل ١).
- أوجد حجم الجسم الناتج بدلالة a ، b .



شكل (١)

- اقطع الجسم الناتج إلى ثلاثة مجسمات كل منها على شكل شبه مكعب كما في الرسم.



شكل (٢)

- اكتب حجم كل قطعة بدلالة a ، b .
- حدّد العامل المشترك بين الأحجام الثلاثة.
- أوجد ناتج جمع أحجام المجسمات الثلاثة.
- حلّ الناتج مستخدماً العامل المشترك في ٤.
- اكتب العلاقة بين ما حصلت عليه في ١ (ب)، ٥ (ب).

تعلم تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل الجمع بين مكعبين

$a^3 - b^3$ تُسمى الفرق بين مكعبين.

القانون: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

عند تحليل الفرق بين مكعبين يُمكن استخدام القانون:

الفرق بين مكعبين كشيئين = (الكمية الأولى - الكمية الثانية) (مربع الكمية الأولى + ناتج ضرب الكميّتين + مربع الكمية الثانية).

سوف تتعلم

- تحليل الفرق بين مكعبين.
- تحليل مجموع مكعبين.

من الاستخدامات

- يستخدم مهندسو البناء الفرق بين المكعبين أو مجموعهما لمعرفة كثافة الأسمت المستخدمة.



المصطلحات الأساسية

◀ فرق المكعبين

Difference between two cubes

◀ مجموع المكعبين

Sum of two cubes



مثال (١)

حلل: $س^2 - ٢٧س + ٢٧$.

الحل: $س^2 - ٢٧س + ٢٧ = (س - ٣)^2$

$$= (س - ٣)(س - ٣) = (س - ٣) \times (س - ٣)$$

$$= (س - ٣)(س - ٣ + ٠) = (س - ٣)(س - ٣ + ٠)$$

حاول أن تحل

١ حلل: $١٢٥س - ٦$.

يمكن استخدام قانون الفرق بين مكعبين لتحليل المقدار $٦س + ١٢٥$.

يكتب المقدار $٦س + ١٢٥$ على الصورة $٦(س - ١) - ٦$.

$$٦س + ١٢٥ = ٦(س - ١) - ٦$$

$$= (٦(س - ١) + ٦) - ٦ = (٦(س - ١) + ٦) - ٦$$

$$= (٦(س - ١) + ٦ - ٦) = (٦(س - ١))$$

القانون: $٦س + ١٢٥ = ٦(س - ١) + ٦ - ٦ = ٦(س - ١)$

مجموع مكعبين كقيمتين = (مجموع الكقيمتين) (مربع الكقيمتين الأولى - ناتج ضرب الكقيمتين
= مربع الكقيمتين الثانية).

أمثلة

٢ حلل: $ص^2 + ٦٤$.

الحل: $ص^2 + ٦٤ = (ص + ٨)^2$

$$= (ص + ٨)(ص + ٨) = (ص + ٨) \times (ص + ٨)$$

$$= (ص + ٨)(ص + ٨ + ٠) = (ص + ٨)(ص + ٨ + ٠)$$

حاول أن تحل

٢ حلل: (أ) $٨م + ١$.

(ب) $١ + ١$.

٣ حلل: $343 - 78$.

الحل: $(7)^3 - (2)^3 = 343 - 78$

$$(7^3 + 7 \times 7 \times 2 + 7^2 \times 2)(7 - 2) =$$

$$(49 + 98 + 7^2)(7 - 2) =$$

حاول أن تحل

٣ حلل: $27 + 564$.

٤ حلل: $3x^3 + 192$ تحليلًا كاملاً.

$$3x^3 + 192 = 3(x^3 + 64)$$

$$= 3(x + 4)^3$$

$$= 3(x + 4)(x^2 + 4x + 16)$$

حاول أن تحل

٤ حلل: $7 - 27$ ب.

من فضلك

تحقق

١ كيف يمكنك تحويل قانون الفرق بين مكعبين إلى الجمع بين مكعبين؟

٢ هل يمكنك تحليل مجموع مرتعين؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ اكمل لتتحقق التحليل.

$$(1) 27س^3 - 1 = (س^3 - 1)(1 + \dots + \dots + \dots)$$

$$(ب) 125س^3 - 1 = (س^3 - 1)(\dots + \dots + \dots)$$

$$(ج) 125س^3 - 1 = (س^3 - 1)(\dots - \dots + \dots)$$

$$(\dots + \dots + \dots)(\dots + \dots) = \dots$$

٢ فكر: حلل تحليلاً تاماً.

$$(1) 125س^3 - 27ص^3 = (5س - 3ص)(\dots + \dots + \dots)$$

$$(ب) 125س^3 - 27ص^3 = (5س - 3ص)(\dots + \dots + \dots)$$

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كرر جدولاً.
- عكس وتحقق.
- اصعل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أسطر.

ما الفائدة؟

فجأة انطفأت الأنوار وأظلمت شاشات التلفزيون والحاسوب فلا يُمكنك تذكر آخر لحظة رأيت فيها وميض ضوء من دون تلك الإخفاقات النادرة في الطاقة حيث كنا بالتأكيد نستعير الطاقة الكهربائية مضمونة. في يومي ٩ - ١٠ نوفمبر ١٩٦٥، حصل أكبر إخفاق في تاريخ الطاقة حيث تأثر ٣٠ مليون شخص وترك مساحة ٢٠٨٠٠٠ كم^٢ في الظلام في مدينة نيويورك، فقد انقطعت الكهرباء الساعة ٥:٢٧ ب. ظ ولم تعد إلا بعد أكثر من ١٣ ساعة.

هل يُمكنك تخيل الفوضى الناتجة حيث لا مساعد ولا مصابيح شوارع ولا حاسوب ولا تلفزيون! إننا ننسى أن أشياء عديدة تتوقف عندما تنقطع أكبر كمية من الكهرباء. فالكهرباء هي صورة طاقة يُمكن تحويلها إلى طاقة أخرى: الحرارة لحفظ منازلنا، الضوء لمصابيحنا، طاقة الصوت في جهاز التسجيل وطاقة ميكانيكية لإدارة المحركات في غسالات الثياب والأطباق إلخ.

- ١ اذكر الأجهزة الكهربائية التي تستخدمها في منزلك وفي المدرسة وتأثر بانقطاع الكهرباء.
- ٢ في رأيك، ما هي الأجهزة التي تستهلك طاقة كهربائية لمدة ساعة؟
- ٣ في رأيك، ما الأجهزة التي تستهلك أكبر كمية من الطاقة الكهربائية طيلة الوقت الذي تعمل هذه الأجهزة خلاله؟

حلُّ معادلةٍ من الدرجة الثانية في متغيّرٍ واحدٍ بالتحليل

Solving Second Degree Equation with one Variable by Factorizing

◀ **صلةُ الدرس** حلّلتُ في الدرس السابق الفرقَ بين مربعين وحدودياتٍ ثلاثية، ومجموع مكعبين، والفرق بين مكعبين، والآن في هذا الدرس، سوف تحل معادلات من الدرجة الثانية في متغيّرٍ واحدٍ بالتحليل. ▶

استكشف حل معادلات من الدرجة الثانية بالتحليل

الهدف من هذا النشاط إيجاد قيم من التي تُحقّق المساواة بين المساحتين.

١ ما ارتفاع المثلث بدلالة s ؟
٢ ما طول المستطيل بدلالة s ؟
٣ اكتب كلاً من مساحة المثلث ومساحة المستطيل بدلالة s .
٤ قيم من التي تُحقّق المعادلة $s^2 - 5s = 6$ من متبايلي هي:
من $s = 3$ ، من $s = 4$ ، من $s = 5$ ، من $s = 6$

تعلم خاصية الضرب في صفر

إذا كانت حاصل ضرب عددين (عاملين) يساوي صفراً، فإن أحدهما أو كلاهما يساوي صفراً أي أن لكل a ب عددين حقيقيين، إذا كان $ab = 0$ صفراً فإن $a = 0$ أو $b = 0$

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $(s + 5)(s + 6) = 0$ ، ثم تحقّق من صحّة الحل.

الحل:

$0 = (s + 6)(s + 5)$
من $s + 5 = 0$ أو $s + 6 = 0$
من $s = -5$ أو $s = -6$
مجموعة الحل = $\{-5, -6\}$

تحقّق: عوض بـ $s = -5$ بدلاً من s $(-5 + 5)(-5 + 6) = 0 \times 1 = 0$ صفرًا
عوض بـ $s = -6$ بدلاً من s $(-6 + 5)(-6 + 6) = (-1) \times 0 = 0$ صفرًا
عوض بـ $s = 0$ بدلاً من s $(0 + 5)(0 + 6) = 5 \times 6 = 30$ صفرًا

استخدم خاصية الضرب في صفر
أوجد قيم s

حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل كل معادلة متبايلي:
(أ) $(s + 7)(s - 4) = 0$ (ب) $(s - 3)(s - 5) = 0$ (ج) $(s - 2) = 0$

سوف تتعلم
حل المعادلة التربيعية
باستخدام التحليل.

من الاستخدامات
يستخدم البنّائون
المعادلات التربيعية عند
رصف سقوف المنازل
بقطع القرميد.



المصطلحات الأساسية
◀ معادلة من الدرجة الثانية في
متغيّرٍ واحدٍ
Second degree
equation with one
variable
◀ حل معادلة
Solving an equation

أمثلة

١ أوجد مجموعة حل المعادلة $x^2 - 5x - 6 = 0$.

الحل:

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x - 6 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 6 \quad \text{أو} \quad x = -1$$

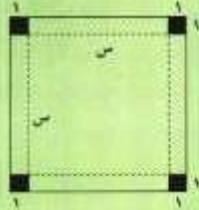
$$\text{مجموعة الحل} = \{6, -1\}$$

حاول أن تحل

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة: (أ) $x^2 - 12x + 36 = 0$

$$(ب) \quad x^2 - 12x + 36 = 0$$

٣ يوضح الرسم أدناه مخطط شبكة صندوق مفتوح من الواجهة العلوية، المساحة الكلية للوحة الورق المقوى المصنوع منه الصندوق هي 144 سم^2 ، وارتفاع الصندوق 1 سم ، وقد تم قطع $1 \text{ سم} \times 1 \text{ سم}$ من كل ركن من أركان لوحة الورق المقوى. أوجد أبعاد الصندوق.



الحل:

الشكل المرسوم هو منطقة مربعة

$$\text{طول ضلعها} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 1 = 5$$

مساحة المنطقة المربعة = طول الضلع في نفسه

$$144 = (2 + x)(2 + x)$$

$$\text{أي أن } (2 + x)^2 = 144$$

$$(2 + x) = \sqrt{144} = 12$$

$$(2 + x) - 2 = 12 - 2$$

$$(2 + x) - 2 = 10$$

$$\text{أو } 2 + x = 10$$

$$\text{أو } x = 10 - 2 = 8$$

وحيث إن الطول يجب أن يكون موجباً، فالحل هو 10 . وعلى ذلك تكون أبعاد الصندوق هي 10 سم ، 10 سم ، 1 سم .



تحقق من فهمك

١ ما خاصية الضرب في صفر؟ أعط مثالاً على ذلك.

٢ هل يمكن تطبيق هذه الخاصية إذا استبدل الصفر بـ 95 ؟





إذا أردت أن ترمي كرة عمودياً إلى أعلى لتصل إلى
سلك ارتفاعه ١١ م من الأرض، وكانت العلاقة بين
الارتفاع h بالمتر والزمن t بالثانية معطاة كالآتي:
 $h = -١٨t^2 + ٢٠t + ٣$
هل من الممكن أن تصل الكرة إلى السلك؟

افهم

- ١ ما هي معطيات المسألة؟
- ٢ ما المطلوب إليك إنجازاً؟

حفظ

- ٣ قسّم المعادلة: $-١٨t^2 + ٢٠t + ٣ = ١١$
- ٤ بسّط المعادلة في ٣.
- ٥ ما صورة المعادلة التي حصلت عليها؟
- ٦ ما طريقة الحل التي ستستخدمها؟

حلّ

- ٧ حلّل: $-١٨t^2 + ٢٠t + ٣ = ١١$ إلى عوامل.
- ٨ حلّ المعادلة $-١٨t^2 + ٢٠t + ٣ = ١١$.
- ٩ لماذا حصلت على إجابتين؟

تحقق

- ١٠ هل القبتان اللتان حصلت عليهما تُحققان المعادلة في ٣.

حلّ مسألة أخرى

- ١١ إذا أردت أن تذف كرة رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض إلى أعلى نقطة في مبنى وكانت العلاقة المعطاة هي:
 $h = -٢t^2 + ١٥t$ ، حيث h : ارتفاع الكرة بالمتر، و t : الزمن بالثواني. إذا كان ارتفاع المبنى ١٥ م، فهل ستصل الكرة
إلى أعلى المبنى وفي أي وقت؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ حساب ذهني: استخدم الحساب الذهني لحل كل معادلة مما يأتي:
(أ) $(3 - س) (3 - س) = ٠$

(ب) $(س + ٤) (س - ٢) = ٠$

٢ الهندسة: إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع ٣ سم، فإن مساحة المربع الجديد ستكون ٦٤ سم^٢، أوجد طول ضلع المربع الأصلي.

٣ قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ضعف عرضها، ومساحتها تساوي ٨٠٠ م^٢. أوجد بعدي قطعة الأرض.

٤ صندوق على شكل شبه مكعب أبعاده: ٤، ٢، ٢ من السنتيمترات، وحجمه ٤٠٠ سم^٣. أوجد قيمة $س$.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عثّر وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بياً.
- حل مسألة أبسط.

٥. التحضير للاختيار: إذا كان $٦ + ب = ٩$ ، $٦ = ٦ + ب$ ، فما قيمة $(ب + ٢) ٣$ ؟

٦ (أ) ٣ (ب) ١٥ (ج) ٢١ (د) ٣٠ (هـ) ٣٦

٦ التحدي: حل المعادلة $س - ١٦ = ٢$ من صغراً.



حل متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد

Solving First Degree Inequality with One Variable

◀ صلة الدرس درست في الدرس السابق حل المتباينات وتعرفت القيمة المطلقة للعديد، والآن سوف نحل مسائل متباينات تتضمن القيمة المطلقة.

استكشاف حل متباينة من الدرجة الأولى مع متغير واحد

في مهرجان نهاية العام، أراد نادي الرياضة في المدرسة تصميم راية مستطيلة الشكل يُحيط بها شريط من قماش ذهبي اللون.

- ١ ما القانون الذي يُعطي محيط الراية؟
- ٢ قررت لجنة النادي أن يكون طول الراية ٦٨ سم شرط ألا يتعدى طول شريط القماش ذهبي اللون ٢٢٠ سم. اكتب متباينة تُحقق هذه الشروط.
- ٣ (أ) حل المتباينة التي كتبتها.
(ب) ما العرض الأقص للراية؟

تعلم حل متباينة من الدرجة الأولى مع متغير واحد

في المعادلات نستخدم علاقة المساواة، بينما في المتباينات نستخدم العلاقات ($>$ ، $<$ ، \geq ، \leq). المتباينات $٢٠ < ٥$ ، $٣ < -٣$ ، $٢ + ٤ \leq ٧$ هي متباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد، بينما $٣ < ٥ - ٤$ هي متباينة من الدرجة الثانية لأن أس المتغير ص ٢. طريقة حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد تُشبه طريقة حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

المتباينة $٢ + ٤ < ٧$ ، إذا كانت $٣ = ٣$ ، تُصبح $٢ + ٣ < ٤ + ٧$ وهذه عبارة صحيحة. العدد ٣ يُحقق المتباينة وهو أحد حلولها.

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المتباينة $٢ + ٤ < ٧$ في ح، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل:

$$٢ + ٤ < ٧$$

$$٢ + ٤ - ٤ < ٧ - ٤$$

$$٢ < ٣$$

$$٢ \times \frac{١}{٣} < ٣ \times \frac{١}{٣}$$

$$\frac{٢}{٣} < ١$$

$$١,٥ < ٣$$

$$\text{مجموعة الحل} = (١, ٥)$$

يمكن تمثيل مجموعة الحل على النحو المبين إلى اليسار.



سوف تتعلم حل متباينات من الدرجة الأولى مع متغير واحد.

من الاستخدامات يحل الإحصائيون في المعامل المتباينات كي لا تتخطى كلفة إنتاج السلعة المبلغ المقرّر.



المصطلحات الأساسية

متباينة

Inequality

تذكّر

- ١ - مجموعة الأعداد الطبيعية.
- ٢ - مجموعة الأعداد الصحيحة.
- ٣ - مجموعة الأعداد النسبية.
- ٤ - مجموعة الأعداد الحقيقية.



حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل المتباينة $3 - s \leq 5$ في ح ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال (٢)

أوجد مجموعة حل $5 - s \geq 8$ في ح ومثلها على خط الأعداد.

الحل:

$$5 - s \geq 8$$

$$-s \geq 8 - 5$$

$$-s \geq 3$$

$$s \leq -3$$

مجموعة حل المتباينة: $(-\infty, -3]$



مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة تؤثر إليها بالرمز +

مساعدة رياضية
عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب لعكس علاقة الترتيب.

حاول أن تحل

٢ حل: $4 - 2s \leq 6$ ومثلها على خط الأعداد.

حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة:

علينا فيما سبق أنه إذا كان $|s| = t$ حيث $t \geq 0$ +

فإن $s = t$ أو $s = -t$

والآن ماذا نستنتج إذا كان $|s| \geq t$ حيث $t \geq 0$ +

مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $|s| \geq 3$ في ح ومثل الحل على خط الأعداد.

المتباينة $|s| \geq 3$ تعني أن s عدد حقيقي بعينه عن الصفر أصغر من أو يساوي ٣ أي أن $s \geq 3$ أو $s \leq -3$



ونكتب مجموعة حل المتباينة كالتالي $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$.
تعميم:

إذا كان $|s| \geq t$ فإن $s \geq t$ أو $s \leq -t$ والعكس صحيح حيث $s \geq 0$, $t \geq 0$ +

مثال (٤)

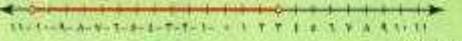
أوجد مجموعة حل المتباينة $|4 + s| > 7$ في ح ومثلها على خط الأعداد.

الحل: $|4 + s| > 7$

$$-7 < 4 + s < 7$$

استخدام التعميم

$$-7 - 4 < s < 7 - 4$$



مجموعة الحل: $(-\infty, -11) \cup (3, \infty)$

إذا كان $|s| \leq t$ فإن $s \leq t$ أو $s \geq -t$ حيث $s \geq 0$, $t \geq 0$ +



مثال (٥)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $|٢س - ١| + ٢ < ٥$ في ح ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

$$\begin{aligned} \text{الحل: } |٢س - ١| + ٢ < ٥ \\ |٢س - ١| < ٥ - ٢ \\ |٢س - ١| < ٣ \\ ٣ < ١ - ٢س \quad \text{أو} \quad ٣ < ١ + ٢س \\ ١ - ٢س < -٣ \quad \text{أو} \quad ١ + ٢س < ٣ \\ ٢س < -٤ \quad \text{أو} \quad ٢س < ٢ \\ ٢س < -٢ \quad \text{أو} \quad ٢س < ١ \\ ٢س < -٢ \quad \text{أو} \quad ٢س < ١ \end{aligned}$$

مجموعة الحل: $(-\infty, -٢) \cup (١, \infty)$



حاول أن تحل

- أوجد مجموعة حل المتباينة $|٧س + ٥| > ٥$ في ح ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.
- أوجد مجموعة حل المتباينة $|٨س + ٤| \leq ٤$ في ح ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

تحقق من فهمك

- اكتب ٤ قيم للمتغير تُحقق كل متباينة مما يلي:
(أ) $٠,٥ < \frac{١}{٢}س$ (ب) $\frac{١}{٣}س \leq -٤$ (ج) $٦ < ٦$
- اعط قيمة لـ $س$ تُحقق المتباينتين معاً.
 $٢(س + ٥) \leq ٤$ و $٣(س - ١) > ٣$

حل المسائل والتكبير المنطقي

- قال خالد إنه يستطيع حل المتباينة $س - \frac{١}{٢} \leq ١٣$ بالتعمضي عن $س = ١٥, ١٤, ١٣$. وعندما عوّض عن $س = ١٣$ كانت العبارة الناتجة خطأً. وعندما عوّض عن $س = ١٤$ ، كانت المتباينة صحيحة؛ لذلك قال خالد إن حل المتباينة هو $س \leq ١٤$. فهل قوله صحيح؟ فسّر إجابتك.

.....

- عبّر عن المتباينة $٧ < ٢ - م$ بالكلمات.

.....

- ليحصل طالب على تقدير ممتاز في مادة الرياضيات، فإن عليه أن يحصل على ما لا يقل عن ٢٧٠ درجة في ٣ اختبارات لهذه المادة. حصل سالم على الدرجات ٩١، ٨٤ في الاختبارين الأول والثاني. ما الدرجات التي يُمكن أن يحصل عليها سالم في الاختبار الثالث لكي يكون تقديره ممتازاً؟

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- احسّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



الحدوديات النسبية Rational Polynomials (Functions)

الوحدّة الرابعة (ج)

بعين الاعتبار مساحة الغوّاصة وحجمها باستخدام العمليات مع الحدوديات النسبية، للتأكد من دقة القياسات وتأمين سلامة الغوّاصة وركابها.

منذ القدم، حاول الإنسان سبر أعوار المحيطات، ولكن محاولاته باءت بالفشل بسبب ضعف الإمكانيات والموارد، بالإضافة إلى خطورة العطب إلى تلك الأعماق السحيقة.

أما اليوم، فيكتشف العلماء قعر المحيطات باستخدام مختبرات داخل غوّاصات تستطيع الغوص إلى عمق حوالي ٧٠٠٠ متر فيصبح ضغط الماء على الغوّاصة حوالي ٣٣ كيلوجراما/سم^٢. لذا تؤخذ

- ١ هل التعابير الجبرية حدوديات نسبية؟
- ٢ لماذا لا يستطيع الإنسان تحمل الضغط في أعماق البحر؟

الحدوديات النسبية وتبسيطها

Simplifying Rational Expressions

◀ صلة الدرس: حلّلت في الدرس السابق بعض الحدوديات الثلاثة. والآن، سوف تعرّف الحدوديات النسبية وتبسطها. ▶

استكشاف

تبسيط الحدوديات النسبية

يستخدم العفّاسون في البحار عرّاصة على شكل كرة طول نصف قطرها m وذلك كمعجل اختياري لدراسة البحار والمحيطات. إذا كانت المساحة السطحية للعرّاصة = $24\pi m^2$ ، حجم العرّاصة = $\frac{4}{3}\pi m^3$.

1. اكتب نسبة المساحة السطحية إلى الحجم.
2. اختصر بالعامل المشترك. اشرح الإجابة.

تعلم

تبسيط الحدوديات النسبية

الكسور مثل $\frac{5}{9}$ ، $\frac{7}{11}$ ، $\frac{1}{7}$ ، تُدعى أعدادًا نسبية. تُسمى كلٌّ من المقادير الجبرية التالية:

$$\frac{1}{m-3}، \frac{2+m}{3-m}، \frac{m-1}{m+10}، \frac{5-m}{25+m}$$

بالتأكيد، قيمة الحدودية في المقام لا يُمكن أن تكون صفرًا، لأنّ القسمة على صفر غير محدّدة. في هذا الدرس نعتبر أنّ قيم المتغيرات التي تُعطي قيمة صفر للمقام هي قيم غير مقبولة، وعليه فإنّ المقام لا يُساوي صفرًا لأيّ حدودية نسبية سواءً ذكرنا ذلك أم لم نذكره. وكما في تبسيط الكسور الاعتيادية، نستطيع أيضًا وبالطريقة نفسها تبسيط الحدودية النسبية أو اختصارها أو وضعها في أبسط صورة، وذلك بقسمة كلٍّ من الحدوديتين في البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) لهما. فمثلًا $\frac{5+m}{10}$ هي في أبسط صورة.

سوف تتعلّم

- الحدوديات النسبية.
- تبسيط الحدوديات النسبية.

من الاستخدامات

- استخدام الطهارة الحدوديات النسبية لتقدير الوقت اللازم لإفراج المعجين كي يُصبح خبزًا.



المصطلحات الأساسية

◀ حدودية نسبية
Rational Expression

أمثلة

١ بسط الحدودية النسبية $\frac{١٢ + ص٦}{٢ + ص}$

الحل: $\frac{١٢ + ص٦}{٢ + ص} = \frac{٦(٢ + ص)}{٢ + ص}$ تحليل البسط

$= \frac{٦(٢ + ص)}{٢ + ص}$ اقسام على العامل المشترك (ص + ٢)
بشرط أن ص $\neq -٢$

حاول أن تحل

١ بسط كل حدودية نسبية مما يلي:

(أ) $\frac{١٥}{٢٥ - ب}$ (ب) $\frac{١٢}{٦ + ع٣}$ (ج) $\frac{٢ - م٤}{١ - م٢}$

قد تحتاج إلى تحليل الحدوديات الثلاثية لتبسط الحدوديات النسبية.

٢ بسط الحدودية النسبية $\frac{١٢ - س٢}{٦ + س٧ - ١}$

الحل: $\frac{١٢ - س٢}{٦ + س٧ - ١} = \frac{٢(٦ - س)}{(٦ - س)٢}$ تحليل البسط والمقام واختصر

$= \frac{٢}{٦ - س}$ بشرط أن س $\neq ٦$

حاول أن تحل

٢ بسط كل ما من الحدوديات النسبية الآتية:

(أ) $\frac{١٢ + س٣}{٢٠ - س}$ (ب) $\frac{٢ - د٢}{٣ + د٤ - ١}$ (ج) $\frac{١٦ + ١٨}{٢٠ + ١٥ + ٦٢}$

يمكن استخدام الحدوديات النسبية لنمذجة بعض مسائل الحياة اليومية.

مثال (٣)

يرتبط الزمن الذي نخبز خلاله العجين بقياس وشكل قطعة العجين. فمثلاً يُقدَّر زمن

خبز قطعة عجين أسطوانية الشكل بالمعادلة $١٢ = \frac{١٢ \times ص}{٢ + ع}$ حيث ن: الزمن بالدقائق،

ص = نصف القطر بالسنتيمتر، ج: الارتفاع بالسنتيمتر أيضاً. فمُر الزمن اللازم لخبز قطعة

عجين أسطوانية الشكل طول قاعدتها ١٠ سم وارتفاعها ١٢ سم.

ن $= \frac{١٢ \times ع}{٢ + ع} = \frac{(١٢) \times (١٠)}{٢ + ١٠} = \frac{١٢٠}{١٢} = ١٠$

زمن خبز قطعة العجين هو تقريباً ٦٥ دقيقة.



حاول أن تحل

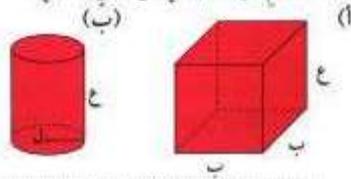
٣ باستخدام المعادلة الواردة في مثال ٣، قُدِّر الزمن اللازم لتخزين قطعة عجين أسطوانية الشكل طول نصف قاعدتها ١٠ سم وارتفاعها ٨ سم.

تحقق من فهمك

- ١ أي مما يلي ليس حدودية نسبية؟ فسر.
- (أ) $1 - 5x^2 + 15x$ (ب) $\frac{3}{1+x}$ (ج) $\sqrt{4+x^3}$ (د) $\frac{1}{1+l}$
- ٢ اشرح كيف تبسط حدودية نسبية. دعم شرحك بمثال.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ البناء: للتخفيف من كلفة التبريد يُحاول المهندسون أن تكون نسبة مساحة سطح المحسّم إلى حجمه أصغر ما يمكن. أوجد الحدودية النسبية التي تمثل مساحة سطح المحسّم إلى حجمه في كل شكل مما يلي:



٢ اشرح متى $\frac{4}{3} - \frac{1}{3}$ لا تساوي $3 - 3$.

٣ التفكير المنطقي: حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي هي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة.

(أ) $2 = \frac{2}{1}$

(ب) $\frac{1}{b} = \frac{1}{b}$

(ج) $\frac{5+k}{6} = \frac{10+k}{12}$

٤ اكتب حدودية نسبية تُصبح بعد تبسيطها $\frac{3}{(2-m)(3+m)}$

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- ختمن وتحقق.
- اعمل بطريقتي عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

جمع الحدوديات النسبية Adding Rational Expressions

◀ صلة الدرس: تعرّف الحدوديات النسبية وتبسيطها. والآن سوف تجمع الحدوديات النسبية. ▶

سوف تتعلّم
جمع الحدوديات النسبية.

من الاستخدامات
يستخدم الفئورن جمع
الحدوديات النسبية في
تقدير وقت الرحلات
الجوية بين مدينتين أو
دولتين.

استكشف جمع الحدوديات النسبية

يتألف أحد السباقات من ثماني دورات، تبلغ مسافة كل دورة ١٠ كم. أنهى أحد المتسابقين أول ثلاث دورات خلال زمن n دقيقة، أمّا في بقية الدورات فقد زاد من سرعته وأنهى هذه الدورات في الزمن n دقيقة، كما في الدورات الثلاث الأولى.

١ اكتب حدودية نسبية تمثل متوسط سرعة المتسابق بدلالة الزمن في الدورات الثلاث الأولى.

٢ اكتب حدودية نسبية تمثل متوسط سرعة المتسابق بدلالة الزمن في الدورات الخمس الباقية.

٣ أوجد متوسط سرعته في مجمل السباق بدلالة الزمن في أبسط صورة.

تعلّم جمع الحدوديات النسبية

أولاً: جمع الحدوديات النسبية ذات المقامات الموحّدة.

يُشبه جمع الحدوديات النسبية ذات المقامات الموحّدة، جمع الأعداد النسبية ذات المقامات الموحّدة. إذا كانت a ، b ، c تمثل حدوديات (ج $\neq 0$) فإن $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

مثال (١)

$$\begin{aligned} \text{اجمع: } & \frac{2}{3+s} + \frac{5}{3+s} \\ \text{الحل: } & \frac{2+5}{3+s} = \frac{7}{3+s} \\ \text{جمع البسط} & \\ \text{التبسيط} & \end{aligned}$$

حاول أن تحل

١ أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة.

$$(أ) \frac{2}{2+s} + \frac{3}{2+s}$$

$$(ب) \frac{3}{5-s} + \frac{5}{5-s}$$

$$(ج) \frac{5}{1+n} + \frac{9}{1+n}$$

تذكّر
مقام الحدوديات النسبية لا
يسوي صفراً أبداً ويُجَد



ثانيًا: جمع الحدوديات النسبية ذات المقامات المختلفة.
 لجمع الحدوديات النسبية ذات المقامات المختلفة، يمكنك أن تبدأ بكتابة هذه الحدوديات مع المقام المشترك الأصغر. وهو المضاعف المشترك الأصغر للمقامين.

م.م (الأعداد الكسرية) م.م (الحدود (وحيدة الحد))

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{2}{3} &= \frac{4}{3} & 2 \times \frac{2}{3} &= \frac{4}{3} \\ 3 \times \frac{2}{3} &= 2 & 3 \times \frac{2}{3} &= 2 \\ 12 &= 3 \times 2 \times 2 & 12 &= 3 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

جمع حدوديات نسبية مقاماتها وحيدة الحد.

مثال (٢)

أوجد الناتج في أبسط صورة $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

الحل: الخطوة ١:

أوجد م.م. ٦، ٣

$$3 \times 2 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$6 = 1 \times 2 \times 3$$

الخطوة ٢:

أعد كتابة الحدوديات النسبية مستخدمًا م.م. ثم اجمع.

أعد كتابة الحدوديات مستخدمًا م.م.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1 \times 1}{6} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6}$$

بسّط

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

اجمع البسوط

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

حاول أن تحل

٢ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة.

(١) $\frac{2}{3} + \frac{3}{7}$ (ب) $\frac{15}{36} + \frac{3}{12}$

يمكنك أيضًا إيجاد م.م. لحدوديات من حدين أو أكثر.

مثال (3)

أوجد الناتج في أبسط صورة $\frac{6}{3-j} + \frac{5}{2+j}$

الحل:

الخطوة 1:

أوجد م.م. ل: $(2+j), (3-j)$

بما أنه لا توجد عوامل مشتركة فإن م.م. هو $(2+j)(3-j)$.

الخطوة 2:

أعد كتابة الحدوديات النسبية مستخدمًا م.م. ثم اجمع.

$$\frac{(2+j)6}{(3-j)(2+j)} + \frac{(3-j)5}{(3-j)(2+j)} = \frac{6}{3-j} + \frac{5}{2+j}$$

أعد كتابة الحدوديات مستخدمًا م.م.

$$\frac{12+j6}{(3-j)(2+j)} + \frac{15-j5}{(3-j)(2+j)} =$$

اجمع البسط

$$\frac{12+j6+15-j5}{(3-j)(2+j)} =$$

بسط

$$\frac{3-j11}{(3-j)(2+j)} =$$

حاول أن تحل

3 أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة.

$$(1) \frac{3}{1-s} + \frac{5}{4+s}$$

$$(2) \frac{3}{1-2b} + \frac{2}{2+b}$$

من فهمك

بحق

1 اجمع: $\frac{6}{2+s} + \frac{2}{4+s}$

2 ما المضاعف المشترك الأصغر لحدوديتين لا عوامل مشتركة لهما؟





تبلغ المسافة بين المدينتي ن والمدينة ل حوالي ٤٠٠٠ كم. تزيد سرعة الطائرة نحو ١٥٪ عند الطيران من ن إلى ل عنها عند الطيران من ل إلى ن، بسبب وجود تيار هوائي قوي في طبقات الجو العليا. إذا كانت ع تمثل سرعة الطائرة من المدينة ل إلى المدينة ن، اكتب حدودية نسبية وسطها إذا أمكن لتبين الزمن اللازم للذهاب والإياب بين المدينتين.

افهم

١ ما معطيات المسألة؟

٢ ما المطلوب إليك إيجاداً؟

خطِّط

٣ إذا كانت السرعة ع من مدينة ل إلى مدينة ن، فكم تصبح السرعة من مدينة ن إلى مدينة ل؟

٤ ما العلاقة بين المسافة والسرعة والزمن؟

٥ ما الكسر الذي يعطي الزمن بدلالة السرعة والمسافة؟

حل

٦ اكتب الحدودية التي تبيّن الزمن اللازم للطيران من مدينة ل إلى مدينة ن.

٧ لماذا تمثل الحدودية $\frac{4000}{e+15}$ الزمن اللازم للطيران من مدينة ن إلى مدينة ل؟

٨ اجمع الحدوديتين في ٦، ٧ وسط الإجابة.

تحقق

٩ عوض عن ع ب ٨٠٠ في كل من ٦، ٧، ٨، هل مجموع ناتجي ٦، ٧ يساوي ناتج ٨؟

حل مسألة أخرى

١٠ تبلغ المسافة بين المدينتين م ب ٢٠٠٠ كم. تزيد سرعة الطائرة ١٢٪ عند الطيران من م إلى ب عنها من ب إلى م. اكتب حدودية نسبية وسطها لتبين الزمن اللازم للذهاب والإياب بين المدينتين.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ كتب سامي: $\frac{2}{3} + \frac{3}{1+m} = \frac{5}{2+m}$. ما الخطأ الذي ارتكبه سامي؟

٢ اكتب حدوديتين نسبيتين ذاتي مقامات مختلفة. أوجد م.م. ثم اجمع الحدوديتين.

٣ الكتابة: عند جمع حدوديتين نسبيتين، هل تكون الإجابة في أبسط صورة إذا استخدمت م.م. فشر.

٤ التحدي: يعمل راشد وسالم في طلاء المنازل. يلزم راشد ٣ أيام لطلاء أحد المنازل، ويلزم سالم ٤ أيام لطلاء المنزل ذاته. إذا عملا معاً، فكم يوماً يلزمهما لطلاء المنزل؟

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائماً.
- كن جدولاً.
- عثر وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



طرح الحدوديات النسبية

Subtracting Rational Expressions

◀ صلة الدرس: تعرّف في الدرس السابق الحدوديات النسبية وجمعها، والآن سوف نطرح الحدوديات النسبية. ▶

سوف تتعلّم

- طرح الحدوديات النسبية ذات المقامات المتساوية.
- طرح الحدوديات النسبية ذات المقامات المختلفة.

من الاستخدامات

- يستخدم المسابقون في مياريات التجديف، طرح الحدوديات النسبية لمعرفة تأثير مقاومة التيار على انسياب القوارب.



استكشاف طرح الحدوديات النسبية

تقوم شركة بتصميم المصنّقات للدعاية. تبلغ المصاريف الثابتة عند هذه الشركة ٥٤٠٠٠ دينار شهرياً، وتكلفة المواد الأولية عن كلّ ملصق ٢٨٠ فلساً.

- ١ إذا كان الإنتاج في الشهر الأول هو m ملصق، فما هي تكلفة الملصق الواحد؟
- ٢ إذا أصبح الإنتاج في الشهر الثاني ضعف الشهر الأول، فما هي تكلفة الملصق الواحد؟
- ٣ اكتب الحدودية النسبية التي تُمثل الفرق في تكلفة الإنتاج للملصق الواحد بين الشهر الأول والشهر الثاني. اشرح الإجابة.

تعلّم طرح الحدوديات النسبية

أولاً: طرح الحدوديات النسبية ذات المقامات الموحدة.
طرح الحدوديات النسبية ذات المقامات الموحدة يُمثل طرح الأعداد النسبية ذات المقامات الموحدة.

فمثلاً إذا كانت $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{b}$ تمثل حدوديات (ج \neq صفر)،
فإن $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.

مثال (١)

$$\begin{aligned} \text{اطرح: } \frac{4+5x}{3-5x+2x^2} \text{ من } \frac{1+5x}{3-5x+2x^2} \\ \text{الحل: } \frac{1+5x}{3-5x+2x^2} - \frac{4+5x}{3-5x+2x^2} \\ \text{طرح البسط: } \frac{(1+5x) - (4+5x)}{3-5x+2x^2} \\ \text{استخدم الخاصية التوزيعية: } \frac{1-2x-4+5x}{3-5x+2x^2} \\ \text{بسط: } \frac{3+x}{3-5x+2x^2} \\ \text{حلل المقام: قسم على العامل المشترك (3+x):} \\ \text{شرط أن } 3 \neq 0 \\ \frac{3+x}{(3+x)(1-2x)} = \frac{1}{1-2x} \end{aligned}$$

حاول أن تحل

١ أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$(1) \quad \frac{7+b}{6+3} - \frac{2-b}{6+b} \quad (ب) \quad \frac{2+س}{2+س} - \frac{1+س}{4-س}$$

ثانياً: طرّح الحدوديات النسبية ذات المقامات المختلفة.
لطرّح حدوديات نسبية ذات مقامات مختلفة، يمكنك أولاً إعادة كتابة هذه الحدوديات باستخدام المضاعف المشترك الأصغر م.م.م. للمقامات. (راجع جمع الحدوديات النسبية ذات المقامات المختلفة).

مثال (٢)

$$\text{اطرّح: } \frac{6}{3-س} - \frac{5}{2+س}$$

الحل:

الخطوة ١:

أوجد م.م.م. ل. (٢+س)، (٣-س).

بما أنه لا يوجد عامل مشترك، فيكون م.م.م. هو (٢+س)(٣-س).

الخطوة ٢:

أعد كتابة الحدوديتين مستخدماً م.م.م. ثم اطّرح.

$$\begin{aligned} \text{أعد كتابة الحدوديتين} \quad \frac{6}{3-س} - \frac{5}{2+س} &= \frac{6(2+س)}{(3-س)(2+س)} - \frac{5(3-س)}{(2+س)(3-س)} \\ &= \frac{12+6س}{(3-س)(2+س)} - \frac{15-5س}{(2+س)(3-س)} \\ \text{اطرّح} \quad &= \frac{(12+6س) - (15-5س)}{(2+س)(3-س)} \\ \text{استخدم الخاصية التوزيعية} \quad &= \frac{12+6س-15+5س}{(2+س)(3-س)} \\ \text{بسط} \quad &= \frac{27+س}{(2+س)(3-س)} \end{aligned}$$

حاول أن تحل

٢ اطرّح:

$$(1) \quad \frac{13}{1-12} - \frac{2}{2+1} \quad (ب) \quad \frac{8}{ص3} - \frac{6}{ص7}$$



مشال (٣)



يقطع فريق التجديف ٢ كم صعودًا، ٢ كم نزولًا في النهر خلال التدريب. يتناسب الزورق بسرعة ٢٥٪ زيادة في النزول عنها في الصعود. إذا كانت ع (كم/ساعة) سرعة الزورق صعودًا، فما الفرق بين زمن الصعود في النهر وزمن النزول؟

$$\text{الحل: الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$\text{زمن صعود النهر} = \frac{2}{ع}, \text{ زمن نزول النهر} = \frac{2}{ع + 0.25ع} = \frac{2}{1.25ع}$$

$$\text{فرق الزمن} = \frac{2}{ع} - \frac{2}{1.25ع}$$

$$= \frac{2}{ع} - \frac{2.5}{1.25ع}$$

$$= \frac{1.5}{1.25ع}$$

$$= \frac{2}{ع}$$

يلغ فرق الزمن $\frac{2}{ع}$ ساعة

حاول ان تحل

٣ أوجد فرق الزمن إذا كانت مسافة التدريب ٣ كم.

من لهيبك

تحقق

$$١ \text{ أوجد الناتج: } \frac{٦ - ص٦}{٢ + ص} - \frac{٧ - ص٦}{٣ + ص} = \frac{١١ - ص}{٢ + ص}$$

٢ كيف يشابه طرح الحدوديات النسبية وجمعها؟ وبم يختلفان؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ بسط الحدودية: $\frac{5}{2-3} - \frac{4}{4+3} - \frac{2-3}{8-3+1}$

الاختيار من متعدد:

٢ م. م. المقاسي الحدوديتين: $\frac{2-3}{1-3}$ و $\frac{3-4}{1-3}$ هو:

(أ) $1+3$ (ب) $3-1$ (ج) $3-1$ (د) $(3-1)(1+3)$

٣ ناتج طرح $\frac{2}{3-3}$ من $\frac{5}{2-3}$ هو:

(أ) $2-$ (ب) $\frac{3-3}{2-3}$ (ج) $\frac{3-3}{2-3}$ (د) $\frac{3-3}{2-3}$

٤ التفكير المنطقي: يتدرب أعضاء نادي الدراجات ذهابًا وإيابًا على طريق طوله ١٥ كم. خلال العودة، كان اتجاه الريح مع خط سيرهم، فازدادت سرعتهم بمعدل ٥ كم/ساعة (على ١٥ كم إيابًا).
(أ) استخدم كمعدل السرعة. اكتب حدودية تبيّن فرق الزمن بين الذهاب والإياب.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أسبق.

(ب) إذا كان معدل سرعتهم ٢٠ كم/س ذهابًا، فما الزمن الذي استغرقه التدريب؟



ضرب الحدوديات النسبية وقسمتها

Multiplying and Dividing Rational Expressions

◀ صلة الدرس في الدروس السابقة تعرّفنا جمع الحدوديات النسبية وطرحها. في هذا الدرس سوف نتعلّم ضرب الحدوديات النسبية وقسمتها. ▶

استكشف ضرب الحدوديات النسبية وقسمتها

اعدل مع رفايك لمراجعة تبسيط وضرب وقسمة الأعداد الكسرية.

$$1) \text{ أ) بسط: } \frac{8}{9}, \frac{15}{24}, \frac{15}{35}$$

ب) اكتب الخطوات التي استخدمتها في الفقرة (١-١) لتبسيط الكسور.

$$2) \text{ أ) اكتب كلاً مما يلي في أبسط صورة: } \frac{5}{8} \times \frac{8}{11}, \frac{5}{7} \times \frac{3}{5}$$

ب) اكتب الخطوات التي استخدمتها في الفقرة (١-٢).

$$3) \text{ أ) اكتب كلاً مما يلي في أبسط صورة: } \frac{3}{8} + 6, \left(\frac{4}{5}\right) \div \frac{7}{3}$$

ب) اكتب الخطوات التي استخدمتها في الفقرة (١-٣).

تعلّم ضرب الحدوديات النسبية وقسمتها

أولاً: ضرب الحدوديات النسبية.

ضرب الحدوديات النسبية يشبه ضرب الأعداد النسبية. إذا كانت a, b, c, d تمثل حدوديات

$$(b \neq 0, d \neq 0), \text{ فإن: } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

مثال (١)

أوجد الناتج في أبسط صورة: $\frac{1+s^2}{3} \times \frac{6}{1-s^2}$

$$\text{الحل: } \frac{1+s^2}{3} \times \frac{6}{1-s^2} = \frac{6(1+s^2)}{3(1-s^2)}$$

$$= \frac{2(1+s^2)}{(1-s^2)}$$

$$\text{قسّم على العاملين ٣، } (1-s^2) \text{ وحاصل المقام}$$

$$\frac{2(1+s^2)}{3(1-s^2)}$$

شرط أن $s \neq \pm 1$

- سوف تتعلّم
- ضرب الحدوديات النسبية.
- قسمة الحدوديات النسبية.

- من الاستخدامات
- يستخدم موظفو المصارف ضرب وقسمة الحدوديات النسبية لتحديد قيمة كل دفعة عند تسديد المبلغ المقرض من المصرف.

حاول أن تحل

١ أوجد الناتج في أبسط صورة: $\frac{2-s}{8} \times \frac{16-s^2}{4-s}$

يُمكن أيضًا ضرب حدودية نسبية في حدودية. يُعطى الناتج بالصورة التحليلية.

مثال (٢)

أوجد الناتج في أبسط صورة: $(6+s+^1ص) \times \frac{2+ص^3}{4+ص^2}$

الحل: $(6+s+^1ص) \times \frac{2+ص^3}{4+ص^2}$

حلل إلى عوامل $\frac{(3+ص)(2+ص)}{1} \times \frac{2+ص^3}{(2+ص)^2}$

اقسم على العامل (ص+٢) $\frac{(3+ص)(2+ص)}{1} \times \frac{2+ص^3}{(2+ص)^2}$

شرط أن ص ≠ -٢ $\frac{(3+ص)(2+ص)}{2}$

حاول أن تحل

٢ أوجد الناتج في كل ما يأتي في أبسط صورة:

(أ) $\frac{3}{ص-٢}$

(ب) $\frac{٢}{٣+ف} (١-٢-١٥)$

(ج) $\frac{(٨+٤م)}{١-٢م} (١-م)$



ثانيًا: قسمة الحدوديات النسبية:

عند قسمة حدودية نسبية على حدودية، نضرب الحدودية النسبية في المعكوس الضربي للحدودية.



مثال (3)

أوجد ناتج قسمة $\frac{س^3 + 2س + 1}{س}$ على $(س^2 + 5س)$ في أبسط صورة.

الحل: $\frac{س^3 + 2س + 1}{س} \div (س^2 + 5س)$

انقلب في المعكوس الضربي لـ $(س^2 + 5س)$

$$\frac{س^3 + 2س + 1}{س} \times \frac{1}{س(س + 5)}$$

حقل $\frac{1}{س(س + 5)} \times \frac{(س + 1)(س + 2)}{س}$

بسط مع العوامل $\frac{1}{س(س + 5)} \times \frac{(س + 1)(س + 2)}{س}$

شرط أن $س \neq 0$ $\frac{س + 2}{س^2}$

حاول أن تحل

3 أوجد ناتج قسمة $\frac{س^3 + 3س + 2}{س}$ على $(س + 2)$ في أبسط صورة.

عند قسمة حدودية نسبية على أخرى، أبدأ أولاً بضرب الحدودية النسبية الأولى في المعكوس الضربي للحدودية النسبية الثانية.

مثال (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة: $\frac{س + 5}{36 - س} \div \frac{س^2 + 7س + 10}{6 - س}$

الحل: $\frac{س + 5}{36 - س} \div \frac{س^2 + 7س + 10}{6 - س}$

الضرب في المعكوس الضربي للحدودية النسبية $\frac{س + 5}{36 - س} \times \frac{6 - س}{(س + 2)(س + 5)}$

حقل $\frac{(س + 5)(6 - س)}{36 - س} \times \frac{6 - س}{(س + 2)(س + 5)}$

بسط مع العوامل $\frac{(س + 5)(6 - س)}{36 - س} \times \frac{6 - س}{(س + 2)(س + 5)}$

شرط أن $س \neq 6$, $س \neq 5$ $(6 - س)(2 + س) =$

تذكر

$$\frac{1}{\frac{1}{س}} = س$$

حيث ب = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

الحل

المسألة

فكر
بعمق

عند قسمة حدودية نسبية على أخرى، أبدأ أولاً بضرب الحدودية النسبية الأولى في المعكوس الضربي للحدودية النسبية الثانية. يكون الناتج عندها غير معرف حتى تتمكن من وضع الشرط.

حاول أن تحل

4 أوجد الناتج في أبسط صورة: $\frac{14+m}{20-m} + \frac{10+m}{20-m}$

تحقق من فهمك

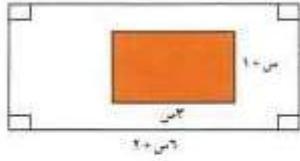
1 أوجد كل ناتج في أبسط صورة:

$$(1) \frac{3s+6}{s+7} \times \frac{s^2+9s+18}{s^2+1}$$

$$(2) \frac{2s+2}{s^2+11s+18} + \frac{1}{s^2+14s+45}$$

2 اشرح كيف تضرب أو تقسم حدودين تربيعيتين.





يُبين الشكل المقابل مستطيلين، اكتب نسبة مساحة المستطيل المظلل إلى مساحة المستطيل الأكبر في صورة حدودية لسيِّ وبتسطها.

$$\frac{24}{42} = \frac{2}{7} \text{ لأن } 2 \times 12 = 24 \text{ و } 7 \times 6 = 42$$

الهم

١ ما المطلوب إليك إجابته؟

٢ ماذا تعني: نسبة مساحة المستطيل المظلل إلى مساحة المستطيل الأكبر؟

خط

٣ ما قانون مساحة المستطيل؟

٤ ما الصورة التي منكبُ النسبة بها (م، م)، ثمثلان مساحتي المستطيلين؟

(أ) م، إلى م. (ب) م، م. (ج) $\frac{1}{4}$

حل

٥ ما مساحة المستطيل المظلل؟

٦ ما مساحة المستطيل الأكبر؟

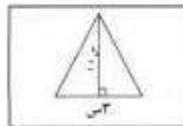
٧ اكتب النسبة في صورة حدودية لسيِّ.

٨ بتسط الحدودية التي حصلت عليها.

تحقق

٩ عوض عن س بـ ١٠ في كلٍّ من ٨، ٦، ٥. هل إجابة الفقرة ٥ تساوي إجابة الفقرة ٨؟

حل مسألة أخرى



٤
٤
٤

٤
٤
٤

١٠ اكتب نسبة مساحة المثلث إلى مساحة المستطيل في صورة حدودية لسيِّ وبتسطها.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ لأيّ قيم للمتغير x تكون الحدودية $\frac{x^2 - 5x - 12}{x^2 - 16}$ غير معرّفة؟

٢ تحليل الخطأ: في حلّ القسمة التالية، ما الخطأ الذي اقترقه الطالب؟

$$\begin{aligned} \frac{x^2(2+x) + x^3}{(4-x)(2+x)} &= \frac{x^2(2+x)}{4-x} = \frac{x^3}{2+x} \\ \frac{x^2 + x^3}{4-x} &= \\ \frac{x^2 + x^3}{2+x} &= \\ \frac{(4-x)x^3}{2+x} &= \end{aligned}$$

٣ أيّ مما يلي لا يُمكن أن يكون الخطوة الأولى في ضرب الحدوديتين:

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 6} \times \frac{x^2 - 3}{x^2 + 2x + 6}$$

(أ) ضرب البسطين.

(ب) إيجاد المعكوس الضربي لـ $\frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 + 2x + 6}$.

(ج) تحليل كل حدودية إلى عوامل.

(د) ضرب المقامين.

٤ أيّ مما يلي مساوٍ لـ $\frac{1-x}{x} \div (2-x^2)$:

$$(أ) \frac{1-x}{x} \times \frac{1-x^2}{1-x^2}$$

$$(ب) \frac{1-x}{1-x^2} \times \frac{1-x^2}{x}$$

$$(ج) \frac{1-x}{x} \times \frac{1-x^2}{2-x^2}$$

إستراتيجيات حلّ المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عثّر وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حلّ مسألة أبسط.



اختبار الوحدة الرابعة

١ حلل كلاً مما يلي إلى عوامل أولية.

(أ) $٤س - ٢٥$ (ب) $١٨س - ٣٢$

(ج) $(٤س + ٧) - (٤س + ٧)$

٢ حلل كلاً مما يلي إلى عوامل أولية.

(أ) $١٨س + ٩س + ٢٠$ (ب) $٢٠س + ٢٠$

(ج) $١٤س - ٣٢$

٣ في الشكل مستطيل مقسم إلى مناطق مساحتها معلومة.

أوجد المساحة الكلية للمستطيل، ثم حلل هذه المساحة إلى عوامل أولية.



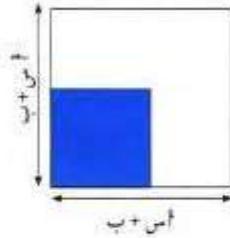
٤ حلل كلاً مما يلي إلى عوامل أولية.

(أ) $٨ص - ١٠ص - ٣$ (ب) $٧ - ٢٢ - ٢٥$

(ج) $٢٥س - ١٠س - ١٥$

٥ ثبني الصورة مرتين مساحة المربع الصغير المظلل تساوي: $٤س + ١٦س + ١٦$ ومساحة القسم غير المظلل من المربع

الكبير تساوي: $٥س + ١٤س + ٩$. ما قيم ١ ، ٢ ، ٣ ؟ علماً أن ١ ، ٢ ، ٣ أعداد موجبة.



٦ حلل كلاً مما يلي إلى عوامل أولية.

(أ) $٨س - ٢٧$ (ب) $٢٧س - ٨$

(ج) $٢٥٠س - ١٢٨$

(د) لدينا مكعبان يبلغ طول الضلع الأول $٤س$ ويبلغ طول الضلع الثاني $٥س$. أوجد

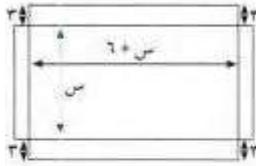
الفرق بين حجم المكعبين بالتحليل إلى عوامل علماً أن $٤س < ٥س$.

٧ أوجد مجموعة حل كلاً مما يلي في ح:

(أ) $٥٠ = ٥٠$ (ب) $٩ = (٤س + ٤)$ (ج) $٥ = ٥ - ٦س$

(د) $٥س + ٧ = ٦$ (هـ) $٥س + ٣ = ٣٦$ (و) $٤س + ٢٠ = ١٠س + ٣$

اختبار الوحدة الرابعة



٨ لدينا صندوق مفتوح من الأعلى، يزيد طوله عن عرضيه ٦ سم ويبلغ ارتفاعه ٣ سم.

صُنِعَ هذا الصندوق من مادة كرتونية مستطيلة الشكل مساحتها ٩١ سم^٢. بعد اقتطاع أجزاء مربعة متطابقة من كل زاوية طول ضلعها ٣ سم، ما أبعاد هذا الصندوق؟

٩ أوجد مجموعة حل كلاً مما يلي في ح ومثلي الحل على خط الأعداد.

$$(أ) ٧ \leq ٣س \quad (ب) ٢س - ٥ \geq ٣ \quad (ج) ٤ - ٣س \leq ٥ \quad (د) ٢س + ٦ \leq ٨$$

$$(هـ) |٣ + ٢س| \geq ٥ \quad (و) |٢س - ٧| \leq ١ \quad (ز) |٢س - ١| > ٤ \quad (ح) |٥ - ٣س| > ١$$

١٠ ضَعِّع في أبسط صورة:

$$(أ) \frac{٦س^٢}{١٢س - ١٨س}$$

$$(ب) \frac{٤س^٢ - ٣٦س + ٨١}{٧٢س - ٢س^٢}$$

١١ أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$(أ) \frac{٢س}{٥س - ٢} + \frac{٣س}{٢س + ١} \quad (ب) \frac{٤س + ٥}{١ + ٢س} - \frac{٥}{٤س - ٣}$$

$$(ج) \frac{٥ - ٤س}{٥٦} + \frac{٢ + ٥٧}{٣ - ٥٢} \quad (د) \frac{٤ - ٣س}{٢ + س} - \frac{١ + ٥س}{٤س}$$

١٢ أوجد حجم الصندوق التالي علماً أن طول قاعدته $\frac{٦س - ٢س}{٢س + ١س}$ وعرضها $\frac{٦س - ٢س}{٢س + ١س}$ وارتفاع الصندوق $\frac{٤س + ٢س}{٢س}$.

ثم ضَعِّع الناتج في أبسط صورة.

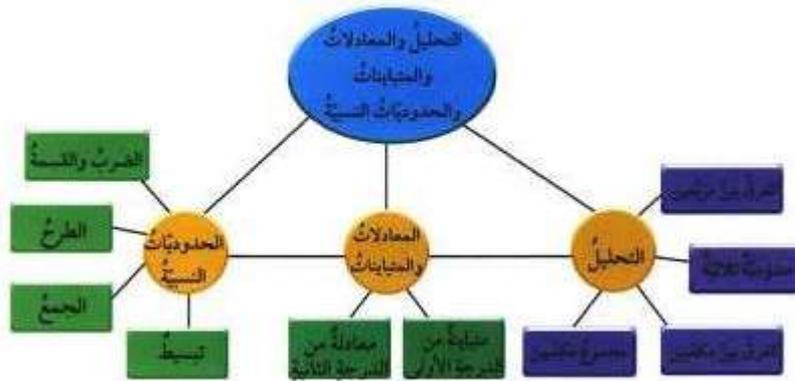
١٣ اقسِّم ثم ضَعِّع الناتج في أبسط صورة.

$$(أ) \frac{٢س^٢ + ٣س + ٢}{٣س - ٢} \div \frac{٢س + ١}{٣س + ٤} \quad (ب) \frac{٦س + ٥ + ٣س}{٣س - ٢} \div \frac{٣س^٢ - ٢س - ٢}{٢س + ٣س + ١}$$

١٤ تحليل الخطأ: قسم أحد الطلاب الحدوديات ونسّطها كما هو مبين. ما الخطأ الذي ارتكبه الطالب؟

$$\frac{٣س}{٢س} + \frac{(٢س + ٦)س}{٤س - ٢} = \frac{٣س}{٢س} + \frac{٣س}{٤س - ٢} = \frac{٢س + ٣س}{٤س - ٢} = \frac{٥س}{٤س - ٢}$$

مخطّط تنظيمي للوحدة الرابعة



الوحدة الرابعة (أ): التحليل

ملخص:

- يتعرف الطالب تحليل الفرق بين مربعين $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.
- يتعرف تحليل حدودية ثلاثية على صورة $ax^2 + bx + c$ وتحليل حدودية ثلاثية على صورة $ax^3 + bx^2 + cx + d$.
- يُحلّل إلى عوامل أولية الفرق بين مكعبين ومجموعهما.

$$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

الوحدة الرابعة (ب): المعادلات والمتباينات

ملخص:

- يحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل $(ax + b)(cx + d) = 0$ ، مجموعة الحل $\{ -\frac{b}{a}, -\frac{d}{c} \}$.
- يحل متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد، ويجد مجموعة الحل: $s > 1$ مجموعة الحل $(-\infty, 1)$ أو $s \leq 1$ مجموعة الحل $[1, \infty)$.

الوحدة الرابعة (ج): الحدوديات النسبية

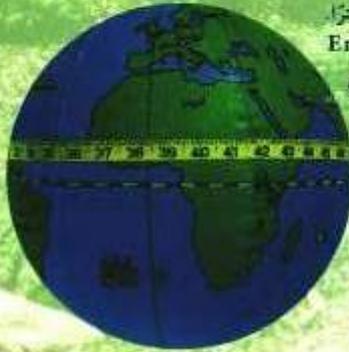
ملخص:

- يتعرف الحدوديات النسبية ويُسَطِّها.
- يجمع الحدوديات النسبية وطرحتها من مقامات مشتركة ومقامات مختلفة ويُسَطِّ إذا أمكن.
- يضرب الحدوديات النسبية ويقسمها من مقامات مشتركة ومقامات مختلفة ويُسَطِّ إذا أمكن.

القياس، وعناصر الهندسة،
والمساحات، والحجوم
Geometry, Measurement, Areas and volumes

الوحدة
الخامسة

العلوم



يبلغ محيط الأرض ٣٩ ٧٣٠ كيلومتراً.
قام إراتوستينس Eratosthenes
(٢٧٦-١٩٥ ق م) باستخدام وحدة قياس
تسمى متلاً لقياس محيط الأرض فوجد
أنه يساوي ٣٩٧٠٠ كيلومتر وقد استند
في تقديره هذا إلى المسافة بين مدينتين
مصريتين.

الدراسات الاجتماعية

الموقع الفلكي هو موقع الدولة أو المدينة بالنسبة
إلى خطوط الطول ودوائر العرض. تُحدد خطوط
الطول موقع الدولة على الخريطة وتوقيتها الزمني
مطابقة لخط غرينتش (خط الصفر) وتحدد دوائر
العرض سماخ هذه الدولة. فمثلاً تقع دولة الكويت
بين خطي طول (٤٦-٤٨) شرقاً وبين دائرتي
عرض (٢٨-٣٠) شمالاً. لذا يزيد التوقيت في
دولة الكويت عن توقيت غرينتش ٣ ساعات.



شعوب العالم

قام عالم الرياضيات الهندي سريفيثاراامانوجان Srinivasa ramanujan (1887 - 1920) بتطوير صيغة لحساب قيمة π إلى أقرب منزلة عشرية. وبعد سبعة وستين عامًا على وفاته، تمكن الحاسوب من حساب قيمة π مقربة إلى أكثر من ١٠٠ مليون منزلة عشرية واعتماد صيغة تُشبه إلى حد بعيد تلك التي طورها سريفيثارا.



المكافئ الرياضية الأساسية

يمكنك قياس كميات مختلفة، كالطول، والمساحة، والحجم، والسعة، والوزن، والوقت إلى أقرب وحدة تستخدمها.

النظام المترى هو نظام قياسي يُستخدم في معظم دول العالم ومنها دولة الكويت.

تستخدم خطوط الطول والعرض لتحديد موقع بلدان ومدن على الكرة الأرضية.

تستخدم مساحة السطح والحجم لقياس الأشكال ثلاثية الأبعاد.

تعتبر المناشير والأسطوانات والأهرامات والمخاريط أشكالاً ثلاثية الأبعاد.

الهندسة

عند تقسيم محيط قاعدة هرم خوفو الأكبر على ضلعين ارتفاعه، نحصل على القيمة التالية ٣,١٤ وهي قريبة نسبيًا من قيمة π .



مطروحة الهندسة

ستصنم في هذا المشروع طرقة سيرًا حول موضوع معين تختار، بفسيك. وستقوم بتنفيذه وستقيس أبعاد الطرود وحجمته ومساحة سطحه وتسجلها. وستبدأ ملخصًا عن كيفية اختيارك هذا الطرود.





التركيزُ على حلّ المسائل

لقد حلّت المسألة التالية باستخدام ثلاث طرائق مختلفة.

اشترى ثلاثة أصدقاء أكواز ذرة طازجة من سوق الخضار. اشترى حسنٌ ضعف ما اشتراه خالدٌ من الذرة، وتزيد كمية الذرة التي اشترها خالدٌ 3 أكواز عن تلك التي اشترها أحمدٌ. إذا كان مجموع ما اشتره الأصدقاء الثلاثة 17 كوز ذرة، فكم عدد الأكواز التي اشترها كل منهم؟

- أنت تعلم: ■ عدد الأكواز كلها 17.
- اشترى حسنٌ ضعف ما اشتره خالدٌ من أكواز الذرة.
- لا يستطيع خالدٌ أن يشتري أكثر من ثمانية أكواز من الذرة.
- لدى أحمد ثلاثة أكوازٍ أقل من تلك التي مع خالد.
- اعتبر أحمد، ب خالد، ج أحمد

الاستدلال	ارسم مخططاً	خمن وتحقق
لا يُمكن أن يكون مع أي منهم أكثر من 17.	ليكن □ = عدد أكواز أحمد	خمن: لدى خالد 6 أكواز.
يجب أن يكون مع حسن أكبر عدد من الأكواز المشتراة.	ج = □	ب = 6
يجب أن يشتري أحمد أصغر عدد من الأكواز المشتراة.	ب = 3 + □	د = 12 = 2 × 6
تعتمد الكميات الأخرى على الكمية التي مع خالد. لذلك نوجد ما اشتره خالد أولاً.	د = (3 + □) + (3 + □)	ج = 3 = 3 - 6
ب = 5	لدينا □ و 3 ثلاثيات	تحقق: 21 = 3 + 12 + 6
10 = 2 × 5	أي 4 و 9	العدد كبير جداً.
ج = 3 = 5 - 2	8 = 9 - 1	خمن: لدى خالد 5 أكواز.
	□ ثمانية أكواز ذرة	ب = 5
	2 = 4 + 8	د = 10 = 2 × 5
	كل □ = 2.	ج = 2 = 3 - 5
		تحقق: 17 = 10 + 2 + 5
		التخمين صحيح.

حلّ المسألة التالية. يُمكنك استخدام إحدى الطرائق الثلاث السابقة أو طريقة أخرى من عندك.

- 1 يتسرن 4 أصدقاء في نادٍ رياضي. يتسرن سلطان على الدراجة خلال فترة تساوي 3 مرات تلك التي يتسرن هبة خلالها، ويتسرن حمد خلال نصف المدة التي يتسرن خلالها إبراهيم. ويتسرن إبراهيم خلال مدة تزيد بـ 10 دقيقة عن تلك التي يتسرن خلالها سلطان. إذا تسرن الأصدقاء جميعهم لمدة 2 ساعة، فما المدة التي يتسرن خلالها كل منهم على الدراجة؟



حلّ المسألة

في معظم الأحيان يُمكن استخدام أكثر من طريقة لحلّ مسألة. يجب أن تستخدم الاستراتيجية الأكثر ملاءمة لك. قد يساعدك اعتماد استراتيجيات مختلفة على تحديد أي منها تلائم طريقة حلّ المسألة.

عناصر الهندسة Tools of Geometry

الوحدّة
الخامسة (٢)

في الحياة الواقعية، إذا نظرت حولك تجد عناصر كثيرة ترتبط بالهندسة. تقوم بزيارة إلى محلّ النجار فتشاهد بين يديه أدوات هندسية تدعّل إلى محلّ حذافة أو الوتموم فتري الأدوات الهندسية معترّة هنا وهناك يستخدمونها في إبداعاتهم. تنظر في أرجاء هذه المحلات فتري خراطم وشبكات لمجتمات سرف، يستعملونها لتكّمل الشبايك والأبواب حيث تناسق فيها بدقة القضبان المتوازية والمتعامدة. تنطلّع في الخارج إلى الأبنية فتجد صفوف الحجارة تفصلها الخطوط المتوازية والمتعامدة.

- ١ يستخدم أصحاب الحرف كثيرًا من الأدوات الهندسية. اذكر بعضها.
- ٢ ما المقاييس الهندسية الأساسية التي يستخدمها البنّاءون؟
- ٣ اذكر مشاهدات واقعية تُمثّل خطوطًا متوازية وخطوطًا متعامدة.

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

Parallel and Perpendicular Lines

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت أنواعًا مختلفة من الزوايا. والآن ستُطوّر هذه المعلومات

لتحديد أنواع إضافية من الزوايا ▶
تُسمى الخطوط المستقيمة في مستوى التي لا تتقاطع أبدًا، خطوطًا متوازية.

في، ج د متوازيان ونكتب $\vec{AB} // \vec{CD}$.
تُسمى المستقيمات التي تُكوّن زاوية قائمة مستقيمات متعامدة.
ل ك متعامد مع م ن ونكتب $\vec{LM} \perp \vec{MN}$.

المنصف العمودي (محور القطعة المستقيمة) هو مستقيم متعامد مع قطعة مستقيمة وهو يقسم هذه الأخيرة إلى جزئين متطابقين. فمثلًا ل ك هو منصف م ن العمودي.



سوف تتعلم كيفية تعريف الخطوط المتوازية والخطوط المتعامدة ورسمها، من الاستخدامات



استكشف	التواضع
الفواضع	الأدوات المستخدمة: برنامج حاسوب هندسي
١	ارسم مستقيمين متوازيين، ثم ارسم مستقيمان ثالثًا يقطع المستقيمين المتوازيين بحيث يكونان متعامدين. قس الزوايا المتبادلة الناتجة في الرسم.
٢	قيس الزوايا المتبادلة في الرسم إلى أن تجد زاويتين متطابقتين. اذكر الزاويتين المتطابقتين باستخدام الرمز \cong .
٣	تابع قياس الزوايا كلها المبيّنة في الرسم. كم قياسًا مختلفًا وجدت؟
٤	اذكر أكبر عدد ممكن من أزواج الزوايا المتطابقة.
٥	اذكر أكبر عدد ممكن من أزواج الزوايا المتكاملة.
٦	هل يوجد زوايا متتامّة؟
٧	دور المستقيم الثالث بحيث يُشكّل زوايا قائمة مع المستقيمين المتوازيين. ما عدد الزوايا القائمة كلها؟
٨	ارسم قطعة مستقيمة بحيث يكون أحد المستقيمين الآخرين في الرسم منصفًا عموديًا.
٩	تناقش مع زملائك حول ما لاحظته عن الزوايا المبيّنة في الرسم.

المصطلحات الأساسية
◀ متوازي Parallel
◀ متعامد Perpendicular
◀ منصف متعامد (محور قطعة مستقيمة) Perpendicular bisector
◀ قاطع Transversal
◀ زاوية داخلية Interior angle
◀ زاوية خارجية exterior angle
◀ زوايا متبادلة Alternate angle
◀ زوايا متناظرة Corresponding angle
◀ زوايا متقابلة بالرأس Vertical angles



المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

تعلم

القاطع هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين (أو أكثر). وعندما يقطع قاطع مستقيمين متطابقين تتشكل زوايا.



تسمى الزوايا الأربع الواقعة بين المستقيمين زوايا داخلية. تُشكل الزوايا ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا داخلية.

تسمى الزوايا الأربع الواقعة خارج المستقيمين زوايا خارجية. تُشكل الزوايا ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا خارجية.

الزوايا المتبادلة هي الزوايا الواقعة على جهتين متقابلتين من القاطع، وتكونان إما داخليتين وإما خارجيتين.

تكون الزاويتان المتبادلتان متطابقتين إذا تقاطع القاطع مع مستقيمين متوازيين.

تُشكل الزوايا ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا متبادلة خارجية.

تُشكل الزوايا ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا متبادلة داخلية.

الزوايا المتناظرة تقع في الجهة نفسها من القاطع وتكون متطابقة إذا تقاطع القاطع مع مستقيمين متوازيين.

تُشكل الزوايا ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ زوايا متناظرة.

أمثلة

فكرة
مبسطة

الزوايا المتكاملة مجموعها ١٨٠°

الزوايا المتساوية مجموعها ٩٠°



١ في الشكل المبين إلى اليسار ط ك // هـ ي حدّد أزواج الزوايا المتبادلة الداخلية والخارجية.

الزاويتان ط م مع ن ب ي هما زاويتان خارجيتان متبادلتان.

الزاويتان ك م مع ن ب هـ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان.

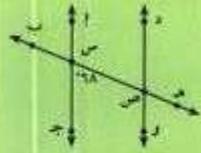
الزاويتان ط ن مع ي ب م هما زاويتان داخليتان متبادلتان.

الزاويتان ك ن مع هـ ب م هما زاويتان داخليتان متبادلتان.

حاول أن تحل



١ في الشكل المبين إلى اليسار: د هـ // ق و. حدّد أزواج الزوايا المتبادلة الداخلية والخارجية كلها.



٢ في الشكل المبين إلى اليسار: أوجد // د و ج
أوجد ق (د ص هـ)

أسن هـ مع جسن هـ زاويتان متكاملتان.

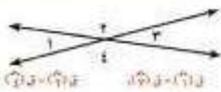
ق (أسن هـ) = $180^\circ -$ ق (جسن هـ)

$$112 = 180 - 68 =$$

أسن هـ مع دسن هـ زاويتان متناظرتان.

بالتالي أسن هـ = دسن هـ (بالتوازي والتناظر)

ق (د ص هـ) = 112° .



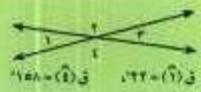
عندما يتقاطع مستقيمان، يُشكّلان زوجين

من الزوايا المتقابلة بالرأس وتكوّن الزاويتان

المتقابلتان بالرأس متطابقتين.

الزاويتان ٢، ٣ متقابلتان بالرأس، الزاويتان ٢، ٤ متقابلتان بالرأس أيضًا.

مثال (٣)



استخدم الشكل المعطى لتجد ق (٤)، (٥).

ق (٤) = ق (٥)، بالتقابل بالرأس

$$22 = 3 - 22 =$$

الزاويتان (٤)، (٥) متكاملتان.

بالتالي ق (٤) = $180^\circ - 22 =$

$$158 =$$



حاول أن تحل!

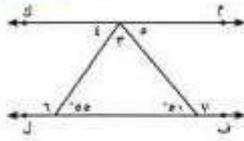
٢ في الشكل المبين إلى اليسار: ك // د // ج

أوجد قياس الزوايا التالية إذا كان ق (٤) = 146° :

(أ) ق (٤) (ب) ق (٦) (ج) ق (٥) (د) ق (٨)

تحقق من فهمك

- ١ صفت موقفاً تكون فيه الزوايا الداخلية المتبادلة الناتجة من قاطع غير متطابق.
- ٢ ماذا يوحي لك تعبير "متوازي" حول البعد بين المستقيمتين المتوازيين؟
- ٣ لتفترض أن قاطعاً متعامداً مع مستقيمتين متوازيين. ما قياسات الزوايا الداخلية والخارجية كلها؟ وضع إجابتك.



ك م // ل ق، أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل.

افهم

- 1 ما نوع المضلع الموضح في الشكل؟
- 2 يتقاطع ضلعان من المضلع مع المستقيمين المتوازيين، عند مد كل من هذين الضلعين يتج مستقيمان بسميان:
(أ) قاطعان (ب) محوران

خطب

- 3 ما مجموع قياس زوايا المثلث؟
- 4 ما العلاقة بين قياس كل زاويتين داخليتين متبادلتين؟
- 5 اذكر زاوية داخلية متبادلة مع الزاوية التي قياسها 50°، وزاوية أخرى مع الزاوية التي قياسها 50°.
- 6 ما العلاقة بين قياس الزاويتين المتكاملتين؟
- 7 اكتب زاوية مكملتها للزاوية التي قياسها 50°، وزاوية مكملتها للزاوية التي قياسها 50°.

حل

8 اكتب قياس كل من:

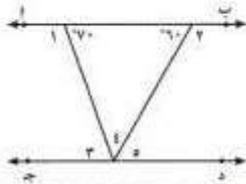
- (أ) 4 (ب) 4 (ج) 6
(د) 6 (هـ) 6

تحقق

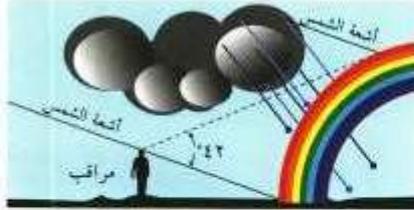
9 ما الطريقة الأخرى لإيجاد قياس 4؟

حل مسألة أخرى

10 أ ب // ج د، أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المقابل.



حل المسائل والتفكير المنطقي



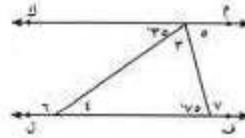
١ المجلدة: عندما ترى قوس القزح، تكون الشمس وراءك، والمطر أمامك. تُشكّل النقاط على الجزء الأحمر من قوس القزح مع أشعة الشمس زاوية قياسها 42° . استخدم كلمات مثل «متوازية»، «قاطع»، «زوايا داخلية متبادلة» في وصف الشكل.

٢ التواصّل: إذا كان مستقيمان متعامدين على المستقيم نفسه، فما العلاقة بين هذين المستقيمين؟ وضح إجابتك.

٣ الهندسة: كم \parallel ل \vec{m} ، أوجد مجموع قياسات زوايا المثلث. ما علاقة ناتج الجمع هذا بالزاوية المستقيمة؟

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



الواجهات ثلاثية الأبعاد 3-D Views

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلّمت عن الأشكال ثنائية الأبعاد. والآن ستتعلم كيف تُصوّر الأشكال ثلاثية الأبعاد. ▶

استكشف	الواجهات ثلاثية الأبعاد
الاستيعاب المكتمل	الأدوات المستخدمة: ١١ مكعبًا
تخيّل أنك فتانٌ تصنع مجسمات من المكعبات. قبل صنع المجسمات تصنع مخططات أولية لها. ترجم فكرتك من خلال وضع مخطوطك وذلك بتشكيل (١) واجهات: أمامية، جانبية يمين، علوية أو (٢) مخطوط أحادي للقاعدة.	
	 <p>مجمّم</p> <p>واجهة أمامية واجهة جانبية واجهة علوية</p>
	 <p>مجمّم</p> <p>مخطوط أحادي للقاعدة</p>
	<p>تبيّن الرسومات الطريقتين الممكنتين لوضع تصميم لمجسم وكيفية صنعه.</p> <p>١ ارسم مخطوط قاعدة مجسمات مختلفة بحيث أن تكون المربعات مرقّمة بأعداد مجموعها يساوي ١١.</p> <p>٢ باستخدام مخطوط القاعدة، ارسم ٣ واجهات لمجسمك.</p> <p>٣ اصنع مجسمك استنادًا إلى المخطوط الذي وضعته.</p> <p>٤ اصنع مجسم أحد أعضاء مجموعك استنادًا إلى المخطوط الذي وضعته.</p> <p>٥ هل صنع زميلك مجسمك بشكل صحيح؟ هل صنعت أنت مجسمك بشكل صحيح؟</p> <p>٦ إذا أردت صنع مجسم ارتفاعه ٦ أمتار، فلم سترجم فكرتك من خلال وضع تصميم أولي للمجسم بدلًا من صنعه مباشرة؟</p> <p>٧ ناقش بعض الطرائق الأخرى لوضع تصميم لأشياء ثلاثية الأبعاد من خلال استخدام المخططات.</p>

سوف تتعلّم
■ تمثيل الأشكال ثلاثية الأبعاد في رسم.
من الاستخدامات
■ يستخدم النحاتون مخططات أولية لوضع تصاميم لمنحوتاتهم ثلاثية الأبعاد.



الواجهات لثلاثة الأبعاد

تعلم

عندما تُريدُ أن تصوّرَ شكلَ شيءٍ ثلاثي الأبعاد، كَوْنُ مخطّطٍ لمساعدتك، وبالنسبة إلى الأشكال المولّفة من مكعبات، يُمكنك رسم مخطّط القاعدة لتوضيح ارتفاع المجموعات المختلفة من المكعبات. ويُمكنك تمثيل شيءٍ ثلاثي الأبعاد برسم كلٍّ من الواجهات الجانبيّة اليمنى، والأماميّة، والعلويّة.

مثال (١)

ارسم مخطّط قاعدة الجسم

لدينا عمودان ارتفاع كلٍّ منهما ٣ مكعبات
لدينا عمودان ارتفاع كلٍّ منهما
مكعبات

الوجه الجانبيّ اليمين
الوجه الأماميّ

الوجه الجانبيّ اليمين
الوجه الأماميّ

لدينا عمود واحد ارتفاعه
مكعب واحد

الوجه الجانبيّ اليمين
الوجه الأماميّ

يُبين مخطّط شيءٍ ثلاثي الأبعاد من الواجهات الجانبيّة اليمنى، والأماميّة، والعلويّة كيف يبدو الشيء من واجهات مختلفة.

مثال (٢)

ارسم تكلًا من الواجهة الجانبيّة اليمنى، والواجهة الأماميّة،

والواجهة العلويّة للجسم ثلاثي الأبعاد.

في الواجهة الأماميّة ٢ مجموعة من ٣ مكعبات
في الواجهة الجانبيّة اليمنى مجموعة واحدة
من ٣ مكعبات
لدينا ٤ مجموعات في كلٍّ منها مكعب واحد

الوجه الجانبيّ اليمين
الوجه الأماميّ
الوجه العلويّ

حاول أن تحلّ

١ استخدم الجسم المبين إلى اليسار لتقوم بما يلي:

(أ) ارسم مخطّط قاعدة الجسم.

(ب) ارسم الجسم كما يبدو من الواجهة الجانبيّة اليمنى.

(ج) ارسم الجسم كما تراه من الواجهة الأماميّة.

(د) ارسم المخطّط كما تراه من الواجهة العلويّة.

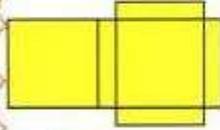


ارسم شبكة لحجر الرخام المبيّن إلى اليسار.



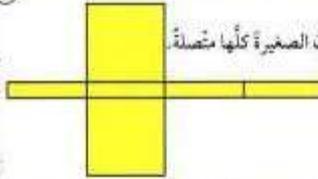
عمر يفكر...

سأفتح تصميم الحجر مثل علبة الفطائر.



كريم يفكر...

سأترك الجوانب الصغيرة كلها متصلة.



تكرّر
شبكة
الجزء
المستطيل

المخطط الذي يوضح صورة
شكل ثلاثي الأبعاد كما لو كان
غير مغزلي يُسمى شبكة.

تأريخ

- 1 هل يمكنك صنع شبكة لأيّ علبه أوجها مستطيلة الشكل؟ وضح ذلك.
- 2 هل للعلبة ذات الأوجه المستطيلة الشكل شبكة واحدة؟ وضح ذلك.

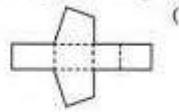
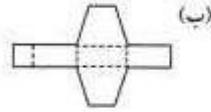
من فهمك

تحقق

- 1 إذا كان لديك مخططات الواجهتين الأمامية والعلوية فقط، فهل يمكنك صناعة المنجسم المطلوب؟
- 2 إذا كان لديك مخطط قاعدة غير مرقّم، فهل يمكنك صنع المنجسم المطلوب؟



أي شبكة تمثل الجسم ثلاثي الأبعاد المبين أدناه؟



أفهم

- ١ ما عدد أوجه الجسم ثلاثي الأبعاد التي تستطيع رؤيتها؟
- ٢ ما المضلعات التي تشكلها تلك الأوجه في الجسم؟
- ٣ ما عدد الأوجه التي تستطيع رؤيتها في كل شبكة؟
- ٤ ما المضلعات التي تشكلها تلك الأوجه في الشبكة؟

حفظ

- ٥ ما أوجه الشيو بين الشكيتين الموضحتين؟
- ٦ ما أوجه الاختلاف بين الشكيتين الموضحتين؟

حل

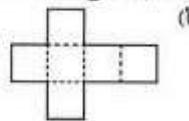
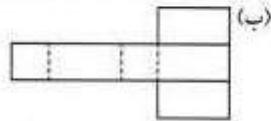
- ٧ اختر أحد أوجه الاختلاف بين الشكيتين، وقارن بينه وبين خصائص الجسم. أي الشكيتين تمثل الجسم؟

تحقق

- ٨ أي الاختلافات بين الشكيتين هو الأسهل في الاستخدام والمقارنة بالجسم؟ وضع إجابتك.

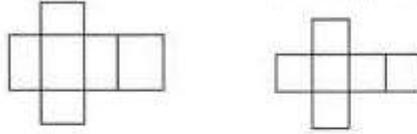
حل مسألة أخرى

أي الشكيتين تمثل الجسم الموضح أدناه؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ الأمام: كَوْنُ محسناً بلصق أجزاء الشبكة الموضحة أدناه. ما المجسم الذي حصلت عليه؟



٢ التفكير الرياضي: يُمكنُ قطعُ الأحجار الكريمة بطرائقٍ مختلفة. تُوضِّحُ الصورةُ الواجهة العلوية لسطح الحويرة بعد قطعها. ارسمُ مخططاً يُبيِّنُ فيه الواجهة الجانبية والواجهة الأمامية.



٣ تمتازُ دولةُ الكويتُ بكثرةِ جوامعها التي تحضنُ المؤمنين، وتقرُّهُمُ بهندستها الرائعة. تُوضِّحُ الصورةُ أحدَ هذه الجوامع على شكلِ هرمٍ، تعلوه قبةٌ نصفُ كروية الشكل، وجانبه متلذذٌ فارعة الطول. ارسمُ شبكةً للمبنى الرئيسي لهذا الجامع.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عيّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



مساحة سطح المجسم وحجم المجسم Surface area and Volume of Solids

الوحدّة الخامسة (ب)

تاريخ خدمة توصيل الطلبيات

في عام ١٩٠٧ اتعمت الأعمال التجارية في أمريكا، وكان القليل من الناس من لديه تلفون أو سيارة، فكيف كانت الرسائل والطرود تُسلم للمرسل إليه؟

لمعت فكرة في ذهن معامر شاب يُدعى جيم كاسي jim casey عمره ١٩ عامًا من ولاية سياتل seattle، فاقترض مبلغ مئتي دولار، وكون شركة أميركان مسنجر American messenger Company، واجتذب عددًا من الشباب (دون العشرين عامًا) للعمل فيها.

حققت شركة جيم نجاحًا كبيرًا بسبب القيم التقليدية التي أخذ بها: إرضاء الزبائن، والدقة في العمل، وعدم التأخير في التسليم، والرسوم المنخفضة مقابل الخدمة، وأخذ جيم بفكرة مبتكرة لتعريف ثقة الزبائن، فكانت طرود العناوين المشجورة توضع في مركبة تسليم واحدة، مما وفر الوقت والمال.

وخلال ثلاثينات القرن العشرين تغير اسم شركة جيم إلى يونيتد بارسل سرفيس United Parcel Service (UPS) وتقوم هذه الشركة حاليًا بتسليم أكثر من ١٢ مليون وثيقة وطرود، حول العالم.

- ١ ما الرياضيات التي يُمكن أن تستخدمها شركة تسليم طرود لجعل التسليم يتم بدقة ودون أي تأخير؟
- ٢ لم تضع شركات التسليم حدودًا قصوى للأبعاد وأوزان الطرود؟

المساحة السطحية للمنشور والأسطوانة

Surface Area of Prism and Cylinder

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت كيف توجد مساحة الأشكال المسوية كالمضلعات

والدوائر، والآن سنتعلم عن المساحة السطحية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

المجسم متعدد الأوجه هو مجسم ثلاثي الأبعاد يتألف من مضلعات. يُسمى كل سطح في المضلع وجهًا.



١٠ أوجه
٢ نهايات
٨ مستطيلات



٦ أوجه
٦ مستطيلات



٤ أوجه
١ مثلثات
١ مربع

حرف متعدد الأوجه هو الحافة التي يلتقي عندها وجهان في المجسم.

رأس متعدد الأوجه هو النقطة التي تتقاطع عندها ٣ أوجه أو أكثر من المجسم.

المساحة السطحية لمتعدد الأوجه هي مجموع مساحات الأوجه كلها.

سوف نتعلم
■ إيجاد المساحة السطحية
للمنشور والأسطوانة.

من الاستخدامات
■ يستخدم مصممو
الديكورات الداخلية
المساحة السطحية لتحديد
كمية المواد اللازمة لتغطية
الأشياء المجسمة.

العناشيز

استكشف

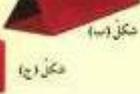
مساحات مختلفة الأدوات المستخدمة: أوراق مستطيلة الشكل أبعادها ٢٤ سم، ٢٨ سم، شريط لاصق، مقص

١ أوجد مساحة إحدى الأوراق.

شكل (أ)



٢ اصنع مجسمات (ثلاثية الأبعاد) باستخدام ورقة لكل منها.



شكل (ب)

الشكل (أ): لفت الورقة بحيث تتشكل من لصق الأحراف المتقابلة.

الشكل (ب): اطو الورقة إلى ٣ أثلاث متطابقة والصق الأحراف.

الشكل (ج): اطو الورقة إلى ٤ أرباع متطابقة والصق الأحراف.

٣ هل المساحة السطحية لكل من هذه المجسمات أكبر من مساحة الورقة الأصلية أو أصغر منها أو مساوية لها؟ وضح إجابتك.

٤ ما الأشكال الإضافية اللازمة لإكمال أسطح كل مجسم؟ ارسم هذه الأشكال، وأوجد مساحتها، ثم الصق كلاً من الأشكال على المجسم الملائم لها.

٥ رتب المجسمات الثلاثة من الأصغر إلى الأكبر حسب مساحتها السطحية الكلية، وضح طريقة تفكيرك.



المصطلحات الأساسية

◀ مجسم متعدد الأوجه

Polyhedron

Face وجه

Edge حرف

Vertex رأس

◀ مساحة سطحية

Surface area

Prism منشور

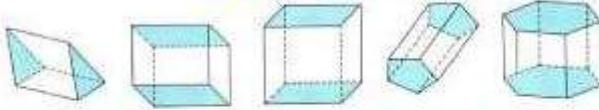
Base قاعدة

◀ أسطوانة

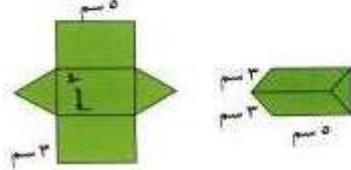
Cylinder

تعلم المساحة السطحية للمشور والاسطوانة

المشور: هو مجسم متعدد الأوجه له وجهان متطابقان وهما عبارة عن مضلعين متوازيين، وتُسمى كل وجه متطابق ومتوازي من هذين الوجهين **قاعدة**.



تساعد شبكة الجسم على إيجاد المساحة السطحية لأنها تُبين الأوجه كلها على شكل مضلعات مستوية.



فكرة جديدة
المشور القائم هو مشور حروفه الجانبية متعامدة مع قاعدته.

أمثلة

1 أوجد المساحة السطحية للمشور القائم. ارسم أولاً شبكة المشور القائم ثم أوجد مساحة كل وجه.

في الجسم 3 أوجه مستطيلة مختلفة. وجهان أبعادهما 30 سم، 24 سم. مساحة الوجه الواحد = $ل \times ع = 30 \times 24 = 720$ سم².

وجهان أبعادهما 30 سم، 5 سم. مساحة الوجه الواحد = $ل \times ع = 30 \times 5 = 150$ سم².

وجهان أبعادهما 24 سم، 5 سم. مساحة الوجه الواحد = $ل \times ع = 24 \times 5 = 120$ سم².

المساحة السطحية للمشور القائم = $2(720 + 150 + 120) = 1980$ سم².

حاول أن تحل

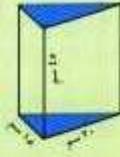
1 أوجد المساحة السطحية للمشور القائم الذي أبعاده: 1 سم، 2 سم، 3 سم.



التوازي والتداخل بالمهين

لدى الشركات المصنعة تنظيم المسارح الكبرى طاقم من العمال المتخصصين في تجهيز الديكور، وهم يعملون في مجال التجارة، والكهرباء، وغيرها من الحرف الأخرى لتصميم التجهيزات اللازمة للأداء المسرحي.

٢ أوجد المساحة السطحية لمنشور قاعدته مثلث قائم الزاوية، حيث أطوال أضلاع القائمة ٢٠ سم، ١٥ سم، وارتفاع هذا المنشور ٤٥ سم.



الحل: نبدأ أولاً برسم شبكة هذا المنشور ثم مساحة كل وجه.

- مساحة المثلثين: $2 \times \frac{15 \times 20}{2} = 300$ سم^٢.

- مساحة الوجه ١: $45 \times 15 = 675$ سم^٢.

- مساحة الوجه ٣: $45 \times 20 = 900$ سم^٢.

لإيجاد مساحة الوجه ٢ نحتاج إلى طول الضلع الناقص.

فنستخدم نظرية فيثاغورس:

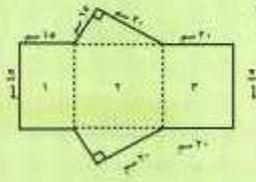
$$25^2 = 225 + 400 = 15^2 + 20^2$$

وبالتالي الضلع الناقص يساوي ٢٥ سم.

- مساحة الوجه ٢: $45 \times 25 = 1125$ سم^٢.

المساحة السطحية = $300 + 1125 + 900 + 675 + 300 = 3000$ سم^٢.

المساحة السطحية لهذا المنشور ٣٠٠٠ سم^٢.



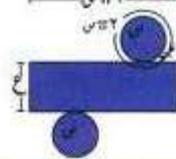
الأسطوانة هي مجسم ثلاثي الأبعاد له

قاعدتان دائريتان متطابقتان ومتوازيتان.

لاحظ أن طول المستطيل هو محيط

الدائرة وارتفاع المستطيل هو ارتفاع

الأسطوانة.

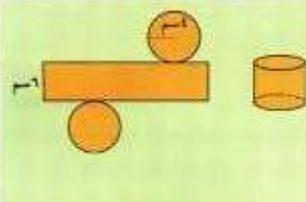


حاول أن تحل

٢ (أ) أوجد مساحة كل دائرة في الأسطوانة الميَّنة إلى اليسار.

(ب) أوجد المساحة الجانبية للأسطوانة.

(ج) أوجد المساحة السطحية للأسطوانة.



من فهمك

تحقق

١ كم بعداً طولياً يلزم لإيجاد المساحة السطحية للمنشور؟ وللأسطوانة؟ ارسم مخططاً توضح فيه ذلك.

٢ كم عدد الأوجه في أي منشور خماسي القاعدة؟ وفي أي منشور سداسي القاعدة؟



تصنع شركة حبوب غذائية علبة متوسطة الحجم بمضاعفة أبعاد علبة صغيرة الحجم أبعادها ١٢ سم، ٨ سم، ٢ سم. ما مساحة الورق المقوى الإضافي اللازم لصنع علبة متوسطة الحجم؟

المهم

- ١ ما أبعاد العلبة صغيرة الحجم؟
- ٢ بكم تزيد أبعاد العلبة متوسطة الحجم عن أبعاد العلبة صغيرة الحجم؟

حفظ

- ٣ ما أبعاد العلبة متوسطة الحجم؟
- ٤ كيف توجد مساحة العلبة السطحية؟
- ٥ ارسم شبكة كل من العلبتين، وشم الأبعاد.

حل

- ٦ ما مساحة الورق المقوى اللازم لصنع علبة صغيرة الحجم؟
- ٧ ما مساحة الورق المقوى اللازم لصنع علبة متوسطة الحجم؟
- ٨ كم ستبترأ مرتبًا إضافيًا من الورق المقوى يلزم لصنع العلبة متوسطة الحجم؟

تحقق

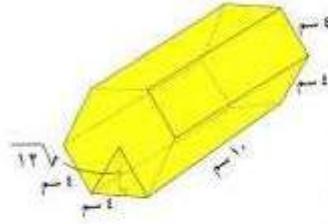
- ٩ كيف تقارن العلاقة بين أبعاد العلبتين ومساحتهما السطحية. ما العلاقة بينهما بعد تغيير الأبعاد بقدر الضعف؟

حل مسألة أخرى

- ١٠ تصنع الشركة علبة متوسطة الحجم للبسكويت النملج بحيث يكون كل بعد من أبعادها ٣ أمثال أبعاد علبة صغيرة الحجم وهي ٤ دسم، ٣ دسم، ١ دسم. ما مساحة الورق المقوى الإضافي اللازم لصنع علبة البسكويت؟



حل المسائل والتفكير المنطقي



١ الهندسة: أوجد المساحة السطحية للمنتور سداسي القاعدة المبين إلى اليسار:

٢ الحس العددي: أوجد المساحة السطحية لأسطوانة ارتفاعها ٣ أمتار وطول نصف قطرها ١ م، وأوجد المساحة السطحية لأسطوانة ارتفاعها ١ م وطول نصف قطرها ٣ م. كيف تؤثر الصيغة π من أعلى هاتين التبعيتين؟

٣ التفكير الرياضي: اذكر الصيغة المختصرة المستخدمة لإيجاد المساحة السطحية لكل من:

(أ) المكعب

(ب) شبه المكعب

٤ المجلة: ألق مسألتك عن المساحة السطحية قد يكون على مهندس الديكور في قيلم أو مسرح أن يعجلها.



٥ طول قطر الأسطوانة أ يساوي نصف طول قطر الأسطوانة ب. علمًا بأن ارتفاع الأسطوانة أ ضعف ارتفاع الأسطوانة ب.

استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- عرّن وتحقق.
- اعدّل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

(أ) التوصل: عرّن أيهما سيكون له المساحة الكلية الأكبر: الأسطوانة أ أم الأسطوانة ب؟ وضح إجابتك.

(ب) التفكير الناقد: في رأيك، أيهما سعته أكبر: الأسطوانة أ أم الأسطوانة ب؟ ولماذا؟

المساحة السطحية للهرم والمخروط

Surface Area of Pyramid and Cone

◀ صلة الدرسي لقد سبق أن تعاملت مع المجسمات متعددة الأوجه كالمناشير، والآن ستتعامل مع نوع آخر من المجسمات متعددة الأوجه ألا وهي الأهرامات ▶
الهرم هو مجسم متعدد الأوجه له قاعدة واحدة، وأوجه الأخرى كلها مثلثات. ويسمى الهرم بحسب عدد أضلاع قاعدته.



سوف تتعلم
 ■ إيجاد المساحة السطحية
 للهرم والمخروط.

من الاستخدامات
 ■ يُدرِّك مصممو النماذج
 كيف يصنعون المجسمات
 متعددة الأوجه كالهرم
 والمخروط.



المساحة السطحية للهرم

استكشف

اصنع هرماً بنفسك! الأدوات المستخدمة: ورقتان أبعادهما ٢٢، ٢٨ سم، مقص، شريط لاصق، مسطرة



الخطوة ٣



الخطوة ٢

١ قص مربعاً بعذاه ٢٢ سم، ٢٢ سم من ورقة.

٢ اطو المربع عند كل من القطرين كل على حدة.

٣ اقطع أحد المثلثات التي نتجت، ثم الصق الحواف معاً لصنع الهرم.

٤ اقطع شكلاً والصفه على الوجه غير المغلف من الهرم. حدّد المساحة السطحية للهرم.

المساحة السطحية للهرم والمخروط

تعلم



ارتفاع الهرم هو البعد العمودي من رأس الهرم إلى القاعدة المقابلة.

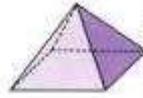
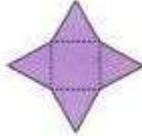
الارتفاع المائل هو البعد العمودي من رأس الهرم إلى أحد أحرف قاعدة الهرم المقابلة.

المصطلحات الأساسية

- ◀ هرم Pyramid
- ◀ ارتفاع Height
- ◀ ارتفاع مائل Slant height
- ◀ رأس الهرم Edge of pyramid



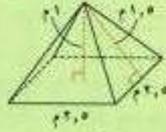
يُمكنك إيجاد المساحة السطحية للهرم باستخدام شبكته.



لاحظ في الهرم رباعي القاعدة إلى اليسار أن الارتفاع المائل هو ارتفاع الوجوه المثلثية. تمثل قاعدة كل وجه مثلثي أحد أضلاع المربع.

مثال (١)

يُستخدم في إحدى المسرحيات التي تدور أحداث قصتها في مصر هرم رباعي القاعدة. ويُمكن أن يبلغ ارتفاع هرم مربع القاعدة يُستخدم على منصة المسرح ١ م ومساحة قاعدته ٦,٢٥ م^٢. بما أن ارتفاعه المائل ١,٥ م، أوجد المساحة السطحية لهذا الهرم.



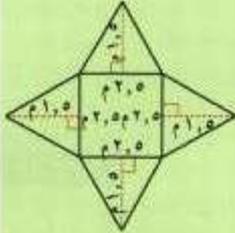
بما أن قاعدة الهرم هي مربع مساحته ٦,٢٥ م^٢.

إذا طول ضلع المربع = $6,25 \sqrt{}$ = ٢,٥ م

يتضمن الهرم ٤ أوجه مثلثية.

المساحة = $\frac{1}{2} \times ق \times ع = \frac{1}{2} \times (١,٥ \times ٢,٥) = ١,٨٧٥$ م^٢

المساحة السطحية للهرم = $١,٨٧٥ \times ٤ + ٦,٢٥ = ١٣,٧٥$ م^٢



حاول أن تحل

١ (أ) ما نوع الهرم المبين في الشكل؟

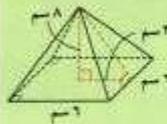
(ب) ما ارتفاع هذا الهرم؟

(ج) استخدم نظرية فيثاغورث (ج^٢ = ب^٢ + هـ^٢)

لإيجاد الارتفاع المائل للهرم.

(د) ما مساحة الوجه المثلثي؟

(هـ) ما المساحة السطحية للهرم؟



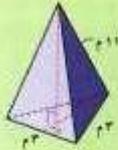
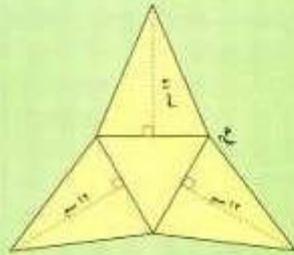
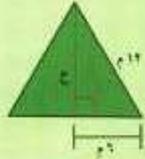
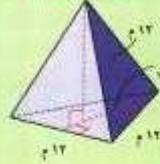
تذكّر

يُمكن استخدام نظرية فيثاغورث (ج^٢ = ب^٢ + هـ^٢) لتحديد طول ضلع في مثلث قائم الزاوية. ب هـ هما ضلعا الزاوية القائمة، ج هو الوتر.

للهرم ثلاثي القاعدة أربعة أوجه مثلثية. ويُشكل أحد هـما قاعدة الهرم. أما الارتفاع المائل للهرم فهو ارتفاع الوجه المثلثي الذي لا يُعتل قاعدة الهرم.

مثال (٢)

في الشكل هرم ثلاثي القاعدة قاعدته على شكل مثلث متطابق الأضلاع. ما المساحة السطحية لهذا الهرم؟
أوجد أولاً مساحة القاعدة.



استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد ع.

$$12^2 = 6^2 + ع^2$$

$$144 = 36 + ع^2$$

$$108 = ع^2$$

$$10,8 = ع$$

بالتالي مساحة قاعدة الهرم (م) = $\frac{1}{2} \times 12 \times 10,8$

$$64,8 = (م)$$

مساحة قاعدة الهرم (م) = $64,8$ م²

أوجد مساحة أحد المثلثات الثلاثة المتطابقة (م).

$$ع \times 12 = 64,8$$

$$ع = 5,4$$

المساحة السطحية للهرم ثلاثي القاعدة (م) = $3 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 5,4 + 64,8$

$$108 + 64,8 = 172,8$$

حاول أن تحل

٢ (أ) ما الارتفاع المائل للهرم المبيّن إلى اليسار؟

(ب) استخدم نظرية فيثاغورث ($أ^2 + ب^2 = ج^2$)

لإيجاد ارتفاع القاعدة المثلثية.

(ج) ما مساحة أحد الأوجه المثلثية؟

(د) ما المساحة السطحية للهرم؟

المخروط الدائري هو مجسم ثلاثي الأبعاد قاعدته دائرة الشكل وله رأس واحد. لإيجاد المساحة السطحية للمخروط، أوجد مساحة القاعدة ومساحة السطح المنحني.

مساحة السطح المنحني = $\frac{1}{2} \times$ محيط القاعدة \times طول الراسم
 $= \frac{1}{2} \times \pi \times ج$ حيث ج = طول الراسم
 المساحة السطحية للمخروط = مساحة السطح المنحني + مساحة القاعدة
 $= \frac{1}{2} \times$ محيط القاعدة $\times ج + \pi \times ر^2$
 $= \frac{1}{2} \times \pi \times ج + \pi \times ر^2$

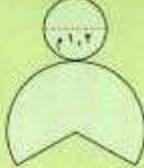


نذكر
 محيط الدائرة = $2\pi r$
 مساحة الدائرة = πr^2

مثال (3)

يريد فيصل أن يصنع نموذجًا لبركان مخروطي الشكل يعرضه في مسرحية المدرسة. يجب أن يساوي ارتفاع المخروط 1.2 متر وطول نصف قطر قاعدته 0.6 متر وطول الراسم حوالي 1.34 متر. على فيصل معرفة المساحة السطحية للمخروط لكي يشتري أوراقًا معدنية سيستخدمها لصنع المخروط. ما المساحة السطحية لهذا المخروط؟

مساحة السطح المنحني = $\frac{1}{2} \times$ محيط القاعدة \times طول الراسم
 $= \frac{1}{2} \times (0.6 \times 2\pi) \times 1.34 = 2.52 \text{ م}^2$
 مساحة القاعدة = $\pi \times ر^2 = (0.6) \times \pi = 1.13 \text{ م}^2$
 المساحة السطحية للمخروط $\approx 2.52 + 1.13$ أوجد المجموع
 $\approx 3.65 \text{ م}^2$
 يحتاج فيصل إلى 3.65 م^2 تقريبًا من الأوراق المعدنية.



هل
 الراسم هو القطعة المستقيمة الممتدة من رأس المخروط إلى أي نقطة على الدائرة حيث هي قاعدة المخروط.

تحقق من فهمك

- 1 ما الفرق بين الارتفاع والراسم في المخروط الدائري القائم؟
- 2 من خلال إيمان النظر في شبكة مجسم، كيف يمكنك تحديده ما إذا كانت الشبكة تمثل هرمًا أو مخروطًا أو أسطوانة؟



إذا كان طول قاعدتي خيمة مخروطية الشكل مصنوعة من جلد الجاموس 6 أمتار، و طول الراسم (ج) = 4 أمتار، فما مساحة جلد الجاموس اللازمة لصنع سطحها الخارجي؟

الفهم

1. ضع خطاً تحت طول قاعدتي الخيمة وارتفاعها.
2. ما شكل الخيمة؟
3. هل تغطي أرضية الخيمة الداخلية بجلد الجاموس؟

حفظ

4. ما طول نصف قطر الخيمة؟
5. ما الصيغة التي تستخدمها لإيجاد مساحة السطح المنحني؟
(أ) $m = \pi r$ (ب) $m = \pi r^2$

حل

6. ما طول الراسم للمخروط؟
7. اكتب معادلة توضح فيها كيف توجد مساحة جلد الجاموس اللازمة.
8. ما مساحة جلد الجاموس اللازمة لصنع سطح الخيمة الخارجي؟

تحقق

9. لماذا لا تطرح مساحة قاعدتي الخيمة، لإيجاد كمية جلد الجاموس اللازمة؟

حل مسألة أخرى

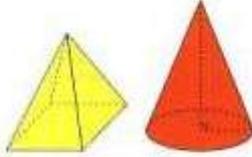
10. في أحد المعسكرات صف من الخيام مخروطية الشكل. إذا كان طول الراسم للخيمة 4 أمتار وطول قطرها 6، 3 أمتار، فما مساحة القماش اللازمة لصنع كل خيمة؟



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوصل: اختلط الأمر على كامل وهو لا يستطيع التمييز بين ارتفاع الهرم وارتفاعه العالي، صنف الفرق بين الاثنين:

في التمرينين ٢ و ٣ ارجع إلى الهرم المربع القاعدة والمخروط الذي له الارتفاع نفسه، على أن يساوي طول قطر قاعدة المخروط طول ضلع قاعدة الهرم المربع.



٢ التفكير الرياضي: أيهما أكبر: محيط القاعدة المربعة أم محيط القاعدة الدائرية؟

٣ التفكير الناقد: في رأيك، أيهما له المساحة السطحية الأكبر؟ وضح إجابتك.

٤ المجلة: ماذا يحدث للمساحة السطحية للهرم إذا تضاعف ارتفاعه؟ اذكر مثالاً يوضح فيه الإجابة.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كرر جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

٥ التوصل: اصنع مستطيلاً واذكر كيف يتغير كل من المحيط والمساحة إذا تغير أحد بعدي المستطيل.

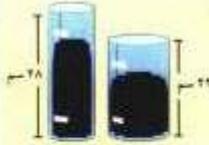
٦ الحش العددي: كم وجهاً للهرم السداسي؟ وكم وجهاً للهرم الثماني؟ اكتب النمط العددي.

حجم المنشور والأسطوانة Volume of Prism and Cylinder

٥-٥

◀ صلة الدرس | لقد سبق أن تعلمت كيف توجد حجم المنشور القائم، والآن ستتعلم كيف توجد حجم المنشور بوجه عام والأسطوانة.

استكشف	حجم الأسطوانة
	الأدوات المستخدمة: ورقتان قياسهما 24×28 سم، شريط لاصق، مكعبات الوحدة (سم ³)، مسطرة مستقيمة
١	اصنع أسطوانتين مختلفتين باستخدام ورقتين مختلفتين لكل منهما. اطو إحداهما اعتباراً من الضلع الأكبر للورقة، والأخرى اعتباراً من الضلع الأصغر، ثم العيق جانبي كل أسطوانة.
٢	شكّل طبقة من مكعبات الوحدة لتغطية القاعدة الدائرية في كل أسطوانة. (أ) قُدّر عدد المكعبات اللازمة لتغطية كل قاعدة. (ب) احسب مساحة كل قاعدة بقياس نصف القطر واستخدام الصيغة: المساحة = πr^2 (استخدم سم ²)، ثم قارن النتيجة التي حصلت عليها بتقديرك.
٣	(أ) ما ارتفاع طبقة واحدة من المكعبات باستخدام الستيمتر كوحدة قياس؟ (ب) ما عدد المكعبات اللازمة لتشكيل طبقتين من المكعبات في كل أسطوانة؟ و٣ طبقات؟ و٤ طبقات؟
٤	(أ) ما ارتفاع كل أسطوانة باستخدام الستيمتر كوحدة قياس؟ (ب) قُدّر عدد طبقات المكعبات اللازمة لكل أسطوانة. كل أسطوانة بالكامل؟ وضح طريقة تقديرك.
٥	ما عدد المكعبات التي تملأ كل أسطوانة بالكامل؟ تناقش حول أسباب اختلاف الأعداد.



سوف تتعلم
■ إيجاد حجم المنشور
والأسطوانة.

من الاستخدامات
■ تكون الظروف المرسلة
أحياناً على شكل منشور
أو أسطوانة، ويُحدّد حجم
الطرز مقدار الحيز اللازم
لشحنه.



هل تعلم؟
رسم ملصقي إعلاناً مساحته حوالي
٢٠٠٠٠ م² في مدينة ميندائي في
اليابان عام ١٩٩١، وقد دخل مجموعة
جينيس للأرقام القياسية العالمية.

يُمكن إيجاد حجم المنشور القائم باستخدام القانون التالي:

حجم المنشور القائم = مساحة القاعدة (م) × الارتفاع (ع)

$$ح \times م = ع$$



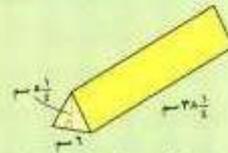
مساحة قاعدة المنشور ثلاثي القاعدة = $\frac{1}{2} \times (ق \times ع)$ ويُمكنك استخدام هذه الصيغة لإيجاد مساحة مثلث.

م = مساحة قاعدة المنشور، ق = طول ضلع القاعدة المثلثية.

كذلك يُؤخذ ارتفاعان بعين الاعتبار: ارتفاع المثلث وارتفاع المنشور.

مثال (١)

يُمكن إرسال الملققات الإعلانية بالبريد في علب على شكل منشور ثلاثي القاعدة. أوجد حجم العلب المبيّنة أدناه.



أوجد أولاً مساحة القاعدة المثلثية (ق).

$$م = \frac{1}{2} \times (ع \times ق)$$

$$م = \frac{1}{2} \times (5 \frac{1}{4} \times 6) = 15 \frac{3}{4} \text{ سم}^2$$

استخدم ق لإيجاد الحجم.

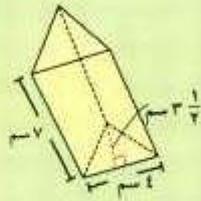
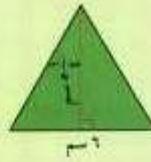
$$ع \times م = ح$$

$$ح = 38 \frac{1}{4} \times 15 \frac{3}{4}$$

$$ح = 595, 25$$

$$ح = 602, 4375 \text{ سم}^3$$

الحجم هو 602, 4375 سم³.



حاول أن تحل

١ (أ) ما ارتفاع القاعدة المثلثية؟

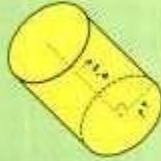
(ب) ما مساحة القاعدة المثلثية؟

(ج) ما حجم المنشور؟

مساحة قاعدة أي أسطوانة $m = \pi r^2$ ، حيث r = طول نصف القطر.
 بالتالي حجم الأسطوانة $ح = m \times ع = \pi r^2 \times ع$.

مثال (٢)

أوجد حجم الأسطوانة الميَّنة إلى اليسار.
 أوجد أولاً مساحة القاعدة (م).



$$m = \pi r^2$$

$$m = \pi (2)^2 \approx 12,56 \text{ م}^2$$

استخدم m لإيجاد الحجم.

$$ح = m \times ع$$

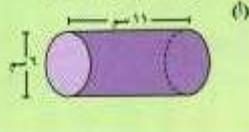
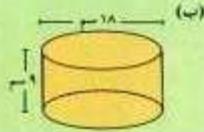
$$ح \approx 12,56 \times 4,5$$

$$ح \approx 56,64 \text{ م}^3$$

الحجم = 56,64 م³ تقريباً.

حاول أن تحل

٢ أوجد حجم كل أسطوانة.

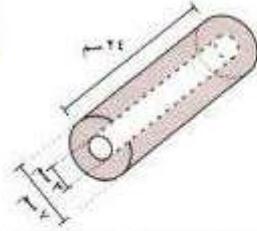


من فهمك

تحقق

- ١ ارتفاع ٤٠ عملة معدنية يساوي ١٠ سم وطول قطر كل قطعة ٢ سم. كيف توجد حجم الرزمة؟
- ٢ ما أوجه التشابه والاختلاف بين إيجاد حجم منشور وحجم أسطوانة؟
- ٣ اذكر كيف توجد حجم منشور أو أسطوانة عندما يساوي الارتفاع صفراً.
- ٤ مستخدماً ما تعلمه عن كيفية إيجاد حجم منشور ثلاثي القاعدة، صف كيف يمكنك إيجاد حجم منشور سداسي القاعدة.





أوجد حجم المنطقة المظللة في الشكل إلى اليسار:

الهدف

1 ما نوع المجسمات التي يتألف منها الشكل؟

2 ما طول قطر الشكل الداخلي؟ وما طول قطر الشكل الخارجي؟

3 ما ارتفاع كل من الشكلين؟

خطوة

4 ما طول نصف قطر الشكل الداخلي؟ وما طول نصف قطر الشكل الخارجي؟

5 ما الصيغة المستخدمة لإيجاد حجم أسطوانة؟

6 ما الصيغة المستخدمة لإيجاد مساحة سطح أسطوانة؟

7 كيف يمكنك إيجاد حجم المنطقة المظللة؟

حل

8 ما حجم الأسطوانة الخارجية؟

9 ما حجم الأسطوانة الداخلية؟

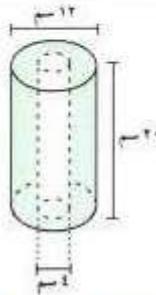
10 ما حجم المنطقة المظللة؟

تحقق

11 ما الطريقة الأخرى التي يمكنك استخدامها لإيجاد حجم المنطقة المظللة؟

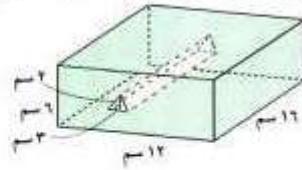
حل مسألة أخرى

12 أوجد حجم المنطقة المظللة في الشكل.



حل المسائل والتفكير المنطقي

حسب إجراءات العمليات: أوجد حجم المنطقة المظللة في الشكل أدناه.



٢ الهندسة: في إحدى المدن الكبرى فندق أسطوانتي الشكل طول قطره قاعدته الدائرية ٣٥ مترًا وارتفاعه ٢٣٠ مترًا. (أ) ما حجم المبنى مقربًا إلى أقرب متر مكعب؟

(ب) تم تغطية السطح المنحني بالزجاج. ما مساحة الزجاج الذي يُغطي سطح الفندق؟

٣ المجلة: اختلعت الأمور على أحمد زملائك حول الفرق بين ارتفاع المثلث في قاعدة المنشور الثلاثي القاعدة وارتفاع المنشور. اكتب توضيحًا وادعمه بالرسومات لمساعدة زميلك على التمييز بين الارتفاعين.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

حجم الهرم والمخروط Volume of Pyramid and Cone

٦-٥

◀ صلة للدرس | لقد سبق أن أوجدت حجم المنشور والأسطوانة. والآن سنستخدم معلوماتك لإيجاد حجم الهرم والمخروط.

استكشف من المخروط إلى الأسطوانة
أدوات المستخدمة: مقص، شريط لاصق، مسطرة، ورق مقوى قياس ٢٨ سم × ٤٣ سم، فرجار، رمل ملون.



١ استخدام الفرجار لترسم دائرة طول نصف قطرها ١٢,٧ سم، واستخدام المسطرة لترسم نصف قطر هذه الدائرة، ثم قس الدائرة.



٢ قس الورقة عند نصف القطر الذي رسمته.

٣ امسك أحد طرفي الخط الذي قطعت عنه ولفّه بحيث تصنع مخروطاً مخروطاً طول قطرها قاعدته ١٥,٢ سم. استخدم الشريط اللاصق لتثبيت المخروط.



٤ قس ارتفاع هذا المخروط وسجله.

٥ قس مستطيلاً ارتفاعه مساوٍ لارتفاع المخروط، واصنع منه أسطوانة على أن يكون قطرها قاعدتها مساوية لقطر قاعدة المخروط.



٦ املأ المخروط بالرمل الملون ثم اسكبه في الأسطوانة. تكرر هذه العملية بعد ذلك مرتين.

٧ ماذا تلاحظ عن كمية الرمل في الأسطوانة في نهاية المرحلة الثالثة؟ اشرح إجابتك.

٨ ناقش مع زملائك حول العلاقة بين حجم الأسطوانة وحجم المخروط.

سوف تتعلم
■ إيجاد حجم الهرم والمخروط.

من الاستخدامات

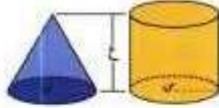
■ يتكرر مشغل كاد CAD

رسومات ونماذج ثلاثية الأبعاد لدرجات نارية، وسيارات، وطائرات، وأشياء أخرى تتطلب تصاميم ومخططات هندسية مفصلة.

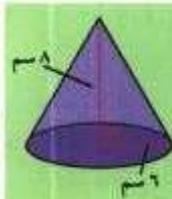


تعلم

حجم الهرم وحجم المخروط

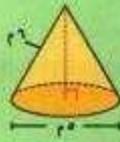


حجم المخروط هو $\frac{1}{3}$ حجم الأسطوانة.
 ح مخروط = $\frac{1}{3} \times (م \times ع)$ ، حيث م مساحة القاعدة،
 ع الارتفاع.
 مثال (1)



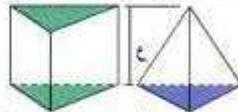
أوجد حجم المخروط الميّن إلى اليسار.
 أوجد أولاً مساحة القاعدة الدائرية (م).
 ق = $\pi \times 6^2$
 ق = $\pi \times 36 \approx 113,04$ سم²
 استخدم ق لإيجاد الحجم.
 ح = $\frac{1}{3} \times م \times ع$
 ح = $\frac{1}{3} \times (113,04 \times 8)$
 ح = $301,44$ سم³
 يُساوي الحجم حوالي 301,44 سم³.

حاول أن تحل



1 أوجد حجم المخروط الميّن إلى اليسار.

تختلف الصيغة المستخدمة لإيجاد مساحة قاعدة مجسم (م) باختلاف شكل القاعدة.



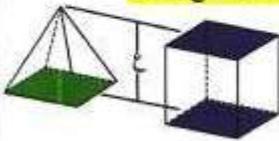
ويختلف إيجاد مساحة قاعدة مرتبة الشكل عن إيجاد مساحة قاعدة مثلثة الشكل.

يرتبط حجم الهرم بحجم المنشور الذي له القاعدة والارتفاع نفسهما.

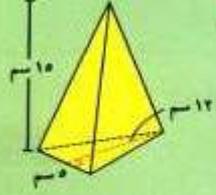
فإذا كان حجم منشور ح = م × ع،

يكون حجم الهرم الذي له القاعدة والارتفاع

نفسهما ح = $\frac{1}{3} \times م \times ع$.



أمثلة



١ أوجد حجم الهرم المبين إلى اليسار. ليكن h ارتفاع المثلث.

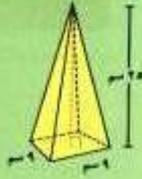
$$h = 15 \text{ سم}$$

$$C = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

$$C = \frac{1}{3} \times \pi \times (12)^2 \times 15$$

$$C = 150\pi \text{ سم}^3$$

٢ أوجد حجم الهرم المبين إلى اليسار.



$$h = 10 \text{ سم}$$

$$C = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

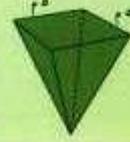
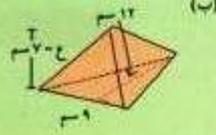
$$C = \frac{1}{3} \times \pi \times (11)^2 \times 10$$

$$C = 770\pi \text{ سم}^3$$

حجم الهرم يساوي 770π سم³.

حاول أن تحل

١ أوجد حجم كل مجسم:

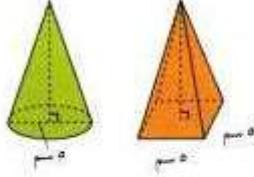


تذكر
لهرم قاعدة واحدة واحدة سميت.

تحقق

من فهمك

- ١ ما أوجه الشبه بين حجم الهرم وحجم المخروط؟
- ٢ إذا كان ارتفاع مخروط 18 سم وقطر قاعدته الدائرية 8 سم، فصف الأسطوانة التي يساوي حجمها 3 مرات حجم هذا المخروط.
- ٣ عندما يزداد ارتفاع هرم، هل يزداد ارتفاعه المائل؟ وضح إجابتك.



أي المجسمين الموضحين أكبر حجمًا: الهرم أم المخروط؟
علّمنا بأن ارتفاع كل منهما ١٢ سم

الفهم

١ ما ارتفاع المخروط؟

٢ ما ارتفاع الهرم؟

حفظ

٣ ما الصيغة المستخدمة لإيجاد حجم المخروط؟

٤ ما الصيغة المستخدمة لإيجاد مساحة قاعدة المخروط؟

٥ ما الصيغة المستخدمة لإيجاد حجم الهرم؟

٦ ما الصيغة المستخدمة لإيجاد مساحة قاعدة الهرم؟

حل

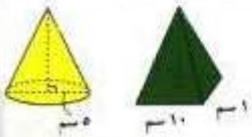
٧ ما حجم المخروط؟

٨ ما حجم الهرم؟

٩ ما المجسم الأكبر حجمًا؟

نحسب

١٠ كيف يمكنك تحديد المجسم الأكبر حجمًا من دون حساب حجم كل من المجسمين؟ وضح إجابتك.



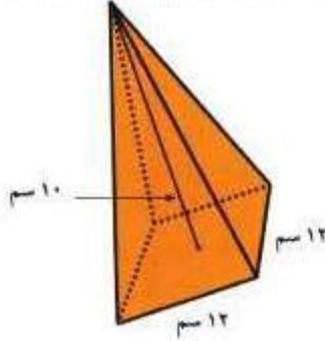
حل مسألة أخرى

١١ أي المجسمين الموضحين أكبر حجمًا: الهرم أم المخروط؟ علّمنا بأن ارتفاع كل منهما ١٠ سم.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التوصل: لفتراض أنك تعرف أبعاد مخروط لكتك نسبت الصيغة المستخدمة لقياس حجمه. اذكر طريقة يمكنك استخدامها لإيجاد حجم المخروط.

٢ الجبر: اكتب معادلة واستخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد ارتفاع مخروط، إذا كان ارتفاعه المائل يساوي ١٥ سم وطول نصف قطره ٩ سم.



٣ التفكير الناقد: تُعبأ الأواني الزجاجية في أحد المصانع في صناديق هرمية الشكل.

(أ) ما مساحة الورق المقوى التي يُمكن استخدامها في التصميم الهرمي المربع القاعدة؟

(ب) ما حجم المحجم الهرمي المربع القاعدة؟

٤ اختر إستراتيجية: يريد صانع فيجات مخروطية الشكل تعبئة كل فيجة في علبة أسطوانية لها القطر والارتفاع نفسهما. ما حجم المادة العازلة اللازمة لعمل كل علبة بالكامل؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

القياس Measurement

الوحدّة الخامسة (ج)



في العالم من أدوات كيف أبصّل إلى هذا المكان؟
القياس هو علم من يجمع بين شكل معين لمكان الاستعانة بالحدود
بمجرد

في الماضي كان الناس يتبعون الآن في الطرقات الوعرة، يوضع
الجدار والحدود، وكان يستخدمون إلى المعالم الطبيعية كالأشجار
والجبال لتحديد مساراتهم. الآن التلويح والأعلام من الممكن أن توضع
في هذه الأماكن، وكانت تحوم تستخدم في الملاحة البحرية
كالمسار، وهذا التلويح الآن لا يمكن الاستدلال بواسطة التحوم
التي تستخدم في الملاحة.

في الحقيقة، يوجد في العالم نظام تحديد المواقع العالمي (جي بي
إس) وهو نظام من الأقمار الصناعية تدور حول الأرض وفي نظام
القياس، يستخدم الأقمار الصناعية بأقمار تحوم من سبع
أقمار تحوم في مدار حول الأرض، نظامنا ذلك عالية لمكان
القياس، يوجد في العالم حتى أنه قادر على أن يحدد رقم الشارع
وحتى على مدار الساعة، وهكذا يستطيع كل
مستخدم تحديد مكانه في أي وقت كان ولقد تم
تطويره في السنوات الأخيرة.

1 استخدم متسلفو الجبال والحدود نظام جي بي إس
بشكل واسع، ما بعض الاستخدامات الأخرى
لهذا النظام؟

2 يسمّى نظام جي بي إس بتحديد موقع كل متر
مربع على سطح الأرض بشكل دقيق وذلك على
غراب شبكة الإحداثيات. في رأيك، كيف يُمكن
لهذا النظام أن يُلمّز مفهومنا عن دليل الهاتف؟

دقة القياس والأرقام المعنوية

Precision and Signification Digits

◀ صلة الدرس: سَتُطَبَّقُ في هذا الدرس ما تعرّفه عن وحدات القياس كي تحسب القياسات باستخدام أرقام معنوية. ▶

استكشفت

دقة القياس

- إلى أي مدى تستطيع أن تقترب؟
 ١ الأدوات المستخدمة: متر خشبي
 ٢ قيس المسافة من الأرضية إلى سطح طاولتك. سجل الطول إلى أقرب متر واحد، ثم إلى أقرب ٥ م، ١ م، وإلى أقرب ٥ سم، وإلى أقرب ١ سم.
 ٣ قارن بين قياساتك وقياسات زملاء مجموعتك. هل حصلتم جميعًا على الأعداد نفسها؟ وضح ذلك.
 ٤ احسب ارتفاع طاولتين موضوعتين فوق بعضهما بعضًا من الأرضية إلى سطح الطاولة العليا باستخدام كل من القياسات (تلميح: اضرب في ٢). كرر الأمر نفسه بالنسبة إلى الطاولة الخمس.
 ٥ أي الارتفاعات هو الأكثر دقة؟ ناقش طريقة تفكيرك.

سوف تتعلم
 ■ تحديد قياسات أكثر دقة والأرقام المعنوية.

من الاستخدامات
 ■ يستخدم المزارعون قياسات دقيقة عندما يُحللون نوعية التربة.



تعلمت

دقة القياس والأرقام المعنوية

افترض أنه عند قرائتك التدريج على المتر الخشبي لقياس المسافة بين الأرضي وسطح طاولتك وجدت أن القراءة تزيد عن ٩٨,٦ سم. تعتبر القراءة ٩٨,٦ سم تقريبًا أكيدة وموثوقًا بها، لكن لو دققنا النظر لوجدنا أن القياس يزيد مقدارًا نضرب مليمتر. عند ذلك تعتبر هذه الزيادة مقدارًا تقديريًا، وعليه تُصبح القراءة ٩٨,٦٥ سم وهي مكونة من ثلاثة أرقام مؤكدة ورقم واحد تقديري، وفي هذه الحالة نقول إن القياس يتكون من أربعة أرقام معنوية هي (٩,٨,٦,٥) منها ثلاثة أرقام مؤكدة وهي (٩,٨,٦) ورقم واحد تقديري (٥) تُحدّد الوحدة المستخدمة مدى دقة القياس، فكلما كانت الوحدة المستخدمة أصغر كان القياس أكثر دقة.

وعند المقارنة بين قياسات معرّف عنها باستخدام الوحدة نفسها، يمكن تحديد القياس الأكثر دقة من خلال المنزلات العشرية، فكلما زاد عدد المنزلات العشرية زادت بالتالي دقة القياس.

المصطلحات الأساسية

دقة القياس

Precision

الأرقام المعنوية

Signification digits

أرقام مؤكدة

Exaction digits

أرقام تقديرية

Estimation digits

مثال (١)

يوجد الجيولوجي المسافة بين قمة جبلين باستخدام نظام تحديد الموقع العالمي (جي بي إس). أي القياسات التالية هو الأكثر دقة: ١٠٦٨ م، ٥٢ م، ١٠٦٧ م، ٥ م، ١٠٦٧ م؟ اختر القياس ذا المنزلات العشرية الأكثر.

١٠٦٧,٥٢ هو القياس الأكثر دقة.

حاول أن تحل

١ حدد القياس الأكثر دقة في كل زوج من القياسات أدناه:

(أ) ٠,٨٠٤٥ كم، ٧٩١,٤ مترًا (ب) ٢ م، ١٩٧,٥ سم

(ج) ٩١,٤٤ سم، ٩٠,٨٠٥ سم

مثال (٢)

قُدِّر طول المشبك المرسوم بالشكل ثم اكتب الأرقام المعنوية والأرقام المؤكدة والتقديرية.



الحل:

طول المشبك حوالي ٢,٨٧ سم

الأرقام المعنوية هي (٢,٨,٧)

الأرقام المؤكدة هي (٢,٨)

الرقم التقديري هو (٧)

بعض قواعد تحديد عدد الأرقام المعنوية عند قراءة قياس:

١ الأرقام غير الصفرية من (١ - ٩) كلها أرقام معنوية.

فمثلاً: - العدد ٣٥٧ يتكوّن من ثلاثة أرقام معنوية هي (٣,٥,٧)

العدد ٦٢,٨١ يتكوّن من أربعة أرقام معنوية هي (٦,٢,٨,١)

٢ الأصفار الواقعة بين الأرقام غير الصفرية هي أرقام معنوية

فمثلاً: - العدد ٣,٠٠٨٢ يحوي خمسة أرقام معنوية هي (٣,٠,٠,٨,٢)

العدد ٠,١٥٠٥ يحوي أربعة أرقام معنوية هي (١,٥,٠,٥)

٣ فالأصفار الواقعة على يمين الرقم غير الصفرية من الكسر العشري التقريبي تُعتبر معنوية.

فمثلاً: ٠,١٧٠ يحوي ثلاثة أرقام معنوية هي (١,٧,٠)

٨,٠٦٠ يحوي أربعة أرقام معنوية هي (٨,٠,٦,٠)

٤ الأصفار الواقعة إلى يمين الفاصلة العشرية وإلى يسار الرقم غير الصفرية من الكسور العشرية هي أرقام ليست معنوية (الأصفار التي تُستخدم لحفظ المنزلات)

فمثلاً: ٠,٠٠٠٦٧٥ يحوي ثلاثة أرقام معنوية هي (٦,٧,٥)

الربط بالعلوم

يدرس الجيولوجيون حركات القشرة الأرضية بإجراء مسح للأراضي ووضع مصوّر جغرافي لارتفاعات في مواقع مختلفة.



مثال (3)

حدّد الأرقام الممنوتة وعددها في كلٍّ من القياسات التالية:

- (أ) $420,040$ م
 الأرقام $4, 2, 4$ هي أرقام ممنوتة
 الأصفار كلها ممنوتة،
 العدد يحوي 6 أرقام ممنوتة هي $(4, 2, 0, 0, 4, 0)$
 (ب) $420,0420$ م
 العدد يحوي ثلاثة أرقام ممنوتة هي $(4, 2, 0)$

طبق القاعدة 1

طبق القاعدة 2

حاول أن تحل

2 حدّد الأرقام الممنوتة وعددها في كلٍّ قياسٍ مما يلي:

- (أ) $10,000$ م (ب) $3,0567$ كجم
 (ج) 3008 كم (د) $11,050$ سم

بعض قواعد الجمع والطرح:

عند جمع أو طرح القياسات، ننظرُ لعددِ المنزلاتِ العشرية من القياساتِ المجموعةِ أو المطروحة، فيكونُ الناتجُ عددًا ذا منزلاتٍ عشريةٍ عددها يساوي عددَ المنزلاتِ العشريةِ الأقل من الكميّاتِ التي تمَّ جمعُها أو طرحُها مع مراعاةِ قواعدِ التقريب

$$\text{فمثلاً: } 3,68 + 1,28 + 2,4 = 7,36$$

تُقربُ الناتجُ لأقربِ جزءٍ من عشرة فيصيحُ $7,4$

$$18,721 + 3,10 + 15,621 = 37,442$$

تُقربُ الناتجُ لأقربِ جزءٍ من مئة فيصيحُ $37,44$

$$8,62 + 3,62 = 12,24$$

تُقربُ الناتجُ لأقربِ وحدةٍ فيصيحُ 12

$$11,7 - 4 + 7,7 = 15,4$$

تُقربُ الناتجُ لأقربِ وحدةٍ فيصيحُ 15

تذكّر

لتقريب عددها، انظر إلى يسار المنزلة العشرية. إذا كان الرقم إلى يسارها > 4 ، قُرّب بتصغير هذا الرقم وإذا كان الرقم إلى يسارها < 4 ، قُرّب بتصغير الرقم والأرقام التي تليه، لمْ أضيف واحدًا إلى الرقم الذي يسبق الأرقام التي كُنت بتصغيرها.

مثال (٤)



لدراسة طائر الطوفان، قام أحد علماء الطيور برحلة شاقّة إلى الغابات الاستوائية لتبعه حتى ارتفاع ١٩٦٢,٢٣ متراً. إذا أراد عالم الطيور هذا أن يصل إلى ارتفاع ٢٨٣٧ متراً لمشاهدة أسراب الطوفان ودراستها، فما الارتفاع الإضافي الذي عليه أن يصعد؟
ستُقرَّب الإجابة إلى منزلة الأحاد (لأقرب وحدة).

٢٨٣٧

الشرح

$$\begin{array}{r} - \\ ١٩٦٢,٢٣ \\ ٨٧٤,٧٧ \\ \hline \end{array}$$

على عالم الطيور أن يتسلَّق مسافة ٨٧٥ متراً تقريباً.

بعض قواعد الضرب والقسمة:

عند ضرب أو قسمة القياسات يكون عدد الأرقام المعنوية في حاصل الضرب أو خارج القسمة مساوياً عددها في أقل الكميات المضروبة أو المقسومة مع مراعاة قواعد التقريب

$$\text{فمثلاً: } ٩,٣٦٢ = ٢,٤٨ \times ٣,٧٧٥$$

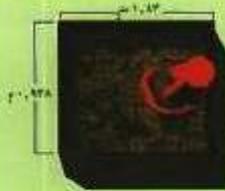
يجب أن يكون الناتج مكون من ثلاثة أرقام معنوية فيصبح الناتج ٩,٣٦

$$\frac{٣٦}{٤,٥} = ٨,٠ \quad (\text{يجب أن يكون الناتج مكون من رقمين معنويين})$$

$$٣٥,٢٢ = ٣,١ + ١٠٩,١٨٢$$

يجب أن يكون الناتج مكون من رقمين معنويين فيصبح الناتج ٣٥

مثال (٥)



صنِّع حوض رمل مستطيل الشكل، طوله ١,٤٣ متر وعرضه ٠,٩٣٨ متر. استخدم الأرقام المعنوية للتعبير عن مساحة حوض الرمل.
ستُستخدَم الإجابة ٣ أرقام معنوية.
باستخدام الآلة الحاسبة:

$$١,٤٣ \times ٠,٩٣٨ = ١,٣٤١٣٤$$

مساحة الحوض: ١,٣٤ مترًا تقريباً.

حاول أن تحل

٣ احسب كلاً مما يأتي، واذكر عدد الأرقام المعنوية.

$$(أ) ١١,٤ \text{ جم} + ٢,٦٥ \text{ جم}$$

$$(ب) ٣٢,٠٦ \text{ مليمترًا} - ٢٢,٣ \text{ مليمترًا}$$

$$(ج) ٥,٨ \text{ سم} \times ٥١,٦ \text{ سم}$$

$$(د) ٣٢,٥ \text{ مترًا} = ١,٥ \text{ متر}$$

الربط بالعلوم

الطوفان طائر يعيش في غابات الأمازون الاستوائية وهو يلقب بـ"ملك وشمع مناهزة الطويلة" على ظهره عندما يتام.



تحقق من فهمك

- ١ كيف تُؤكِّد وحدة القياس المستخدمة في دقة القياس.
- ٢ كيف تُؤكِّد الأرقام المعنوية على حساب القياسات؟

حل المسائل والتفكير المنطقي

- ١ التوصل: يبلغ طول وتر مثلث قائم $4,04$ أمتار. إذا كان ضلعا الزاوية القائمة متساويين طولا، فأوجد طول كل منهما مستخدماً الأرقام المعنوية. كيف يمكنك استخدام معادلة جبرية لحل المسألة؟ وضح إجابتك.

- ٢ المجلة: إليك النقاط المسجَّنة في مباريات ألعاب القوى للمنتارين الذين حصلوا على الميداليات الذهبية، والفضية، والبرونزية في دورة 1996 للألعاب الأولمبية: 200, 39, 075, 39, 067, 39. ما عدد الأرقام المعنوية؟ في رأيك، لم من المهم أن تكون دقيقاً؟

- ٣ حُسِّ إجراء العمليات: بيِّن جهاز تحديد المواقع العالمي داخل سيارة حديثة أنها قطعَتْ مسافة 123 كيلومتراً في خلال 2, 18 ساعة. حدِّد السرعة المتوسطة للسيارة باستخدام الأرقام المعنوية؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظِّم قائمة.
- كوِّن جدولاً.
- ختم وتتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

الموقع Position

٨-٥

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلمت الزجرات المستخدمة لوصف المسافة، والكتلة، وقياسات أخرى، والآن ستتعلم كيف تُحدّد الموقع والاتجاه.

سوف تتعلم

- تحديد الأماكن باستخدام إحداثيات خريطة كل من خط الطول وخط العرض.

من الاستخدامات

- يُمكنُ لصنّاع الشرطة تحديد المواقع على خريطة بسرعة قصوى، كي يصلوا إلى مكان الحادث في أسرع وقتٍ ممكن.

استكشف الموقع

هل دليل تحديد الأماكن مفيد؟ الأدوات المستخدمة: خرائط موضح عليها خطوط الطول والعرض



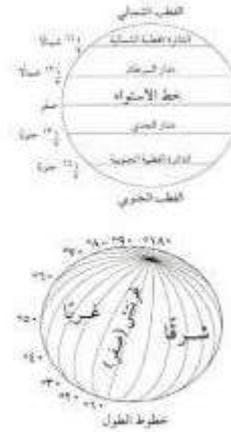
- 1 استخدم خريطة الكويت لتسمية ثلاث مناطق تقع جنوب الكويت العاصمة.
- 2 ادع زميلاً من مجموعتك إلى كتابة ثلاثة أماكن معروفة على الخريطة (بطريقة خفية) وسيعمل هذا الزميل كدليل يقوم برحلة تبدأ من شارع محدد.
- 3 على الدليل أن يقود المجموعة إلى ثلاثة أماكن معروفة وفق ترتيب معين وذلك بإعطاء تعليمات لفظية فقط. وستلعب الدليل استخدام تفاصيل تُحدّد الاتجاه، والمسافة، وأسماء الشوارع.
- 4 على زملاء الآخرين في المجموعة أن يُحدّدوا كلاً من الأماكن بعد أن يكونَ الدليل قد زوّدَهم بالتعليمات اللازمة. وإذا عجزت المجموعة عن تحديد المكان المعروف طبقاً لتعليمات الدليل، فعليه أن يُعطيهم تعليمات جديدة عن هذا المكان المعروف.
- 5 كيف يصفُ الناسُ المعالم المتواجدة في مدينتك؟ وفي محافظتك؟ وفي وطنك؟ وفي العالم؟

المصطلحات الأساسية

- ◀ الموقع المطلق
Absolute position
- ◀ الموقع النسبي
Relative position
- ◀ خطوط الطول
Longitude
- ◀ دوائر العرض
Latitude



تعلم الموقع



يبلغ قياس الزاوية المركزية 360° ، وهي ناتجة عن دورة كاملة لنصف قطر الدائرة الكبرى الممثلة للكرة الأرضية. تُقسّم الزاوية المركزية إلى خطوط وهمية على شكل أنصاف دوائر غير متوازية تُسمى **خطوط الطول**. يمر كل خط في درجة من درجات الكرة الأرضية، ابتداءً من القطب الشمالي وصولاً إلى القطب الجنوبي. وقد تم الاتفاق على أن يتخذ الخط الذي يمر بخط غرينتش، في المملكة المتحدة، كخط أساسي يساوي صفر درجة. ويُسمى الخط الذي يُقابلُه في الجهة الثانية من الأرض **خط الزوال**، فيكون هناك 180° خطاً شرقياً غرينتش و 180° خطاً غربي غرينتش. تُساعد خطوط الطول على تحديد الوقت على سطح الأرض. وقد تم الاتفاق على تغيير الوقت ساعة كاملة كل 15° خط طول. أما **دوائر العرض**، فهي دوائر كاملة وهمية ومتوازية يبلغ عددها 180° . وقد اعتمد العلماء خط الصفر وسموه **خط الاستواء** و 90° دائرة شمال خط الاستواء وتوجد 90° دائرة جنوب خط الاستواء.

تُساعد دوائر العرض في تحديد أي موقع على سطح الأرض، وفي تقسيم العالم إلى مناطق حرارية، كما تُساعد في تعريف أحوال المناخ (الحرارة، الرياح، الأمطار) بحيث يمر **مقدار السرطان** بالدرجة $23,6^\circ$ شمال خط الاستواء، ويمر **مقدار الجدي** بالدرجة $23,6^\circ$ جنوب خط الاستواء.

تذكّر

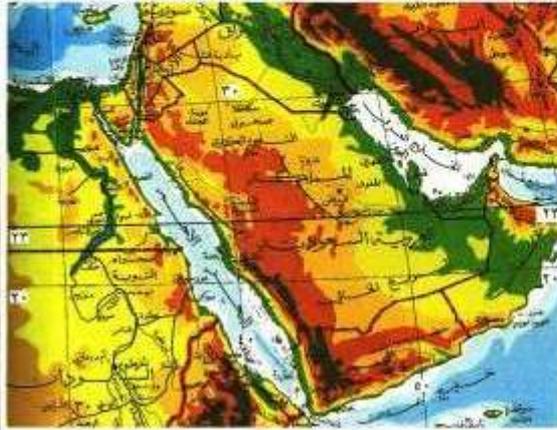
خطوط الطول ودوائر العرض هي الخطوط الوهمية التي تستخدمها لتحديد المواقع على سطح الكرة الأرضية. تمتد دوائر العرض من الشرق إلى الغرب، أما خطوط الطول فتتمد من الشمال إلى الجنوب.

المرتبط بالجغرافيا

خط الزوال هو خط الطول الرئيسي، يقع عند درجة طول 0° ، وهو يمر بقرية غرينتش في إنكلترا.

مثال (١)

ما هي المدينة التي تقع على خط عرض ٢٣ شمال خط الاستواء وتطل على خليج عمان؟
الحل: أوجد في الوسط الشرقي من الخريطة خط العرض ٢٣، حيث يوجد خليج عمان فتحدد موقع مدينة مسقط عاصمة سلطنة عمان.



يُعطى الموقع المطلق لمكان على شكل إحداثيات. فيما يُعطى الموقع النسبي لمكان بالنسبة إلى علاقته بمكان آخر. تُوضَّح خرائط العالم عادةً المواقع باستخدام خطوط الطول ودوائر العرض. ويستخدم القياسان الدرجات كوحدة قياسي.

مثال (٢)

حدد على الخريطة اسم المدينة التي تقع على خط الطول ٤٠ شرق غرينتش وشمال خط العرض ٢٠، وإلى شرق سهل تهامة في المملكة العربية السعودية.
الحل: أوجد على الخريطة خط الطول ٤٠ وخط العرض ٢٠، ثم تحرك معهما لتجد نقطة التقاطع بينهما حيث يوجد سهل تهامة، وإلى شرق السهل حيث تقع مدينة مكة المكرمة.

مثال (٣)

حدد عواصم الدول التي تقع بين خطي الطول ٤٠ و٥٠ ودوائر العرض ٢٣ و٣٠ شمال خط الاستواء.
الحل: تُحدد على الخريطة خطوط الطول ودوائر العرض كما وردت في المسألة. فنجد أن المنطقة المحصورة بين تقاطع هذه الخطوط تتضمن عاصمتين هما: مدينة الكويت عاصمة دولة الكويت، ومدينة الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية.

حاول أن تحل

- ١ ما هي الدولة العربية التي لها أراضي تقع شمال خط الاستواء وشرق خط الطول ٣٥٠
- ٢ ما هو موقع دولة الكويت؟

نحسب من فهمك

- ١ كيف تختلف الخريطة عن شبكة الإحداثيات؟
- ٢ وضَّح أوجه الشبه بين خطوط العرض ودوائر الطول، والمحورين السيني والصادي.



الأسئلة

يقع الساحل الغربي لإحدى الدول عند 85° غربًا ويقع الساحل الشرقي لها عند 74° غربًا. إذا كان عند دائرة العرض هذا، يُساوي تغيرٌ بنسبة 5° في خط الطول 500 كم تقريبًا، فما المسافة بين الساحلين المذكورين؟ وضح إجابتك.

الفهم

- ١ ما خطُّ الطول عند الساحل الغربي؟
- ٢ ما خطُّ الطول عند الساحل الشرقي؟

خطوط

- ٣ استنادًا إلى درجة خط الطول، أيّ العنبريات ستستخدم لإيجاد المسافة عبر هذه الدولة بالدرجات (خطوط الطول)؟
- ٤ ما عدد الكيلومترات الممثلة بتغير 1° في خط الطول عند دائرة العرض هذه؟
- ٥ ما العملية التي ستستخدمها لإيجاد المسافة عبر هذه الدولة بالكيلومترات؟

حل

- ٦ ما عدد درجات خطوط الطول بين الساحلين الغربي والشرقي لهذه الدولة؟
- ٧ ما المسافة بين الساحلين الغربي والشرقي لهذه الدولة؟ وضح إجابتك.

تحقق

- ٨ وضح كيف وجدت الإجابة من خلال كتابة تناسب وحله.

حل مسألة أخرى

- ٩ يقع الساحل الغربي لإحدى الدول عند 113° شرقًا، ويقع الساحل الشرقي لها عند 153° شرقًا. وإذا كان عند دائرة العرض هذه، يُساوي تغيرٌ بنسبة 10° في خط الطول 1000 كم تقريبًا، فما المسافة بين الساحلين المذكورين؟ وضح إجابتك.



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: الأكوخ بحيرة ومدينة في المكسيك تقعان تقريباً على دائرة العرض نفسه ويعدان ٦٠٠ كم تقريباً عن بعضهما بعضاً.

٢ المجلة: ما نوع القياس الذي ستتكلمه لقياس المسافات والاتجاهات أثناء السفر؟ وما مدى دقّه؟ ارسم مخططاً له، ووضّف كيف يعمل.

٣ التفكير الرياضي: عند خط الاستواء تساوي المسافة ١١١ كم بين كل خطي طول، وتتنوّع المسافة بين كل خطي طول متتاليين عند السفر في اتجاه المناطق القطبية. صمّم كيف تتغيّر هذه المسافة، ووضّح السبب.

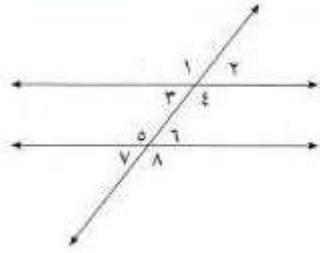
٤ الجبر: صمّم الموقع النسبي $(-٣، ٥)$ بالنسبة إلى نقطة الأصل $(٠، ٠)$ على شبكة إحداثيات.

٥ التفكير الرياضي: يُمارس محمد رياضة المشي، لقد سار مسافة ١٠٦ كم شرقاً ثم استدار يميناً وسار مسافة ١٠٢ كم. وبعد توقّفه لتناول وجبة خفيفة، سار في الاتجاه نفسه مسافة ٢ كم، ثم استدار يساراً وتابع سيره. ما الاتجاه الذي أمامه الآن؟

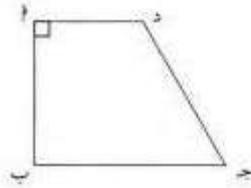
استراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظّم قائمة.
- كوّن جدولاً.
- حدّد وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حلّ مسألة أبسط.

اختبار الوحدة الخامسة



- ١ في الشكل إلى اليسار،
 سمّ زوجاً من الزوايا:
 (أ) متبادلة داخلية
 (ب) متقابلة بالرأس
 (ج) متناظرة
 (د) متبادلة خارجية



- ٢ أوجد قياس الزاوية المتبقية والزاوية المكملية للزاوية ٥٤°
 ٣ حدّد في الشكل إلى اليسار:
 (أ) قطع مستقيمة متوازية
 (ب) قطع مستقيمة متعامدة
 (ج) زاوية مكملية للزاوية ج

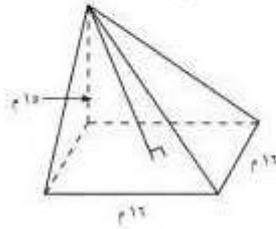
- ٤ ارسم شبكة لكل مجسم مما يلي:



جذع مخروط

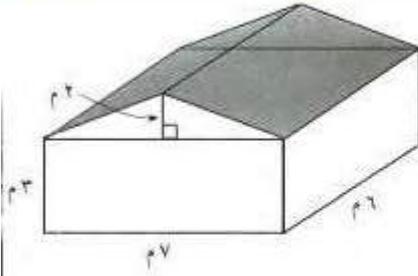


جسم المثلثات متطابقة الأضلاع

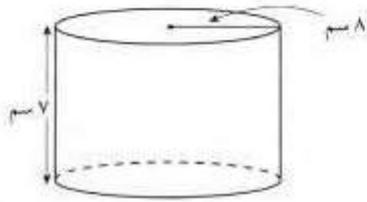


- ٥ (أ) ارسم شبكة للهرم الموضح بالشكل.
 (ب) أوجد طول الارتفاع المائل في الهرم
 (ج) احسب المساحة السطحية للهرم

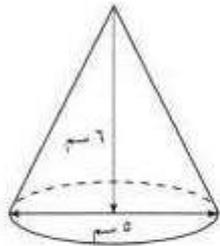
اختبار الوحدة الخامسة



- ٦ يُبَيِّنُ الشَّكْلُ إِلَى الْبَسَارِ مَنْزِلًا يعلوه القرميدُ
 (أ) ما حجمُ هذا المنزلِ؟
 (ب) ما المساحةُ السطحيةُ من المنزلِ التي يُمكنُ طلاؤها؟



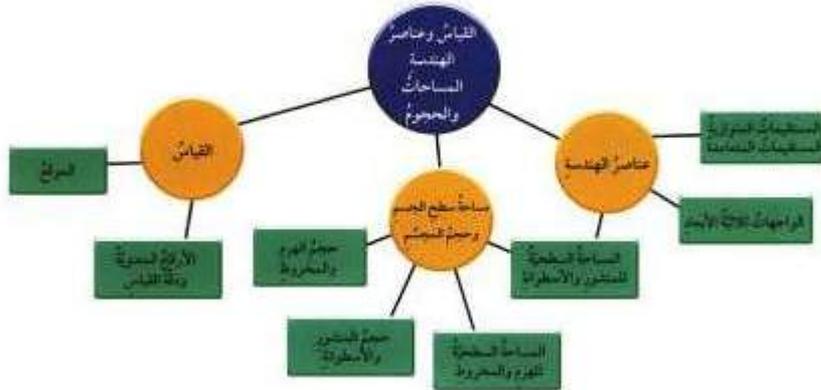
- ٧ يُبَيِّنُ الشَّكْلُ إِلَى الْبَسَارِ أسطوانةً مع قياساتٍ أساسيةٍ
 (أ) أوجد المساحةَ السطحيةَ للأسطوانةِ
 (ب) أوجد حجمَ الأسطوانةِ



- ٨ يُبَيِّنُ الشَّكْلُ إِلَى الْبَسَارِ مخروطًا
 (أ) ما حجمُ هذا المخروطِ؟
 (ب) ما مساحةُ السطحِ المنحني للمخروطِ؟
 (ج) ما المساحةُ السطحيةُ؟

- ٩ حوّل: ١٧ مترًا ٢٥١ دسيمترًا إلى سنتيمتر
 ١٠ قال إبراهيمٌ لصديقه بعد أن قاسَ قامته إن طولك هو ١,٧ م أو ١٧١ سم. قن رأيك، أيُّ قياسٍ هو الأدقُّ؟

مخطط تنظيمي للوحدة الخامسة



الوحدة الخامسة (أ): عناصر الهندسة

ملخص:

- يُشكّل القاطع مع مستقيمين متوازيين زوايا داخلية وزوايا خارجية وزوايا متبادلة وزوايا منناظرة.
- تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متساوية القياس.
- تكون الزوايا المتناظرة متساوية القياس.
- إذا تقاطع مستقيمان وشكلا زاوية قائمة يكون المستقيمان متعامدين.

الوحدة الخامسة (ب): مساحة سطح الجسم وحجم الجسم

ملخص:

- تُساعد الرؤية للمجسمات من الأمام ومن الجانب ومن الأعلى على تكوين فكرة عن شكل هذه المجسمات.
- المساحة السطحية لأي مجسم هي ناتج مجموع مساحات القواعد والجوانب.
- حجم المجسم هو الحيز الذي يشغله هذا المجسم.

الوحدة الخامسة (ج): القياس

ملخص:

- نستخدم الأرقام المعتوية ودقة القياس لإيجاد أفضل نتائج.
- تُساعدنا خطوط الطول ودوائر العرض في تحديد موقع البلدان والمدن على الكرة الأرضية، كما أنها تُحدّد لنا المنطقة المناخية التي نعيش فيها.

تطرح سلسلة الرياضيات مواقف حياتية يومية، وتوفّر فرص تعلّم
تكملة، فهي تعزز المهارات الأساسية، والحس العددي، وحل المسائل،
والجهوزة لدراسة الجبر، والهندسة، وحتى مهاراتي التعبير الشفهي
والكتابي ومهارات التفكير في الرياضيات. وهي تتكامل مع المواد
الدراسية الأخرى فتكون جزءاً من ثقافة شاملة تتأسس على تحفيز الطلاب
على اختلاف قدراتهم وتشجيعهم على حب المعرفة.

تتكون السلسلة من:

- كتاب الطالب
- كتاب المعلم
- حزمة التمارين
- حزمة التمارين مع الإجابات



PEARSON
Scott
Foresman

مركز
البحوث
التربوية

